

ELECTRÓNICA

Guía de estudio 7:

Mallas y Nodos

Nivel: Secundario - Modalidad Educación Técnico-Profesional.

Ciclo: Segundo ciclo.

Especialidades: Electrónica, Electricidad.

Introducción

Esta guía de estudio comienza con un repaso de topología de circuitos. Asociado a esta topología se describen las dos leyes de Kirchoff, de las que se desprenden las dos ecuaciones que permiten analizar circuitos. Por último, se describe un método sistemático de resolución de circuitos basado en las dos leyes de Kirchoff y la ley de Ohm.

¿Qué estamos aprendiendo? Resolución de circuitos por el método de mallas y nodos.

En necesario haber estudiado las guías 1 y 2 antes de comenzar esta guía.

Materiales de estudio

Apunte: "Métodos de análisis de circuitos eléctricos en CC y CA" de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Mar del Plata

http://www3.fi.mdp.edu.ar/dtoelectrica/files/electrotecnia/e_im_6_metodos_de_analisis_de_circuitos_en_cc_y_ca.pdf



Conceptos relevantes, explicaciones y ejercitaciones.

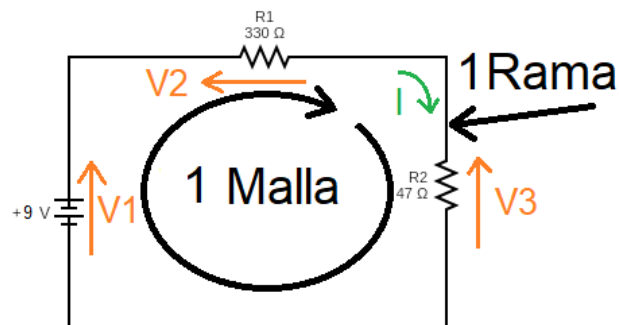
Ramas, Mallas y Nodos

Rama

Es la parte del circuito que se encuentra entre dos nodos. Por todos los componentes de una rama circula la misma corriente.

Malla

Es el camino cerrado que forman dos o más ramas de un circuito. En una malla la suma de todas las tensiones, cada una con su signo correspondiente, es igual a 0 (Ley de Kirchhoff de las mallas). Esto ocurre porque la suma de todas las subidas de tensión debe ser igual a la suma de todas las caídas de tensión.

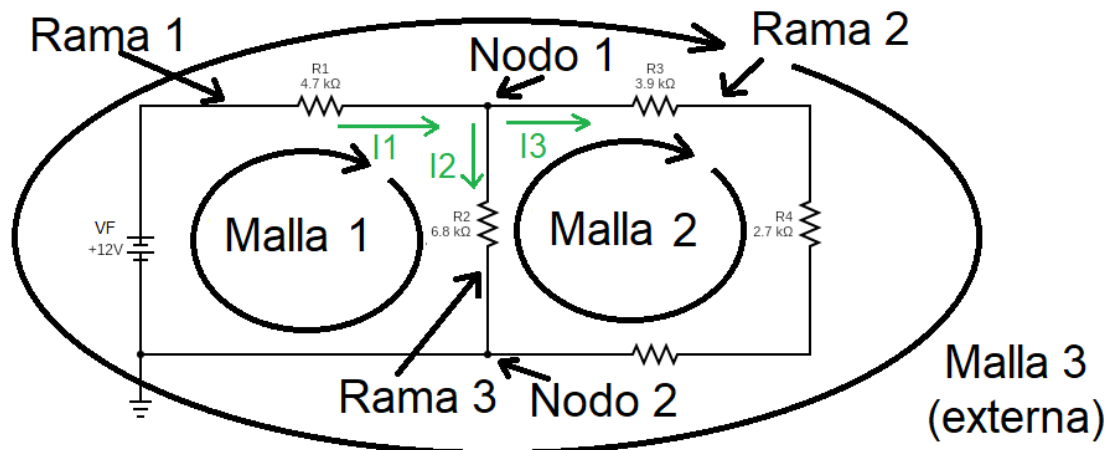


Dando la vuelta a la malla en el sentido indicado:

$$V1 - V2 - V3 = 0$$

Nodo

Es el punto de unión entre 3 o más ramas. La suma de las corrientes entrantes a un nodo debe ser igual a la suma de todas las corrientes salientes (Ley de Kirchhoff de los nodos).



En el nodo 1 se cumple que

$$I_1 = I_2 + I_3$$

Lo mismo se puede plantear en el nodo 2, sin embargo, con escribirlo una vez alcanza. En general, hay que escribir una ecuación de nodo menos que el número de nodos.

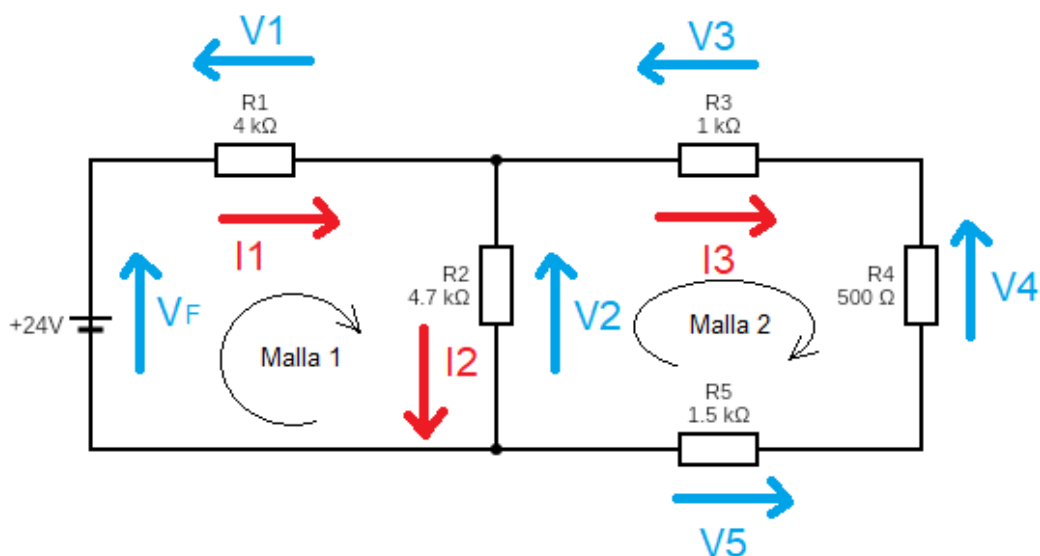
El objetivo de plantear las ecuaciones de mallas y nodos es el de tener un sistema de ecuaciones que permita encontrar todas las corrientes y tensiones.

Procedimiento para el cálculo de corrientes y tensiones

- 1) Dibujar el circuito
- 2) Ponerle las flechitas de tensiones y corrientes con sus respectivos nombres. El sentido de las corrientes y tensiones es arbitrario. Es importante mantener ese sentido hasta el final, sin cambiarlo en el medio del procedimiento. Si al terminar todos los cálculos alguna tensión o corriente dio negativa, significa que el sentido es el opuesto al dibujado.
- 3) Plantear, en cada nodo, las ecuaciones de los nodos.
- 4) Elegir un sentido de circulación de la malla y plantear, en cada malla, las ecuaciones de mallas. Es conveniente dibujar el sentido de circulación.
- 5) Resolver el sistema de ecuaciones.

Ejemplo:

Hallar la tensión y la corriente en cada resistencia del siguiente circuito.



En la malla 1:

$$\begin{aligned}V_F &= V_1 + V_2 \\V_1 &= I_1 \cdot R_1 \\V_2 &= I_2 \cdot R_2 \\V_F &= I_1 \cdot R_1 + I_2 \cdot R_2\end{aligned}\quad \text{Ecuación 1}$$

En la malla 2:

$$\begin{aligned}0 &= V_2 - V_3 - V_4 - V_5 \\V_2 &= I_2 \cdot R_2 \\V_3 &= I_3 \cdot R_3 \\V_4 &= I_3 \cdot R_4 \\V_5 &= I_3 \cdot R_5 \\0 &= I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot R_3 - I_3 \cdot R_4 - I_3 \cdot R_5 \\0 &= I_2 \cdot R_2 - I_3 \cdot (R_3 + R_4 + R_5)\end{aligned}\quad \text{Ecuación 2}$$

Luego de aplicar la primera ley de Kirchoff o, suma de tensiones en una malla, tenemos dos ecuaciones y tres incógnitas. Las incógnitas son I_1 , I_2 e I_3 .

La tercera ecuación es la de suma de corrientes en un nodo o segunda ley de Kirchoff:

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0 \quad \text{Ecuación 3}$$

Ahora que tenemos todas las ecuaciones. El sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas es el formado por las ecuaciones 1, 2 y 3. Para resolverlo, lo vamos a transformar en un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas al eliminar la corriente I_2 . Entonces, luego de despejar la Ecuación 3, reemplazamos I_2 en las ecuaciones 1 y 2:

De la ecuación 3:

$$I_2 = I_1 - I_3$$

Reemplazando en la Ecuación 1:

$$\begin{aligned}V_F &= I_1 \cdot R_1 + (I_1 - I_3) \cdot R_2 \\V_F &= I_1 \cdot (R_1 + R_2) - I_3 \cdot R_2\end{aligned}\quad \text{Ecuación 4}$$

Reemplazando en la Ecuación 2:

$$\begin{aligned}0 &= (I_1 - I_3) \cdot R_2 - I_3 \cdot (R_3 + R_4 + R_5) \\0 &= I_1 \cdot R_2 - I_3 \cdot (R_2 + R_3 + R_4 + R_5)\end{aligned}\quad \text{Ecuación 5}$$

Las ecuaciones 4 y 5 son un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas. Reemplazamos por los valores de los datos y lo resolvemos.

$$\begin{aligned}
 24 \text{ V} &= I_1 \cdot (4 \text{ K}\Omega + 4,7 \text{ K}\Omega) - I_3 \cdot (4,7 \text{ K}\Omega) \\
 24 &= 8,7 \cdot I_1 - 4,7 \cdot I_3 \\
 0 \text{ V} &= I_1 \cdot 4,7 \text{ K}\Omega - I_3 \cdot (4,7 \text{ K}\Omega + 1 \text{ K}\Omega + 0,5 \text{ K}\Omega + 1,5 \text{ K}\Omega) \\
 0 &= 4,7 \cdot I_1 - 7,7 \cdot I_3
 \end{aligned}$$

Queda por resolver el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{aligned}
 24 &= 8,7 \cdot I_1 - 4,7 \cdot I_3 \\
 0 &= 4,7 \cdot I_1 - 7,7 \cdot I_3
 \end{aligned}$$

Podemos resolverlo por varios métodos: sustitución, igualación, sumas y restas, Cramer, Gauss, etc.

El resultado es:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= 4,1 \text{ mA} \\
 I_3 &= 2,5 \text{ mA}
 \end{aligned}$$

Recordemos que $I_2 = I_1 - I_3$

$$I_2 = 1,6 \text{ mA}$$

Ahora que conocemos las corrientes, las tensiones en cada resistencia, las obtenemos aplicando la Ley de Ohm ($V = I \cdot R$) y recordemos que $\text{mA} \cdot \text{K}\Omega = \text{V}$

Resistencia	R1	R2	R3	R4	R5
Corriente mA	4,1 mA	1,6 mA	2,5 mA	2,5 mA	2,5 mA
Tensión V	16,4 V	7,52 V	2,5 V	1,25 V	3,75 V

De este ejemplo podemos obtener una conclusión importante, que nos va a facilitar el planteo de ecuaciones, las que obtendremos por simple inspección del circuito.

Observemos las ecuaciones 4 y 5 y el circuito.

$$V_F = I_1 \cdot (R_1 + R_2) - I_3 \cdot R_2 \quad \text{Ecuación 4}$$

$$0 = I_1 \cdot R_2 - I_3 \cdot (R_2 + R_3 + R_4 + R_5) \quad \text{Ecuación 5}$$

En la ecuación 4 o ecuación de la malla 1:

Sólo hay una fuente de tensión (V_F). Va a la izquierda del signo =.

La corriente I_1 pasa por las resistencias R_1 y R_2 . Planteamos la ley de Ohm en el primer término: $I_1 \cdot (R_1 + R_2)$. Con signo positivo porque son caídas de tensión, de acuerdo a como circulamos por la malla.

La corriente I_3 pasa por R_2 en sentido contrario a I_1 . Planteamos la ley de Ohm en el segundo término: $- I_3 \cdot R_2$. Con signo negativo por ser subidas de tensión, de acuerdo a como circulamos por la malla.

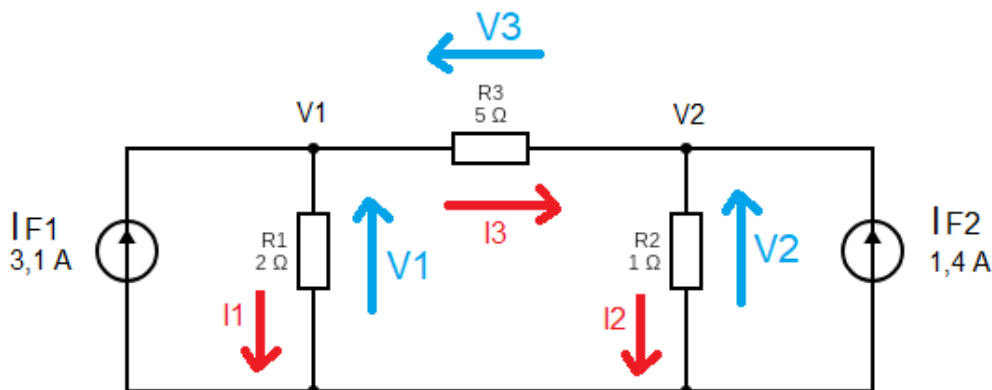
En la ecuación 5 o ecuación de la malla 2:

No hay fuentes de tensión. Ponemos 0 a la izquierda del signo =.

La corriente I_3 pasa por las resistencias R_2 , R_3 , R_4 y R_5 . Planteamos la ley de Ohm en el término de la derecha: $I_3 \cdot (R_2 + R_3 + R_4 + R_5)$. Dado que de acuerdo a como circulamos por la malla, son caídas de tensión, lo escribimos con signo positivo.

La corriente I_1 pasa por R_2 y lo hace en sentido opuesto a I_3 . Planteamos la ley de Ohm en el primer término con signo opuesto al anterior por ser una subida de tensión: $- I_1 \cdot R_2$

Ejemplo 2



En el nodo V_1 :

$$I_{F1} - I_1 - I_3 = 0$$

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{V_1 - V_2}{R_3}$$

Reemplazando:

$$I_{F1} = V_1 \cdot \frac{1}{R_1} + (V_1 - V_2) \cdot \frac{1}{R_3} = V_1 \cdot \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_3} \right) - V_2 \cdot \frac{1}{R_3}$$

En el nodo V2:

$$I_{F2} + I_3 - I_2 = 0$$

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{R_3}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2}$$

$$I_{F2} = V_2 \cdot \frac{1}{R_2} - (V_1 - V_2) \cdot \frac{1}{R_3} = -V_1 \cdot \frac{1}{R_3} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right)$$

Reemplazando por los datos:

$$3,1 \text{ A} = V_1 \cdot \left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{5\Omega} \right) - V_2 \cdot \frac{1}{5\Omega}$$

$$1,4 \text{ A} = -V_1 \cdot \frac{1}{5\Omega} + V_2 \cdot \left(\frac{1}{1\Omega} + \frac{1}{5\Omega} \right)$$

Nos queda el siguiente sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$3,1 = 0,7 V_1 - 0,2 V_2$$

$$1,4 = -0,2 V_1 + 1,2 V_2$$

La solución es:

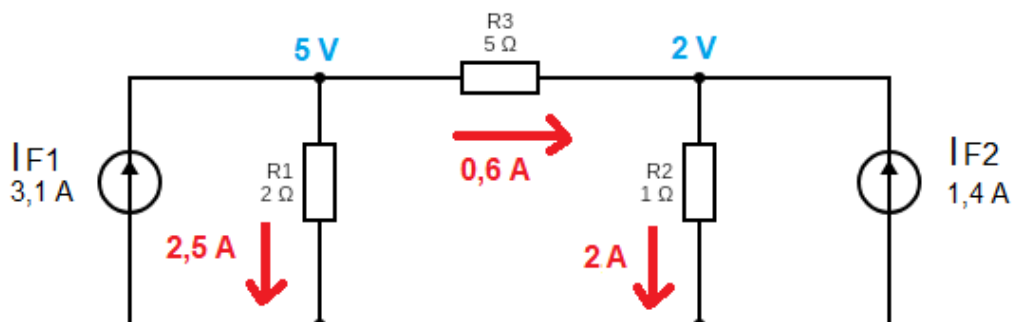
$$V_1 = 5 \text{ V}$$

$$V_2 = 2 \text{ V}$$

$$V_3 = V_1 - V_2 = 3 \text{ V}$$

Las corrientes en cada resistencia las obtenemos por ley de Ohm.

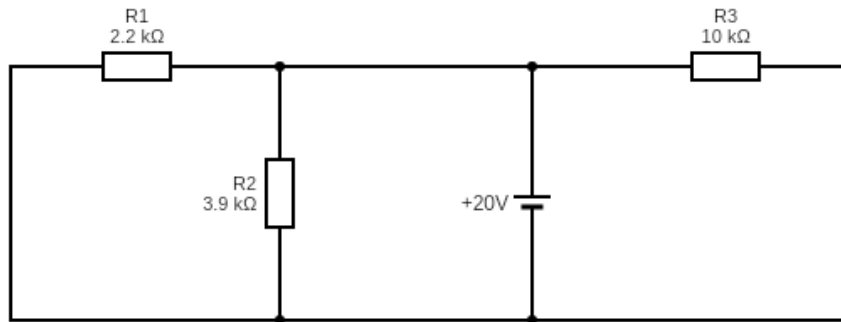
Resistencia	R1	R2	R3
Corriente mA	2,5 A	2 A	0,6 A
Tensión V	5 V	2 V	3 V



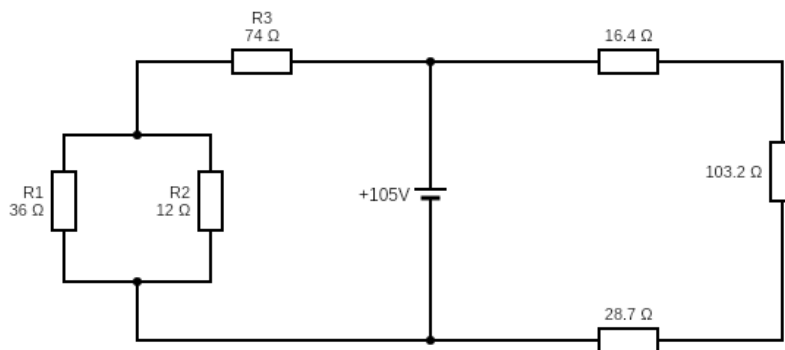
Ejercicio N°1

Para los siguientes circuitos hallar las corrientes y tensiones en todas las resistencias.

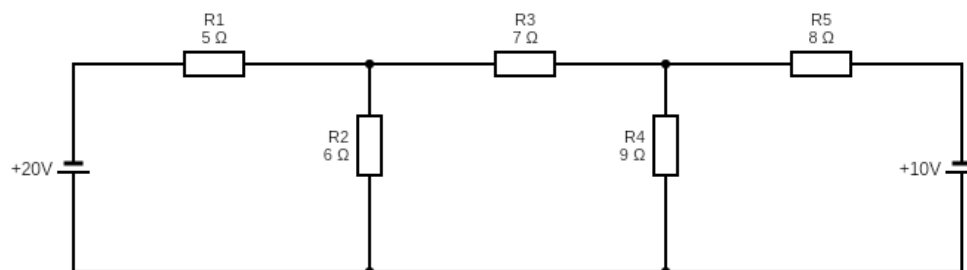
a)



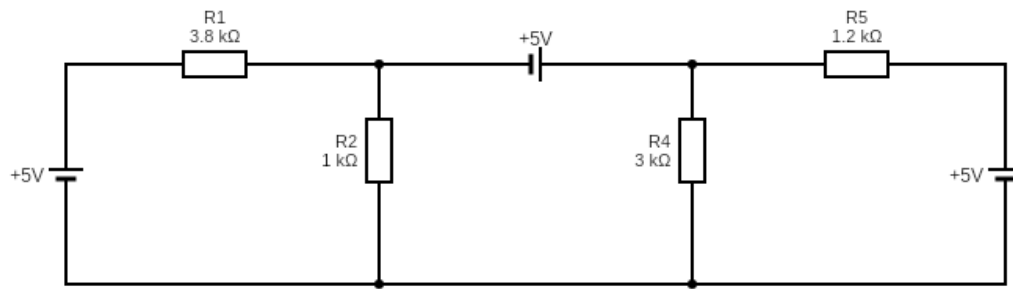
b)



c)



d)



Para seguir aprendiendo:

Ejercicio N° 2

Observe el ejemplo resuelto en la página 16 del apunte "Métodos de análisis de circuitos eléctricos en CC y CA" de la Universidad Nacional de Mar del Plata que se puede bajar de:

http://www3.fi.mdp.edu.ar/dtoelectrica/files/electrotecnia/e_im_6_metodos_de_analisis_de_circuitos_en_cc_y_ca.pdf



Es un ejemplo de aplicación del método de mallas.

- En la ecuación de la malla en la que circula I_1 se plantea el término $(I_1 - I_2) \cdot 10$. ¿Por qué I_2 tiene signo negativo?
- ¿Cuántas y cuáles son las incógnitas?
- ¿Se dan los valores de los capacitores e inductores y la frecuencia para obtener las reactancias?
- ¿De qué valor es el capacitor si la frecuencia es de 50Hz?

A modo de cierre de esta guía

Compartí ejercitaciones con tus compañeras y compañeros. Busquen otros ejercicios similares. Anoten dudas, aquello que les da una idea que no está bien hecho o que tienen dudas. Consulten. Recuerden que aprender también incluye practicar.