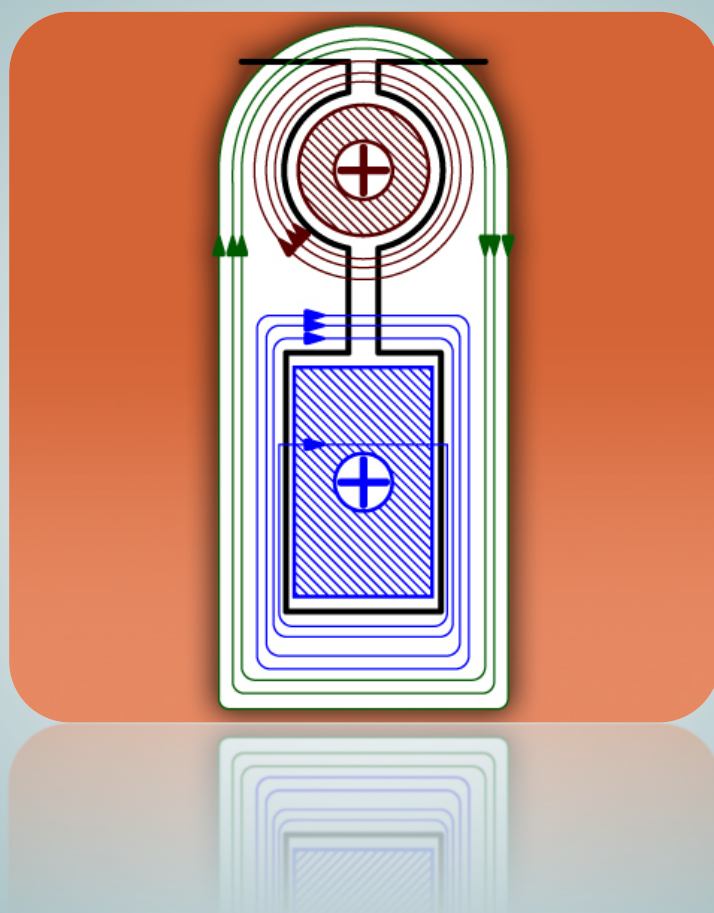


Máquinas Eléctricas II

Fundamentos de circuitos eléctricos de
corriente alterna mono y trifásica



Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

OBSERVACIONES SOBRE LA NOMENCLATURA

En este texto, siguiendo la nomenclatura habitual en Electrotecnia, se ha utilizado la letra “j” para designar a la unidad imaginaria, $\sqrt{-1}$, en los números complejos. En muchos textos matemáticos el lector puede observar que se emplea la letra “i” para designar a $\sqrt{-1}$.

© 2013, Miguel Angel Rodríguez Pozueta
Universidad de Cantabria (España)
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.



Está permitida la reproducción total o parcial de este documento bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Unported que incluye, entre otras, la condición inexcusable de citar su autoría (Miguel Angel Rodríguez Pozueta - Universidad de Cantabria) y su carácter gratuito.

Puede encontrar más documentación gratuita en la página web del autor:

<http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm>

ÍNDICE

CORRIENTE ALTERNA MONO Y TRIFÁSICA

I. CORRIENTE ALTERNA MONOFÁSICA

Conceptos básicos	1
Magnitudes básicas	2
Elementos pasivos	3
Generadores o fuentes	3
Topología de redes	7
Acoplamiento de resistencias	8
Magnitudes alternas	9
Representación fasorial	10
Comportamiento de los elementos pasivos en c.a. Resistencia.	
Inductancia. Condensador. Circuito serie R-L-C. Impedancia	13
La potencia en corriente alterna	15
Los tres significados del ángulo ϕ	16
Mejora del factor de potencia	17

II. CORRIENTE ALTERNA TRIFÁSICA EQUILIBRADA

Circuito trifásico independiente	18
Sistema trifásico equilibrado	18
Conexión estrella equilibrada	20
Conexión triángulo equilibrado	21
Expresión fasorial de las tensiones y corrientes de sistemas trifásicos equilibrados	23
La potencia en sistemas trifásicos equilibrados	24
Mejora del factor de potencia en trifásica	25
Medida de la potencia en trifásica. Método de los dos vatímetros	26
Ventajas de la c.a. trifásica frente a la monofásica	26

ANEXO: RESUMEN DE POTENCIA EN C.A. MONOFÁSICA	27
---	--------------------

Los números de página de este índice actúan como hiperenlaces a las páginas correspondientes

CONCEPTOS BÁSICOS

Convenios de signos para tensiones y corrientes en generadores y receptores

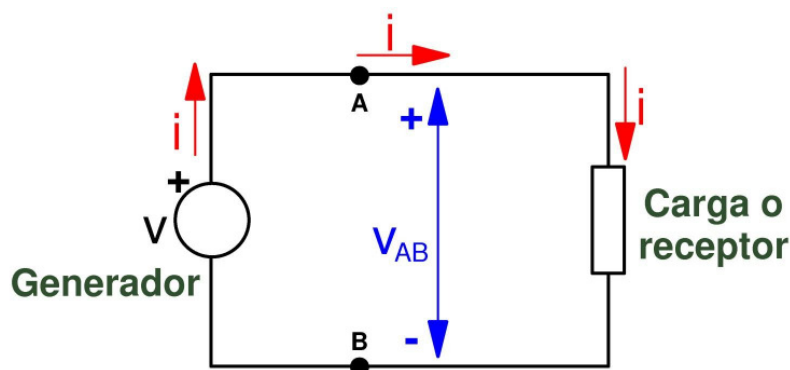


Fig. 1: Circuito básico de corriente alterna

en la Fig. 1. Esto es, se utilizan estos convenios de signos para tensiones y corrientes:

- En los receptores o cargas la corriente es debida a la acción del campo eléctrico y se dirige desde el lado de mayor potencial eléctrico al de menor. Es decir, del lado del signo + al lado del signo - de la tensión.
- En los generadores o fuentes la corriente debe ser impulsada contra el campo eléctrico para cerrar su recorrido a través del circuito. Esto se realiza a expensas de una energía de otro tipo -mecánica, química, etc.- que es absorbida por el generador para transformarla en energía eléctrica. Esto hace que en el interior de los generadores la corriente vaya desde del lado del signo - al lado del signo + de la tensión.

¹ En este texto el término *carga* tiene dos significados completamente distintos y el lector deberá establecer cuál es el significado correcto según el contexto en el que se utilice:

- Por un lado, las *cargas* eléctricas (positivas y negativas) son las creadoras de los campos eléctricos y también sobre las que estos campos ejercen fuerzas.
- Por otro lado, en una instalación o en un circuito eléctrico se denominan *cargas o receptores* eléctricos a aquellos elementos que consumen potencia eléctrica.

Fuerza electromotriz (f.e.m.)

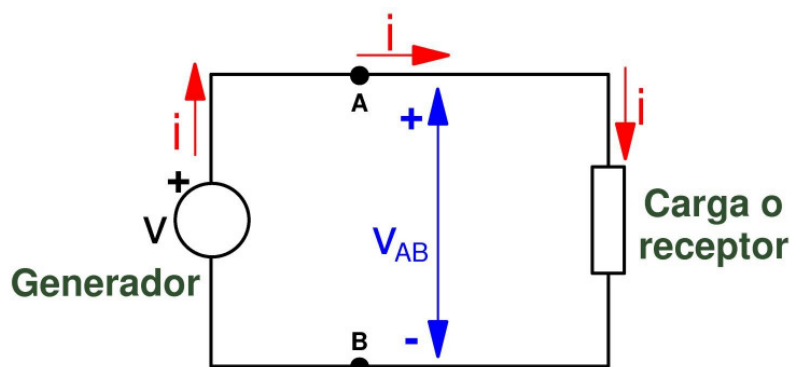


Fig. 1: Circuito básico de corriente alterna

En la Fig. 1 se muestra un circuito eléctrico elemental. En él la diferencia de potencial v_{AB} provoca que por fuera del generador se produzca un movimiento de cargas eléctricas positivas (en teoría de circuitos se supone que la corriente eléctrica es el movimiento de cargas positivas) desde el extremo A, de mayor tensión, al extremo B, de menor tensión. Pero, para poder mantener una corriente i en el circuito es preciso que en el interior del generador las cargas positivas se muevan desde B hacia A.

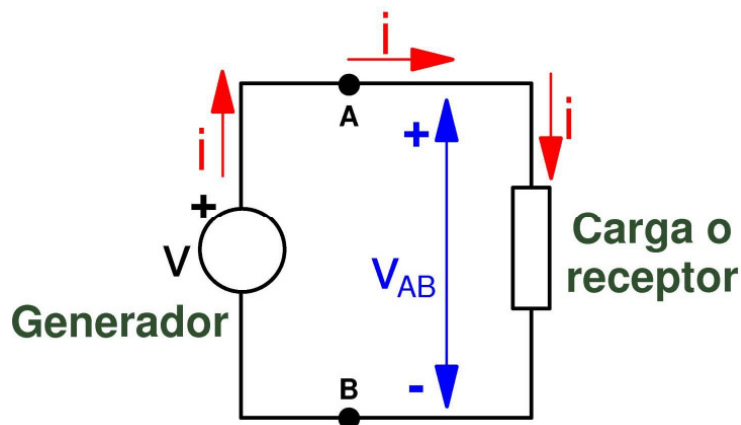
Para ello es necesario que en el generador se aporte una energía externa que se va a transformar en energía eléctrica; es decir, la energía que se

introduce al generador se aporta a las cargas positivas que son empujadas de B a A. Esto hace que el extremo A se cargue positivamente y el B negativamente, lo que permite mantener la tensión v_{AB} que empujará otra vez las cargas desde A a B por fuera del generador.

A la energía por unidad de carga suministrada por el generador se le denomina **fuerza electromotriz (f.e.m.)** y se mide en *voltios*. La f.e.m. de un generador tiene el mismo valor que la tensión entre sus bornes (v_{AB}) cuando no circula corriente ($i = 0$); es decir, cuando el generador se encuentra en circuito abierto.

Nótese que la f.e.m., a pesar de su nombre, no es una fuerza sino una energía (por unidad de carga).

MAGNITUDES BÁSICAS (1)



Convenio de signos:

- En el interior de una carga (o receptor) la corriente circula desde el punto de mayor tensión al de menor tensión eléctrica.
- En el interior de un generador la corriente circula desde el punto de menor tensión al de mayor tensión eléctrica.

Intensidad de corriente, i:

- Variación de carga con el tiempo en la sección transversal del conductor:

$$i = \frac{d q}{d t}$$

Se mide en *Amperios*

Tensión o diferencia de potencial entre A y B, V_AB

- Trabajo realizado por el campo eléctrico para mover la unidad de carga positiva desde A hasta B:

$$V_{AB} = \frac{d w_{AB}}{d q}$$

Se mide en *Voltios*

MAGNITUDES BÁSICAS (2)

Potencia eléctrica, p:

- Trabajo realizado por unidad de tiempo:

$$p = \frac{d w_{AB}}{d t} = \frac{d w_{AB}}{d q} \cdot \frac{d q}{d t}$$

$$p = v \cdot i$$

En una carga o receptor:

$p > 0$: potencia consumida

$p < 0$: potencia generada

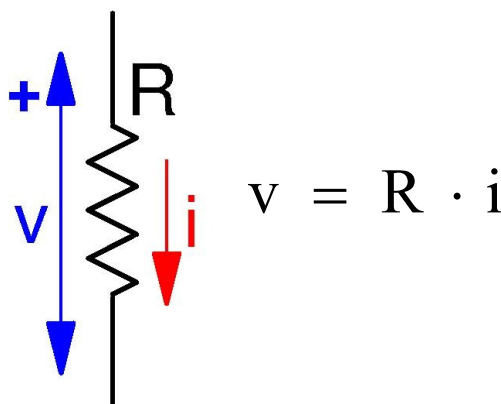
En un generador:

$p > 0$: potencia generada

$p < 0$: potencia consumida

Ley de Ohm:

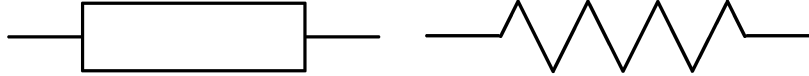
En una resistencia la tensión y la corriente están relacionadas por esta ley:



ELEMENTOS PASIVOS

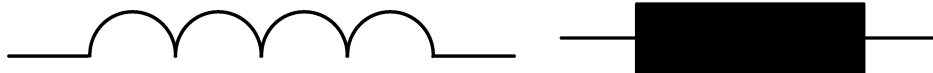
- * Un elemento pasivo es un elemento que disipa o almacena energía eléctrica, pero no la genera.
- * Los elementos pasivos son los receptores o cargas de un circuito eléctrico.
- * Hay tres tipos de elementos pasivos:

- **Resistencia**: Disipa energía eléctrica. Se representan por los símbolos siguientes (se prefiere el primero, que también se usará más adelante para representar impedancias).



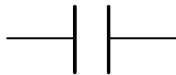
Se caracteriza por su resistencia R.

- **Bobina o inductancia**: Almacena energía magnética. Se representa mediante los símbolos siguientes (se prefiere el primer símbolo):



Se caracteriza por su coeficiente de autoinducción o inductancia L.

- **Condensador**: Almacena energía eléctrica. Su símbolo es:

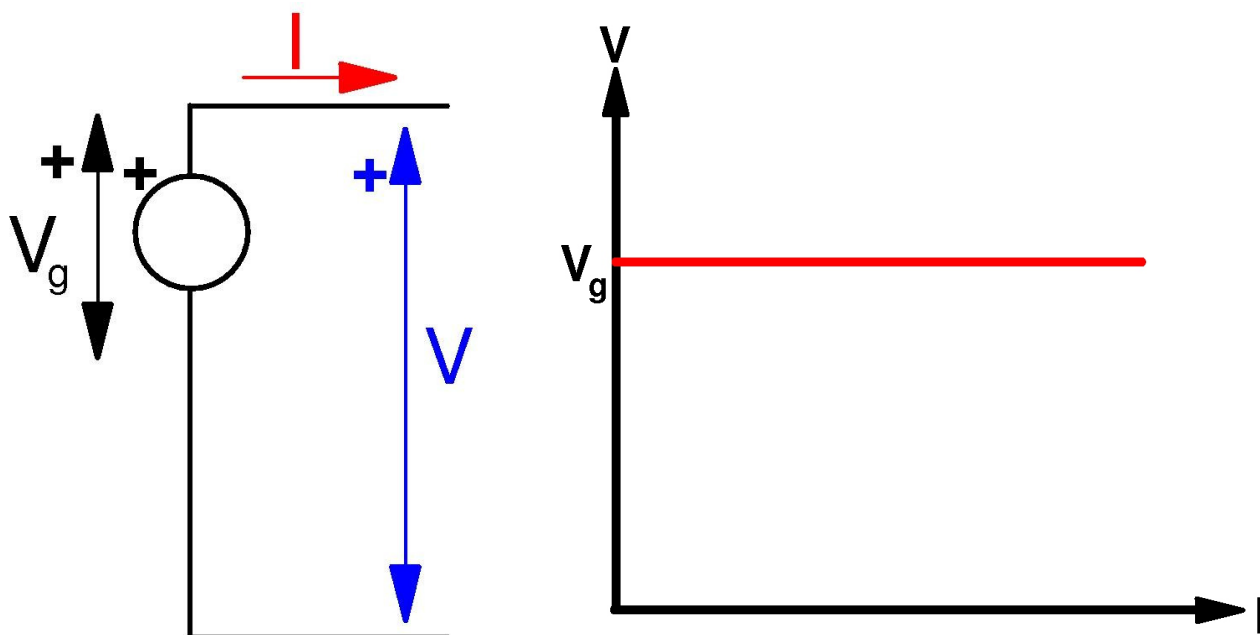


Se caracteriza por su capacidad C.

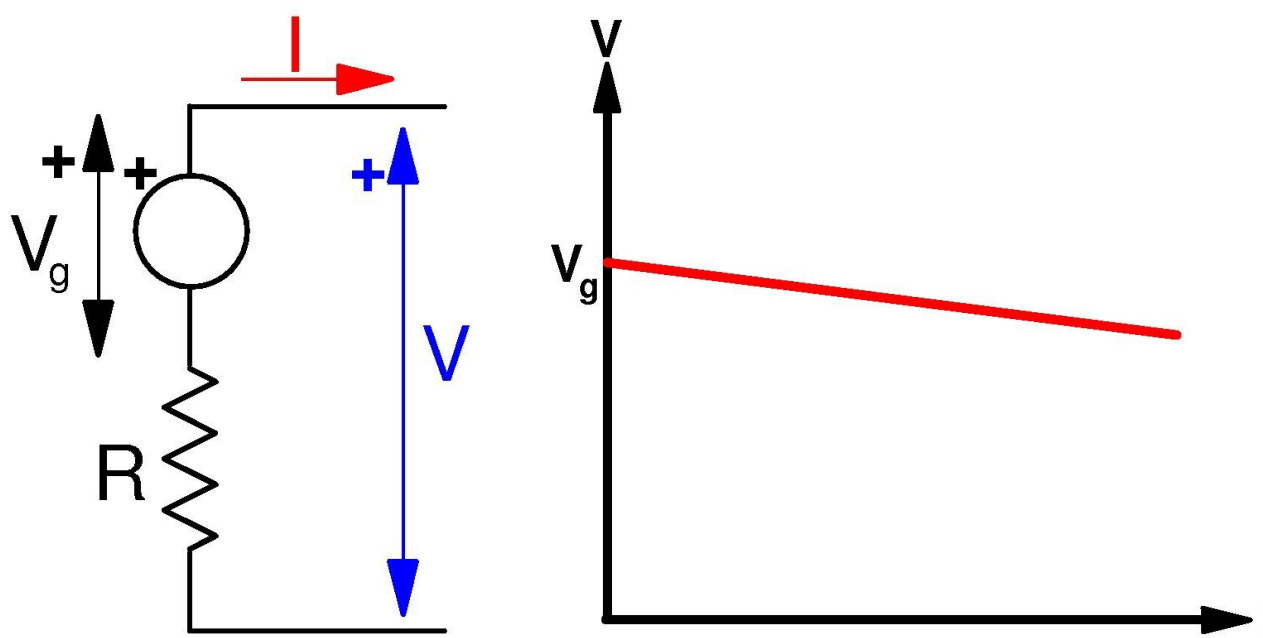
GENERADORES O FUENTES

- * Un generador o fuentes es un elemento que suministra energía eléctrica a un circuito. Un generador convierte otro tipo de energía en energía eléctrica.
- * Un generador de tensión es un generador que proporciona energía eléctrica a una determinada tensión. La corriente dependerá de la carga que alimente.
 - Generador de tensión ideal: Su tensión en bornes es independiente de la corriente.
 - Generador de tensión real: Su tensión en bornes depende de la corriente.
- * Un generador de corriente es un generador que proporciona energía eléctrica con una determinada corriente. La tensión dependerá de la carga que alimente.
 - Generador de corriente ideal: La corriente que suministra es independiente de la tensión en bornes.
 - Generador de corriente real: La corriente que suministra depende de la tensión en bornes.

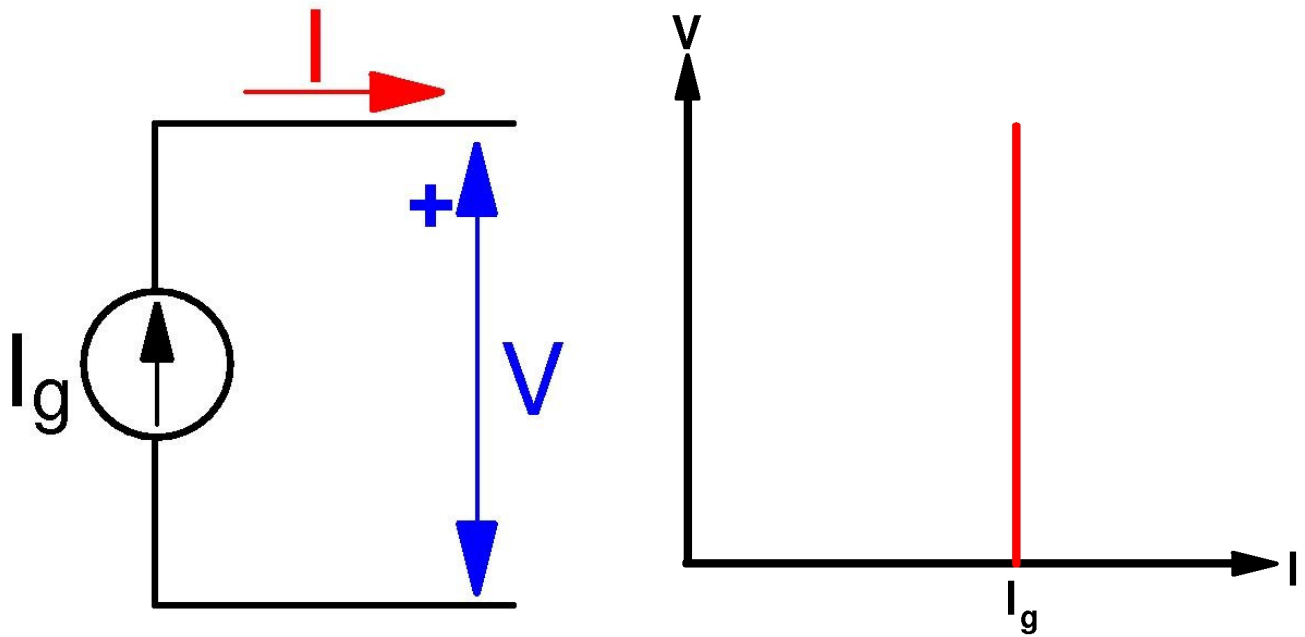
GENERADOR DE TENSIÓN IDEAL DE C.C.



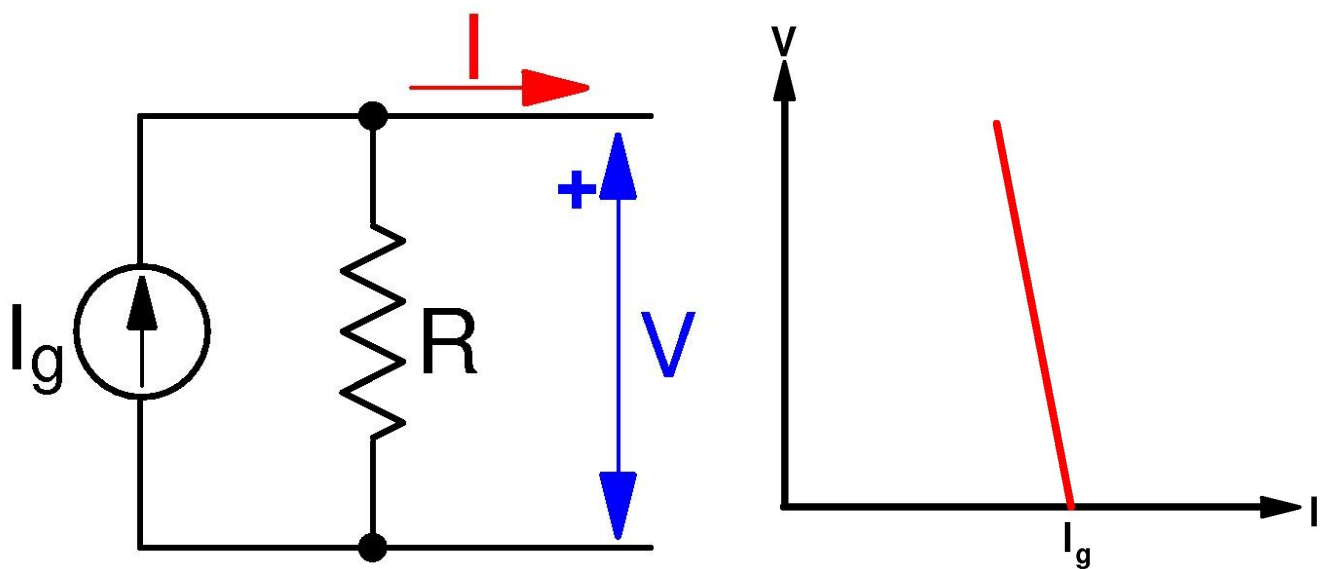
GENERADOR DE TENSIÓN REAL DE C.C.



GENERADOR DE CORRIENTE IDEAL DE C.C.



GENERADOR DE CORRIENTE REAL DE C.C.



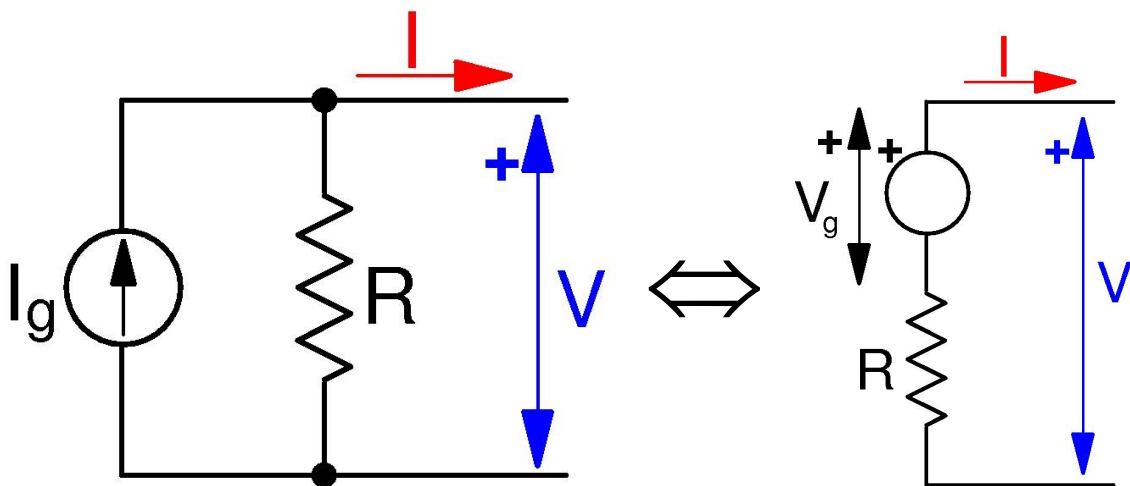
EQUIVALENCIA DE GENERADORES

- * Un generador de corriente ideal no se puede sustituir por uno de tensión equivalente.

Un generador de tensión ideal no se puede sustituir por uno de corriente equivalente.

- * Un generador de corriente real se puede sustituir por uno de tensión equivalente sin que el resto del circuito note la diferencia.
- * Un generador de tensión real se puede sustituir por uno de corriente equivalente sin que el resto del circuito note la diferencia.

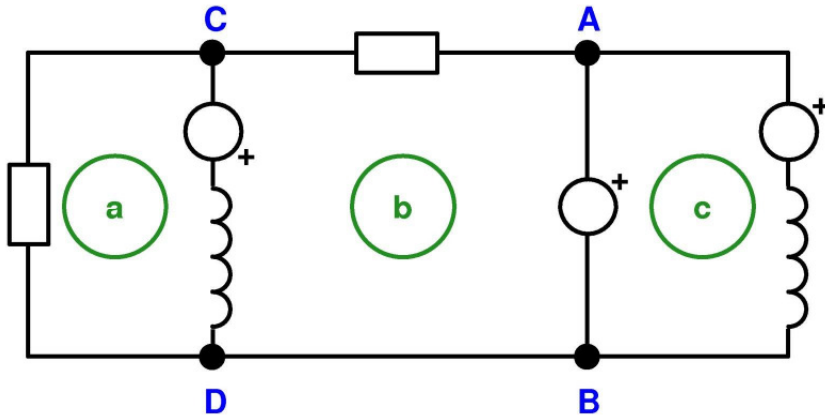
EQUIVALENCIA DE GENERADORES REALES EN C.C.



La misma resistencia R en los dos generadores equivalentes.

$$V_g = R \cdot I_g \rightarrow I_g = \frac{V_g}{R}$$

TOPOLOGÍA DE REDES



Nudo: Punto de unión de 3 o más elementos (A, B, C, ...)

Rama: Elemento o grupo de elementos entre 2 nudos

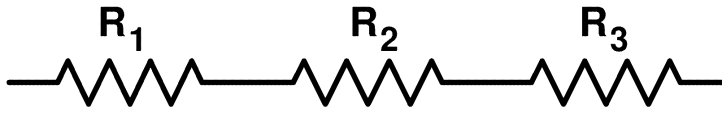
Red plana: La que se puede dibujar en un plano sin que se cruce ninguna rama.

Lazo: Conjunto de ramas que forman una línea cerrada, de forma que si se quita una rama del lazo, el camino queda abierto.

Malla: Lazo que no contiene a otro en su interior (a, b, c, ...)

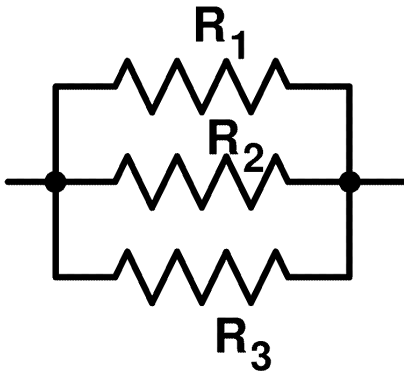
ACOPLAMIENTO DE RESISTENCIAS (1)

Serie:



$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

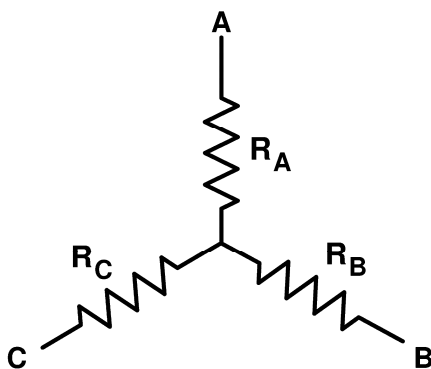
Paralelo:



$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

ACOPLAMIENTO DE RESISTENCIAS (2)

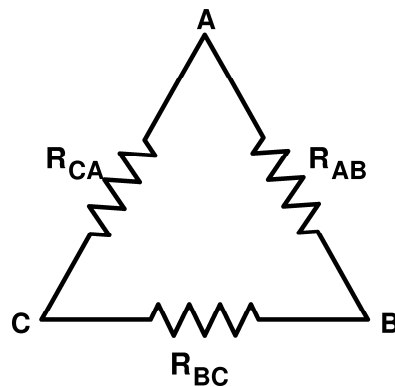
Estrella-Triángulo. Teorema de Kenelly



$$R_A = \frac{R_{CA} \cdot R_{AB}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_B = \frac{R_{AB} \cdot R_{BC}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$

$$R_C = \frac{R_{BC} \cdot R_{CA}}{R_{AB} + R_{BC} + R_{CA}}$$



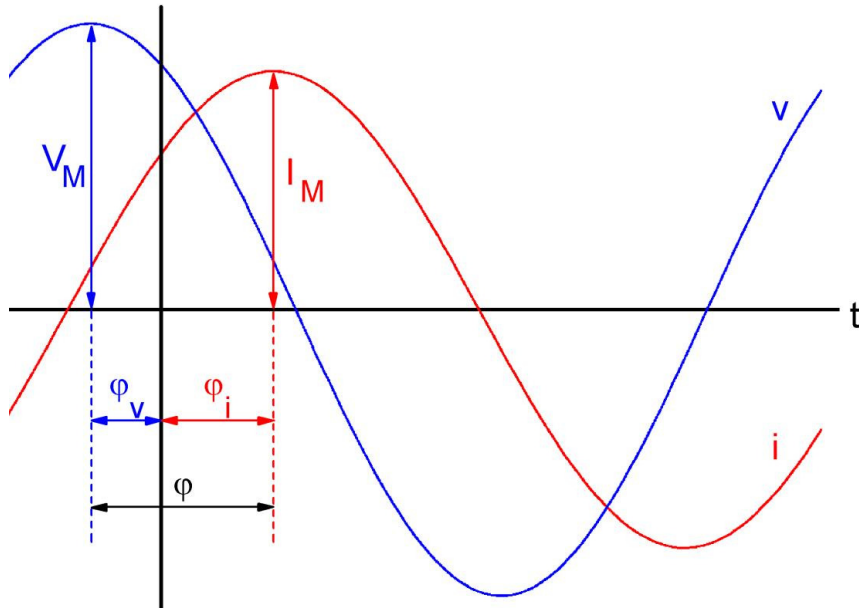
$$R_{AB} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_C}$$

$$R_{BC} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_A}$$

$$R_{CA} = \frac{R_A R_B + R_B R_C + R_C R_A}{R_B}$$

Si $R_{AB} = R_{BC} = R_{CA} = R_{\Delta}$, sucede que $R_A = R_B = R_C = R_{\lambda}$ y viceversa: $R_{\Delta} = 3 R_{\lambda}$

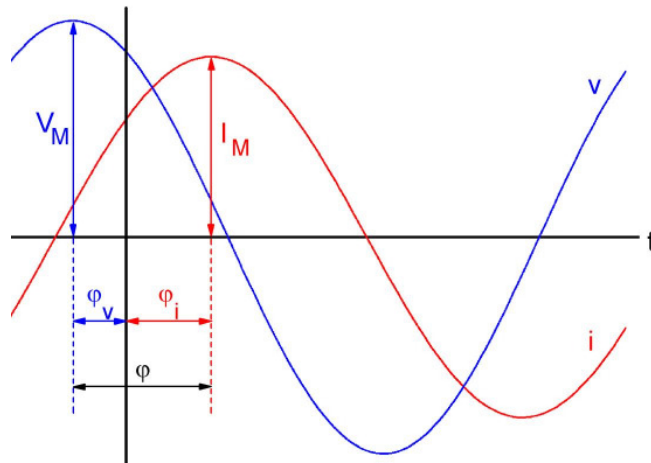
MAGNITUDES ALTERNAS



En esta figura: $\phi_v > 0$ ($= \pi/6$ rad) ; $\phi_i < 0$ ($= -\pi/4$ rad)

$$v = V_M \cos(\omega t + \phi_v) = V_M \cos(\omega t + \pi/6)$$

$$i = I_M \cos(\omega t + \phi_i) = I_M \cos(\omega t - \pi/4)$$



Desfase o diferencia de fase:

$$\phi = \phi_v - \phi_i = \pi/6 - (-\pi/4) = 5\pi/12 \text{ rad}$$

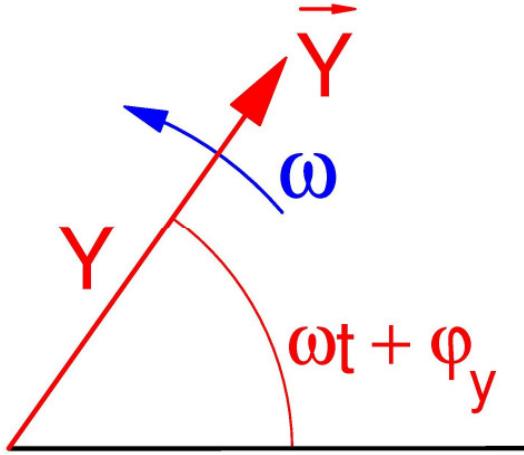
Pulsación: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f \text{ rad/s}$

Valor eficaz: $I = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt}$

(Por ser funciones senoidales: $V_M = \sqrt{2} V$; $I_M = \sqrt{2} I$)

REPRESENTACIÓN FASORIAL (1)

- Sea la magnitud sinusoidal: $y(t) = \sqrt{2} Y \cos(\omega t + \varphi_y)$
- A $y(t)$ se le puede asociar un vector $\vec{Y}$ que gira a la velocidad ω , denominado fasor temporal:



- El fasor $\vec{Y}$ tiene como módulo el valor eficaz Y de la magnitud sinusoidal $y(t)$ y su argumento en el instante inicial es φ_y .
- El fasor $\vec{Y}$ es un vector giratorio a la velocidad ω , igual a la pulsación de $y(t)$. Luego su argumento en el instante t vale $\omega t + \varphi_y$.
- En la figura se observa que la proyección horizontal del fasor $\vec{Y}$ es igual al valor instantáneo de $y(t)$ dividido por $\sqrt{2}$.

- Un fasor temporal es matemáticamente un vector, pero no representa a una magnitud vectorial en un instante dado, sino a una magnitud escalar que varía sinusoidalmente en el tiempo.

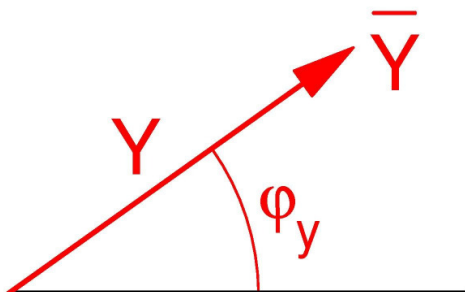
REPRESENTACIÓN FASORIAL (2)

- Para manipular el fasor $\vec{Y}$ se usarán números complejos:

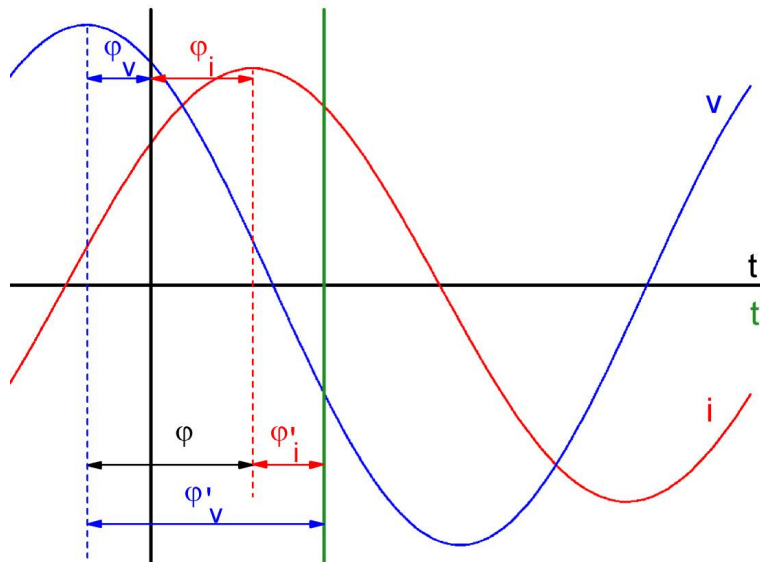
$$\vec{Y} = Y \left| \omega t + \varphi_y \right. = Y e^{j(\omega t + \varphi_y)} = \left(Y e^{j\varphi_y} \right) e^{j\omega t} = \bar{Y} e^{j\omega t} \quad (j = \sqrt{-1})$$

- Dado que en los circuitos de corriente alterna que se van a analizar todas las magnitudes tienen la misma pulsación ω , la cual se conoce a priori, para representar el fasor de una magnitud y , por consiguiente, su valor instantáneo, va a bastar con indicar la constante compleja $\bar{Y}$ del fasor temporal $\vec{Y}$:

$$\bar{Y} = Y \left| \varphi_y \right. = Y e^{j\varphi_y} = Y (\cos \varphi_y + j \sen \varphi_y)$$



- Nótese que $\bar{Y}$ es un vector fijo cuyo valor es igual al del fasor $\vec{Y}$ (vector giratorio) en el instante inicial.
- A veces al complejo $\bar{Y}$ se le denomina impropriadamente fasor.



Con la escala de tiempos t:

$$v = \sqrt{2} V \cos(\omega t + \phi_v)$$

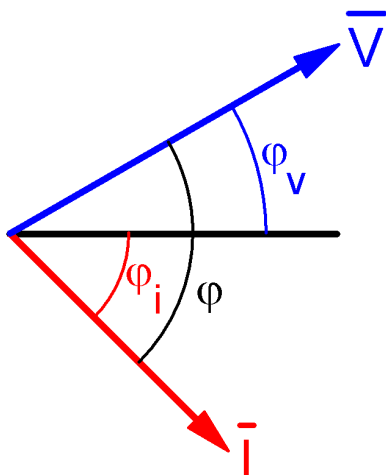
$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t + \phi_i) = \sqrt{2} I \cos(\omega t + (\phi_v - \phi))$$

Con la escala de tiempos t':

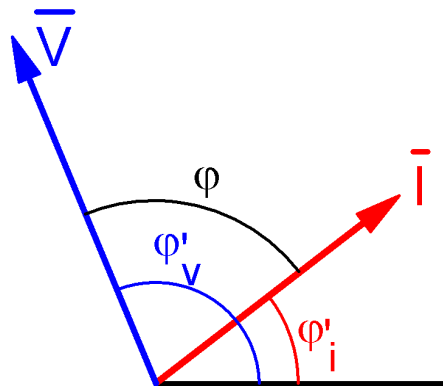
$$v = \sqrt{2} V \cos(\omega t' + \phi'_v)$$

$$i = \sqrt{2} I \cos(\omega t' + \phi'_i) = \sqrt{2} I \cos(\omega t' + (\phi'_v - \phi))$$

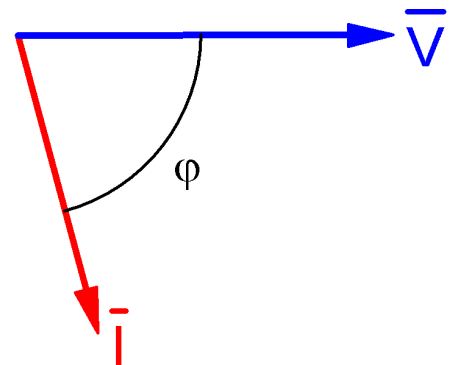
DIAGRAMAS FASORIALES



Con la escala de tiempos t



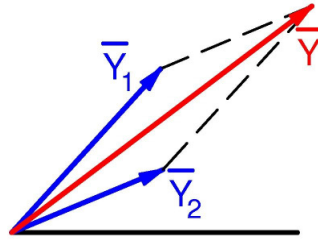
Con la escala de tiempos t'



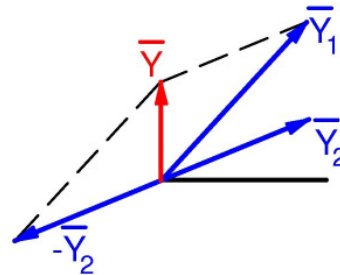
Usando $\bar{V}$ como referencia

PROPIEDADES DE LOS FASORES

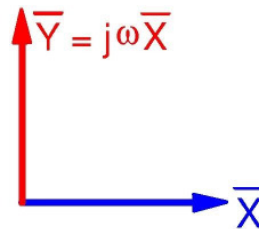
* $y = y_1 + y_2 \rightarrow \bar{Y} = \bar{Y}_1 + \bar{Y}_2$



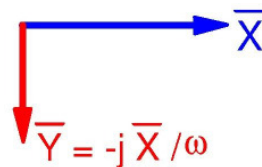
* $y = y_1 - y_2 \rightarrow \bar{Y} = \bar{Y}_1 - \bar{Y}_2$



* $y = \frac{dx}{dt} \rightarrow \bar{Y} = j\omega \bar{X}$



* $y = \int x dt \rightarrow \bar{Y} = \bar{X} / j\omega = -j\bar{X} / \omega$



* $y = kx \rightarrow \bar{Y} = k\bar{X}$

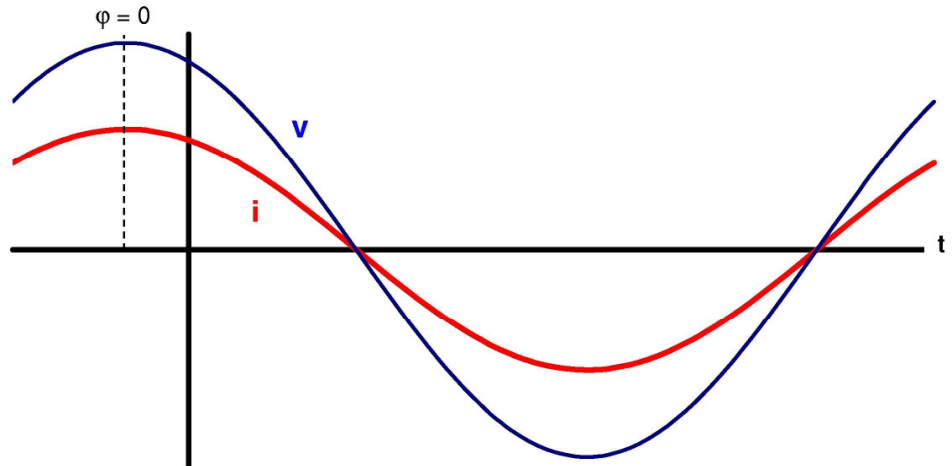
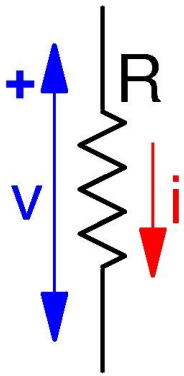


* $y = x / k \rightarrow \bar{Y} = \bar{X} / k$



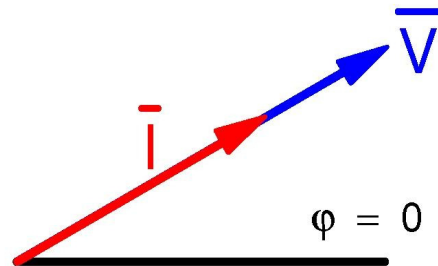
RESISTENCIA (R)

v e i están en fase ($\varphi = 0$):

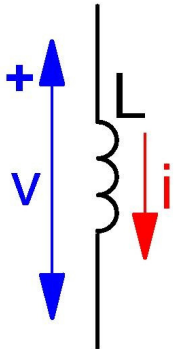


Ley de Ohm:

$$v = R \cdot i \rightarrow \boxed{\bar{V} = R \cdot \bar{I}}$$



INDUCTANCIA (L)



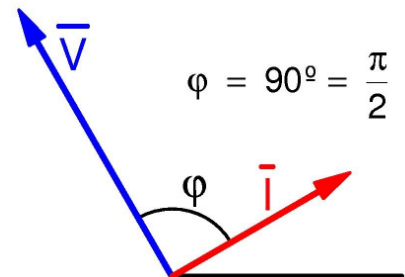
Cuando circula una corriente i por una bobina se genera un campo magnético que origina los flujos $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$ en sus espiras.

Los **enlaces de flujo** ψ de la bobina son

$$\psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_N \text{ (Wb)}$$

La **inductancia** L de la bobina es

$$L = \frac{\psi}{i} \text{ (H)}$$



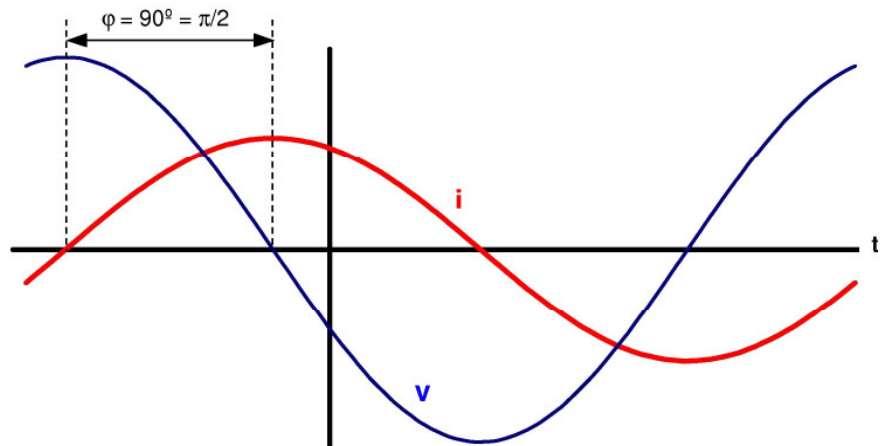
La corriente se retrasa 90° con respecto a la tensión:

Ley de Faraday:

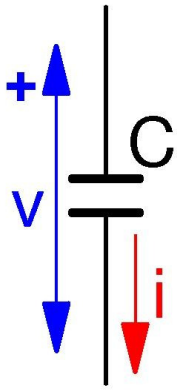
$$v = \frac{d\psi}{dt} \rightarrow v = L \cdot \frac{di}{dt}$$

$$\boxed{\bar{V} = X_L \cdot \bar{I} = j X_L \bar{I}}$$

$X_L = \omega L$: **Reactancia inductiva (Ω)**



CONDENSADOR (C)



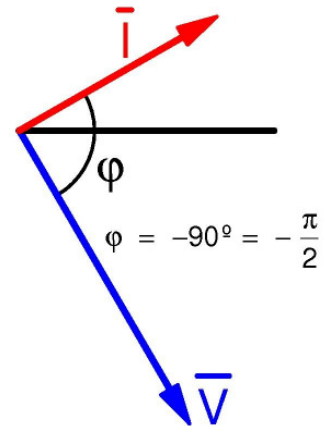
La **capacidad C** de un condensador es

$$C = \frac{q}{v} \text{ (F)}$$

Luego:

$$i = \frac{dq}{dt} \rightarrow q = \int i dt$$

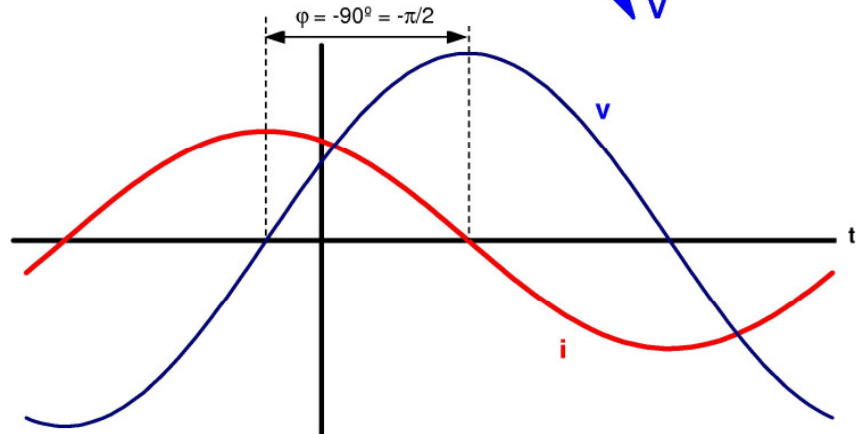
$$v = \frac{q}{C} = \frac{1}{C} \int i dt$$



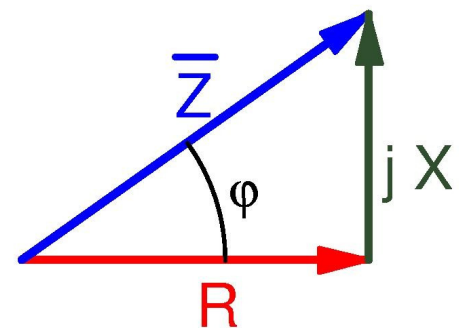
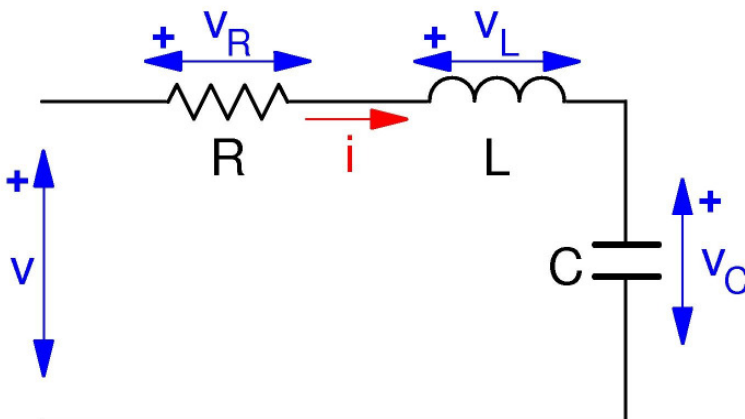
La corriente se adelanta 90° con respecto a la tensión:

$$\bar{V} = X_C \cdot \bar{I} = -j X_C \bar{I}$$

$X_C = 1/\omega C$: Reactancia capacitiva (Ω)



CIRCUITO SERIE R - L - C



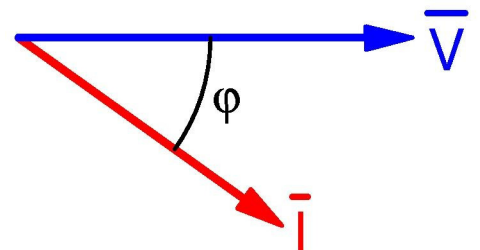
$$v = v_R + v_L + v_C \rightarrow \bar{V} = \bar{V}_R + \bar{V}_L + \bar{V}_C$$

$$\bar{V} = \bar{I} [R + j\omega L - j/\omega C] = \bar{I} \bar{Z} \quad \text{(Ley de Ohm en c.a.)}$$

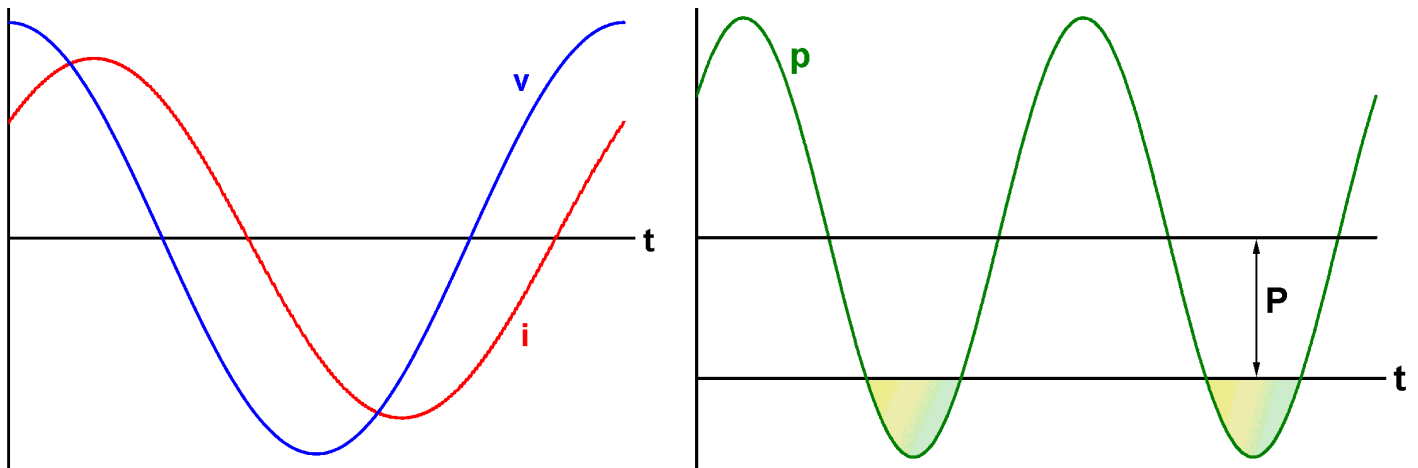
Impedancia: $\bar{Z} = R + \bar{X} = R + jX = Z \angle \varphi \text{ (}\Omega\text{)}$

Reactancia: $\bar{X} = jX = \bar{X}_L + \bar{X}_C = j \left[\omega L - \frac{1}{\omega C} \right] \text{ (}\Omega\text{)}$

Admitancia: $\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} \text{ (siemens, mho, } \Omega^{-1}\text{)}$



LA POTENCIA EN CORRIENTE ALTERNA (1)

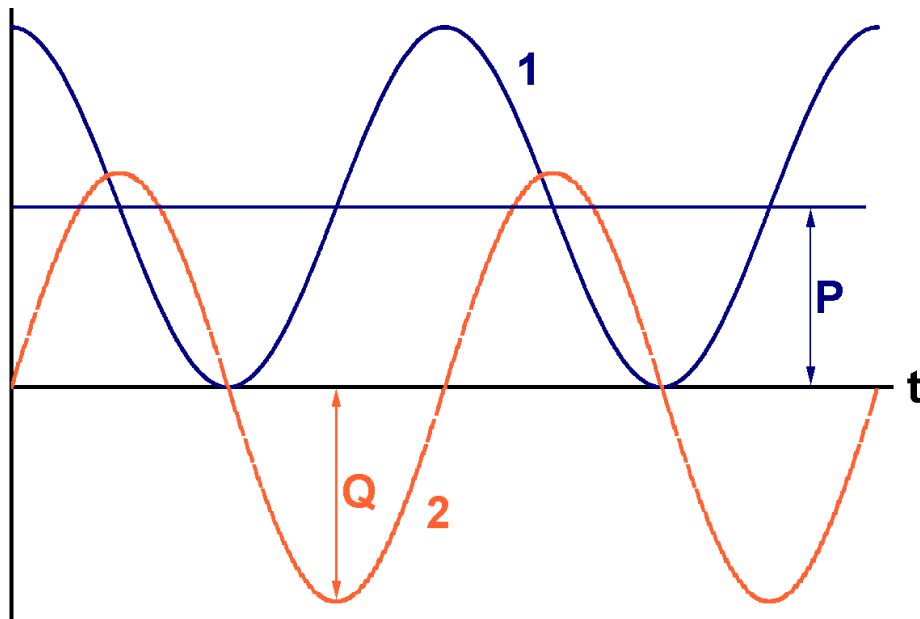


$$v = \sqrt{2} V \cos \omega t ; i = \sqrt{2} I \cos (\omega t - \varphi)$$

$$p = v \cdot i = P + V I \cos (2 \omega t - \varphi)$$

$$P = V I \cos \varphi = \text{Potencia activa (W, kW)}$$

LA POTENCIA EN CORRIENTE ALTERNA (2)



$$P = V I \cos \varphi: \text{Potencia activa (W, kW)} ; Q = V I \sin \varphi: \text{Potencia Reactiva (var, kvar)}$$

(Q > 0 en inductancias; Q < 0 en capacidades)

$$p = [P (1 + \cos 2 \omega t)] + [Q \text{ sen } 2 \omega t] =$$

= potencia activa instantánea (1) + potencia reactiva instantánea (2)

LA POTENCIA EN CORRIENTE ALTERNA (3)

POTENCIA ACTIVA: $P = V I \cos \varphi$ (W)

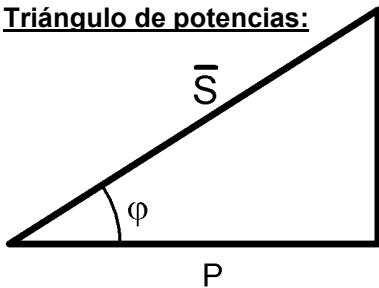
POTENCIA REACTIVA: $Q = V I \sin \varphi$ (var)

POTENCIA APARENTE: $S = V \cdot I$ (VA)

POTENCIA COMPLEJA: $\bar{S} = P + j Q$ (VA)

FACTOR DE POTENCIA: $\text{fdp} = \frac{P}{S}$

Triángulo de potencias:



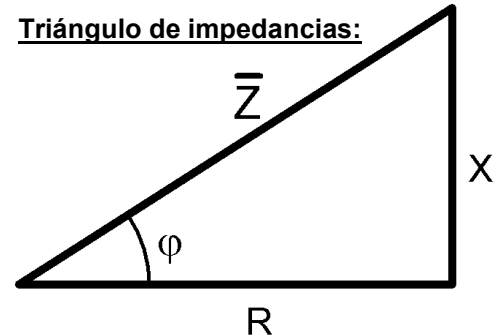
$$S = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

$$\text{fdp} = \cos \varphi$$

$$\bar{S} = P + j Q = S \angle \varphi = \bar{V} \cdot \bar{I}^*$$

EN IMPEDANCIAS:

Triángulo de impedancias:

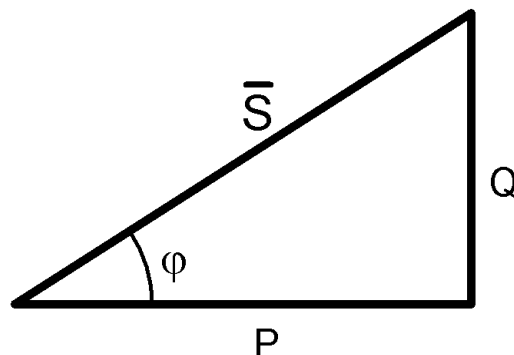
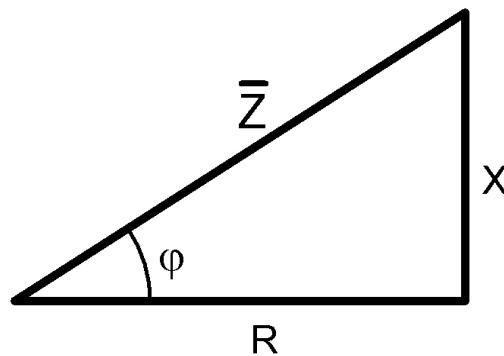
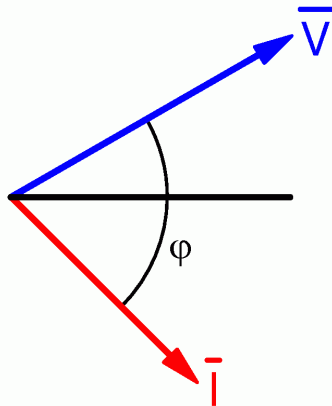


$$\bar{S} = \bar{Z} \cdot I^2$$

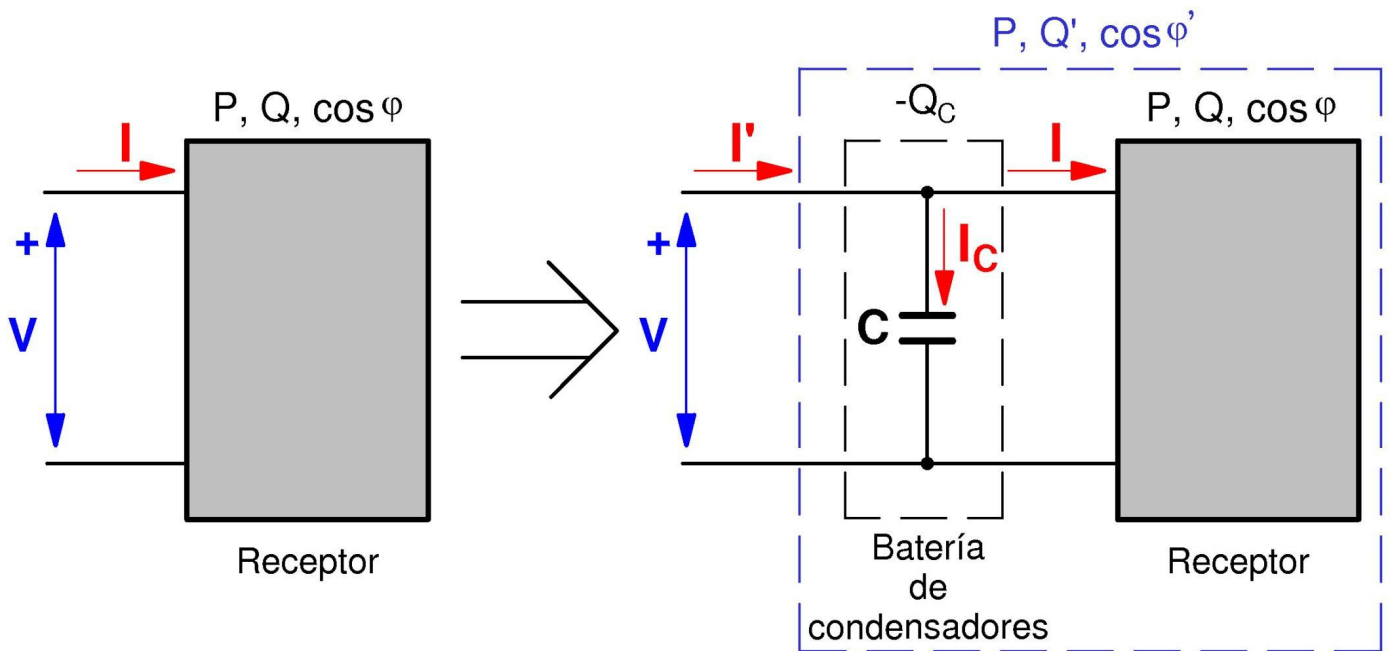
$$P = R \cdot I^2$$

$$Q = X \cdot I^2$$

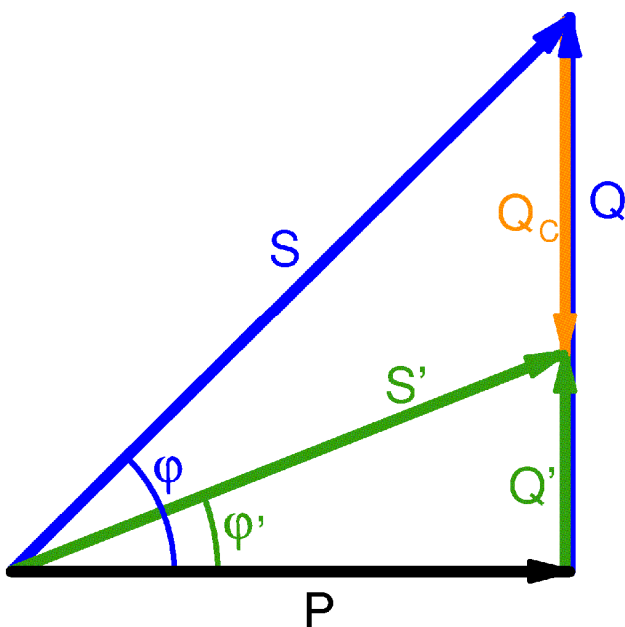
LOS TRES SIGNIFICADOS DEL ÁNGULO φ



MEJORA DEL FACTOR DE POTENCIA (1)



MEJORA DEL FACTOR DE POTENCIA (2)



$$Q_C = Q - Q' = P (\operatorname{tg} \varphi - \operatorname{tg} \varphi')$$

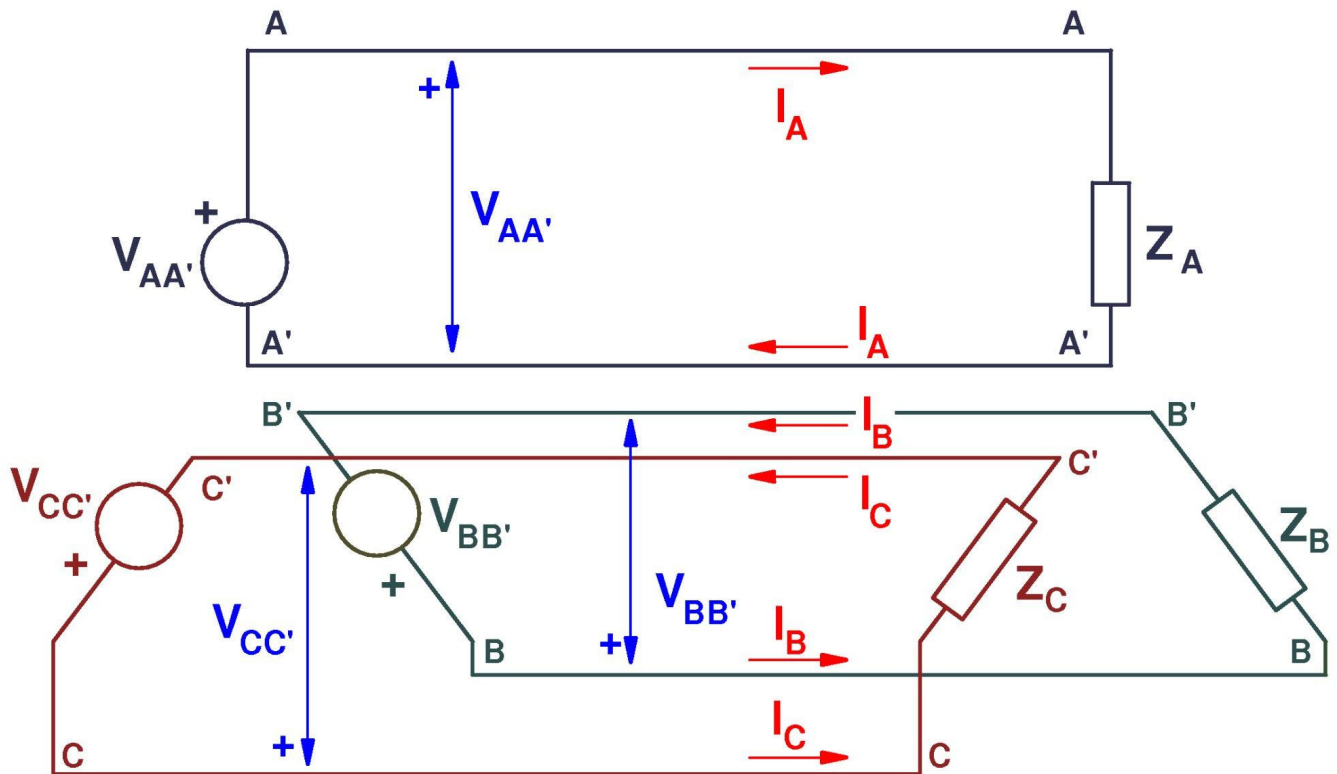
$$Q_C = X_C I_C^2 = X_C \left(\frac{V}{X_C} \right)^2$$

$$= \frac{V^2}{X_C} = \frac{V^2}{1 / \omega C}$$

$$C = \frac{Q_C}{\omega V^2} = \frac{Q_C}{(2 \pi f) V^2}$$

(En estas expresiones se utiliza el valor absoluto de Q_C)

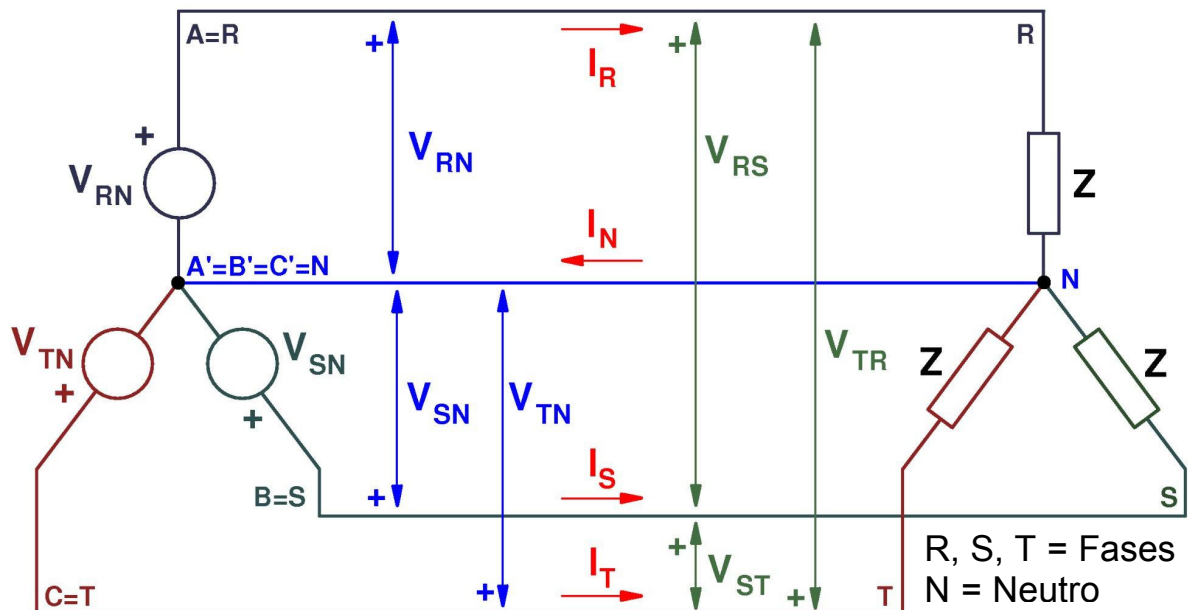
CIRCUITO TRIFÁSICO INDEPENDIENTE



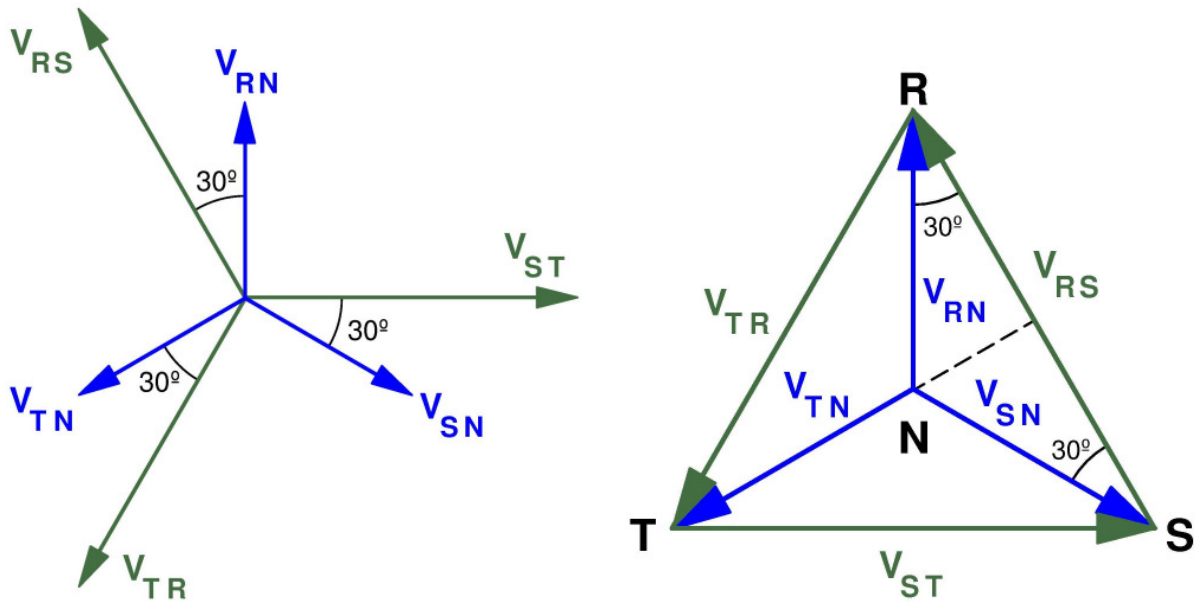
SISTEMA TRIFÁSICO EQUILIBRADO (1)

$$\bar{V}_{RN} = V_{FN} \angle 90^\circ \text{ V}; \quad \bar{V}_{SN} = V_{FN} \angle -30^\circ \text{ V}; \quad \bar{V}_{TN} = V_{FN} \angle -150^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{RN} + \bar{V}_{SN} + \bar{V}_{TN} = 0; \quad \bar{Z}_R = \bar{Z}_S = \bar{Z}_T = Z \angle \varphi \text{ } \Omega$$



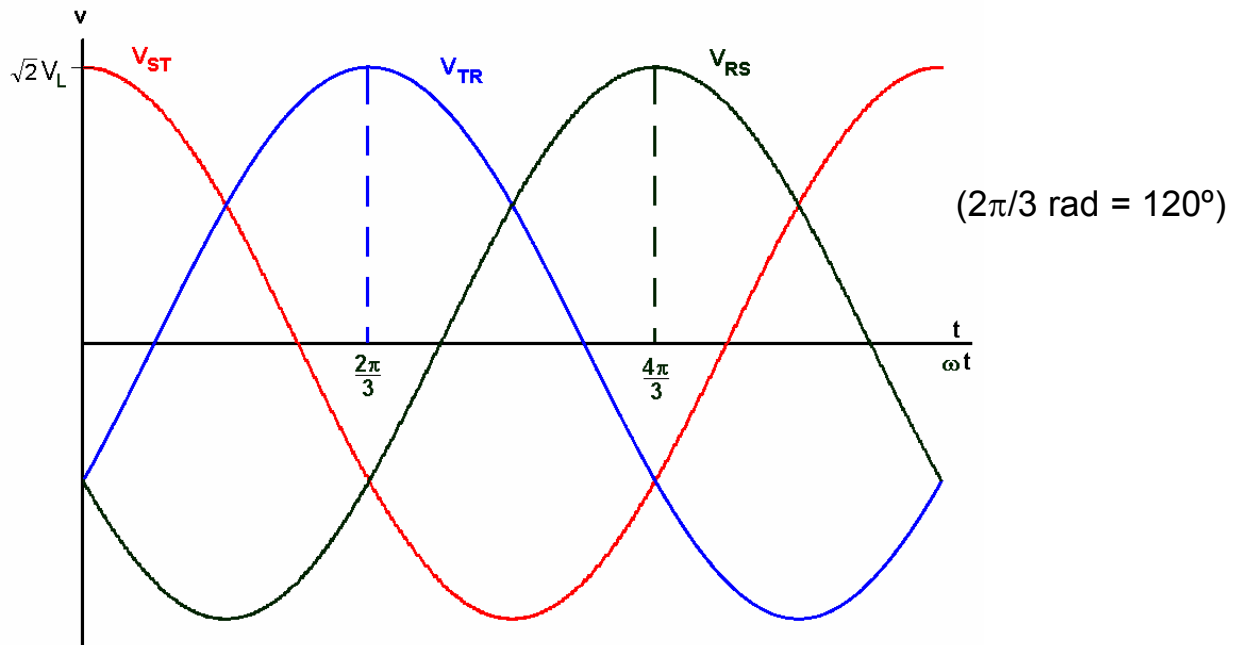
SISTEMA TRIFÁSICO EQUILIBRADO (2)



$$\bar{V}_{RS} = \bar{V}_{RN} - \bar{V}_{SN} = V_L \angle 120^\circ \text{ V} ; \quad \bar{V}_{ST} = \bar{V}_{SN} - \bar{V}_{TN} = V_L \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{TR} = \bar{V}_{TN} - \bar{V}_{RN} = V_L \angle -120^\circ \text{ V} ; \quad V_L = \sqrt{3} V_{FN} ; \quad \bar{V}_{RS} + \bar{V}_{ST} + \bar{V}_{TR} = 0$$

SISTEMA TRIFÁSICO EQUILIBRADO (3)



$$v_{RS} = \sqrt{2} V_L \cos (\omega t + 2\pi / 3) ; \quad v_{ST} = \sqrt{2} V_L \cos (\omega t)$$

$$v_{TR} = \sqrt{2} V_L \cos (\omega t - 2\pi / 3) = \sqrt{2} V_L \cos (\omega t + 4\pi / 3)$$

SISTEMA TRIFÁSICO EQUILIBRADO (4)

Sistema trifásico equilibrado de tensiones o de intensidades

- * Conjunto de tres tensiones o de tres intensidades, respectivamente, de igual valor eficaz y desfasadas entre sí 120° .
- * Cada una de las tres tensiones o intensidades se llama fase.
- * La suma de las tres fases de un sistema trifásico equilibrado de tensiones o de intensidades vale siempre cero.

Sistema trifásico equilibrado de impedancias

- * Conjunto de tres impedancias idénticas.
- * Cada una de las tres impedancias se llama fase.

Sistema trifásico a tres hilos: Sistema trifásico en el que el generador y la carga se conectan mediante tres conductores de fase.

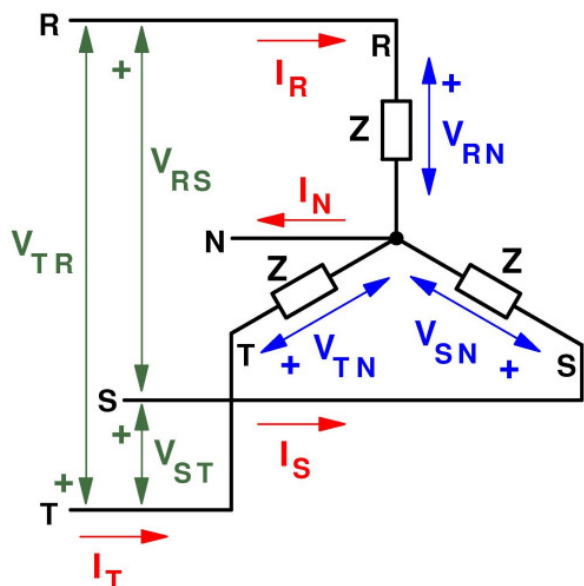
Sistema trifásico a cuatro hilos: Sistema trifásico en el que el generador y la carga se conectan mediante tres conductores de fase más el conductor neutro.

Tensiones simples: Son las tensiones entre fase y neutro ($\bar{V}_{RN}$, $\bar{V}_{SN}$ y $\bar{V}_{TN}$) cuyo valor eficaz es V_{FN} .

Tensiones compuestas o de línea: Son las tensiones entre fases ($\bar{V}_{RS}$, $\bar{V}_{ST}$ y $\bar{V}_{TR}$) cuyo valor eficaz es V_L .

Intensidades de línea: Son las intensidades ($\bar{I}_R$, $\bar{I}_S$ e $\bar{I}_T$) que circulan por los conductores de fase que conectan el generador con la carga. Su valor eficaz es I_L .

CONEXIÓN ESTRELLA EQUILIBRADA

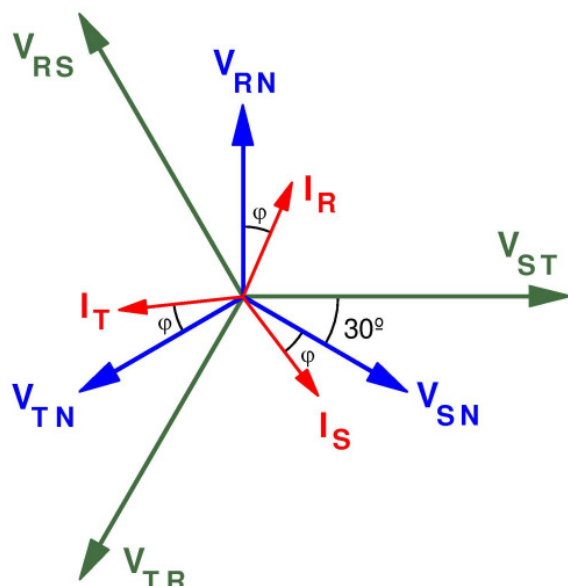


Valores de fase en estrella:

$$I = I_L$$

$$V = V_{FN}$$

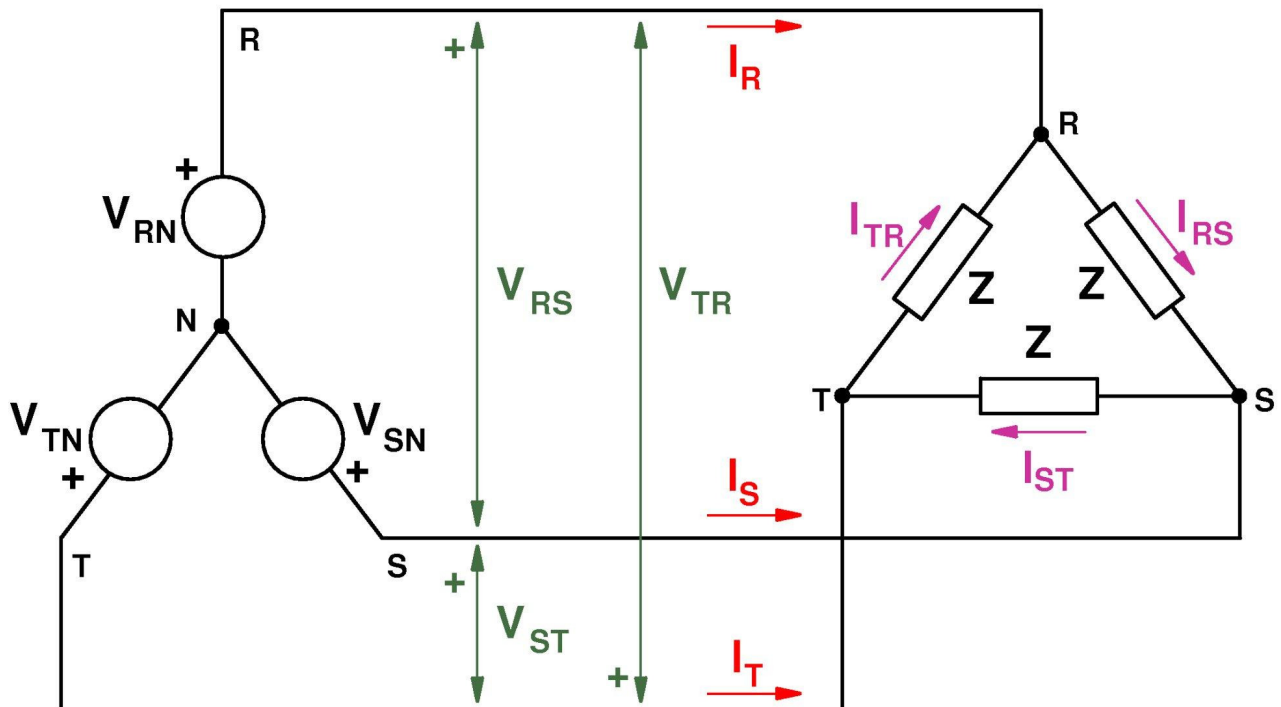
$$I = \frac{V_{FN}}{Z} = \frac{V_L / \sqrt{3}}{Z}$$



$$\bar{I}_R = \frac{\bar{V}_{RN}}{Z} = I \angle 90 - \varphi \text{ A}; \quad \bar{I}_S = \frac{\bar{V}_{SN}}{Z} = I \angle -30 - \varphi \text{ A}$$

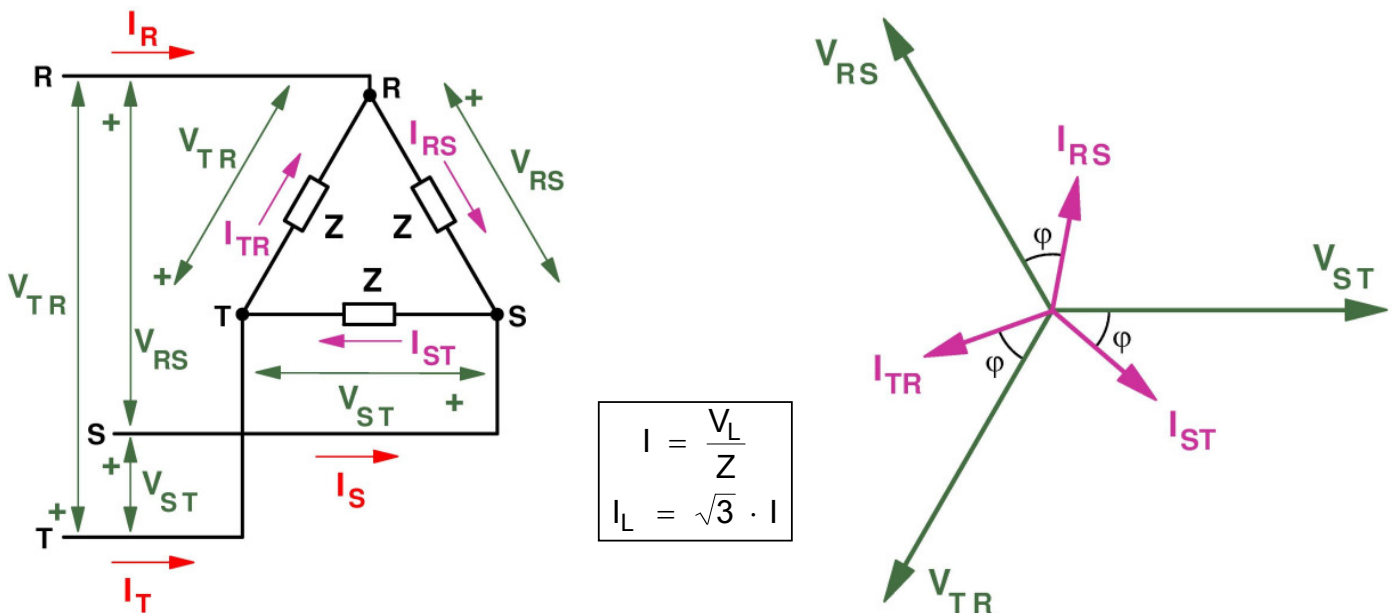
$$\bar{I}_T = \frac{\bar{V}_{TN}}{Z} = I \angle -150 - \varphi \text{ A}; \quad \bar{I}_N = \bar{I}_R + \bar{I}_S + \bar{I}_T = 0 \text{ A}$$

CONEXIÓN TRIÁNGULO EQUILIBRADO (1)



Valores de fase en triángulo: $V = V_L$; $I \neq I_L$ ($I = \frac{I_L}{\sqrt{3}}$)

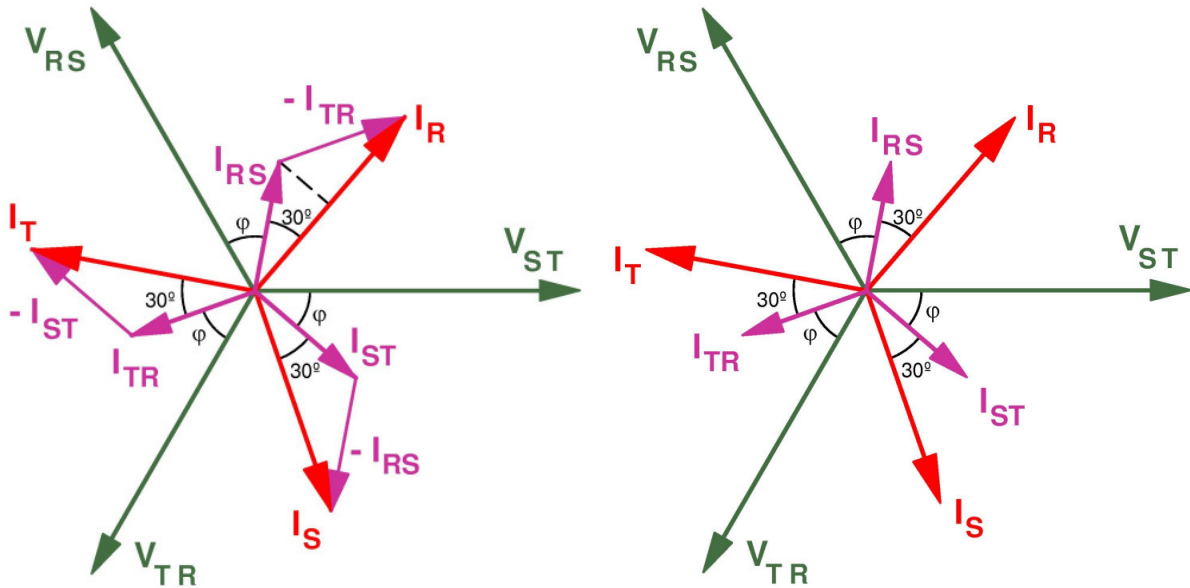
CONEXIÓN TRIÁNGULO EQUILIBRADO (2)



$$\bar{I}_{RS} = \frac{\bar{V}_{RS}}{Z} = I \angle 120 - \varphi \text{ A}; \quad \bar{I}_{ST} = \frac{\bar{V}_{ST}}{Z} = I \angle -\varphi \text{ A}$$

$$\bar{I}_{TR} = \frac{\bar{V}_{TR}}{Z} = I \angle -120 - \varphi \text{ A}; \quad \bar{I}_{RS} + \bar{I}_{ST} + \bar{I}_{TR} = 0$$

CONEXIÓN TRIÁNGULO EQUILIBRADO (3)

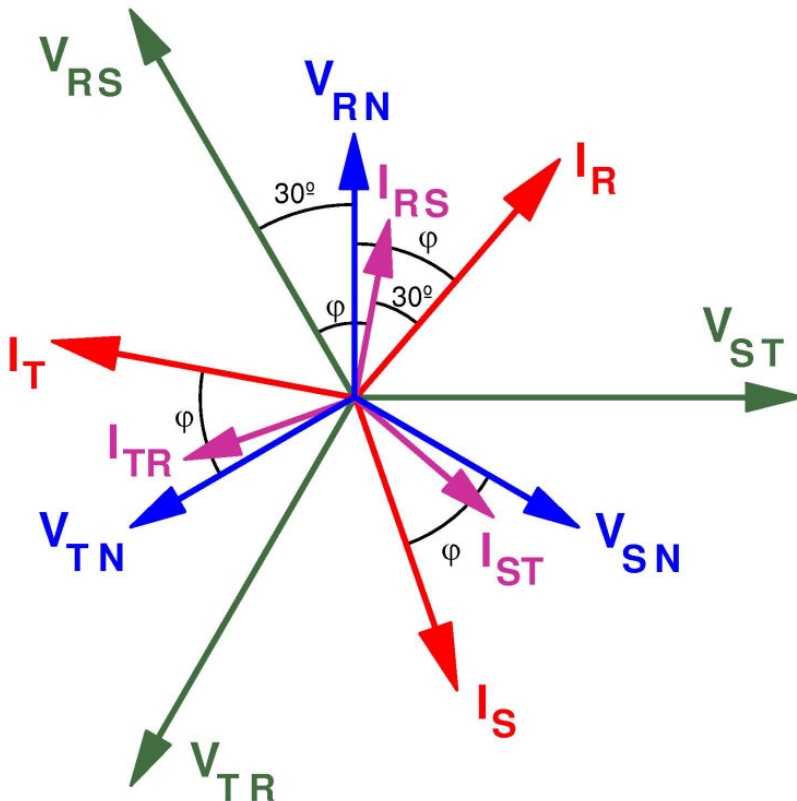


$$\bar{I}_R = \bar{I}_{RS} - \bar{I}_{TR} ; \quad \bar{I}_S = \bar{I}_{ST} - \bar{I}_{RS} ; \quad \bar{I}_T = \bar{I}_{TR} - \bar{I}_{ST}$$

$$I_L = 2 I \cos 30^\circ = \sqrt{3} I$$

En la conexión triángulo $I_L = \sqrt{3} I$ y las corrientes de línea se retrasan 30° con respecto a las de fase

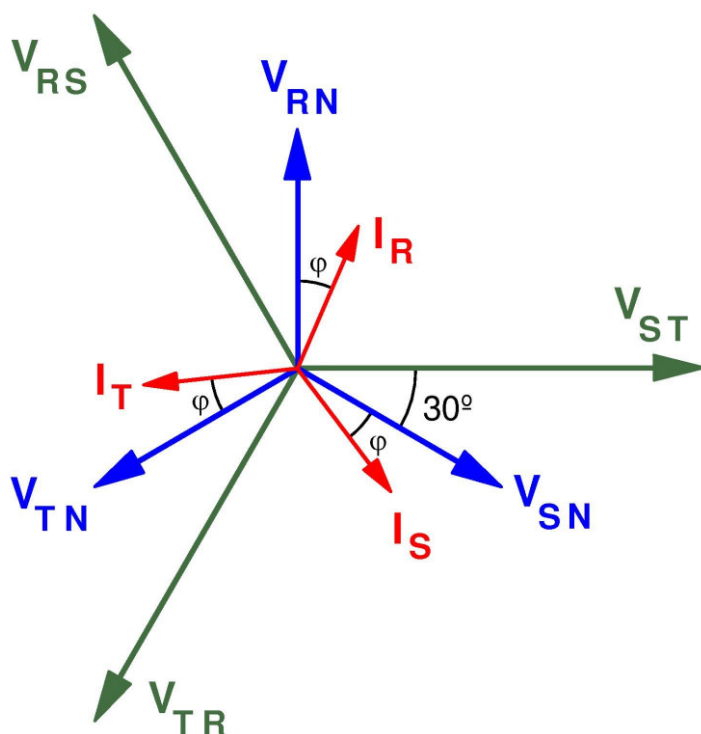
CONEXIÓN TRIÁNGULO EQUILIBRADO (4)



$\varphi = \text{desfase entre } \bar{V}_{RS} \text{ e } \bar{I}_{RS} =$
 $= \text{desfase entre } \bar{V}_{RN} \text{ e } \bar{I}_R$

En sistemas trifásicos equilibrados, tanto para estrella como para triángulo, el ángulo φ es el ángulo de desfase entre una tensión fase-neutro y la intensidad de línea correspondiente

EXPRESIÓN FASORIAL DE TENSIONES Y CORRIENTES: Referencia $\bar{V}_{ST}$



$$\bar{V}_{RS} = V_L \angle 120^\circ$$

$$\bar{V}_{ST} = V_L \angle 0^\circ$$

$$\bar{V}_{TR} = V_L \angle -120^\circ$$

$$\bar{V}_{RN} = V_{FN} \angle 90^\circ$$

$$\bar{V}_{SN} = V_{FN} \angle -30^\circ$$

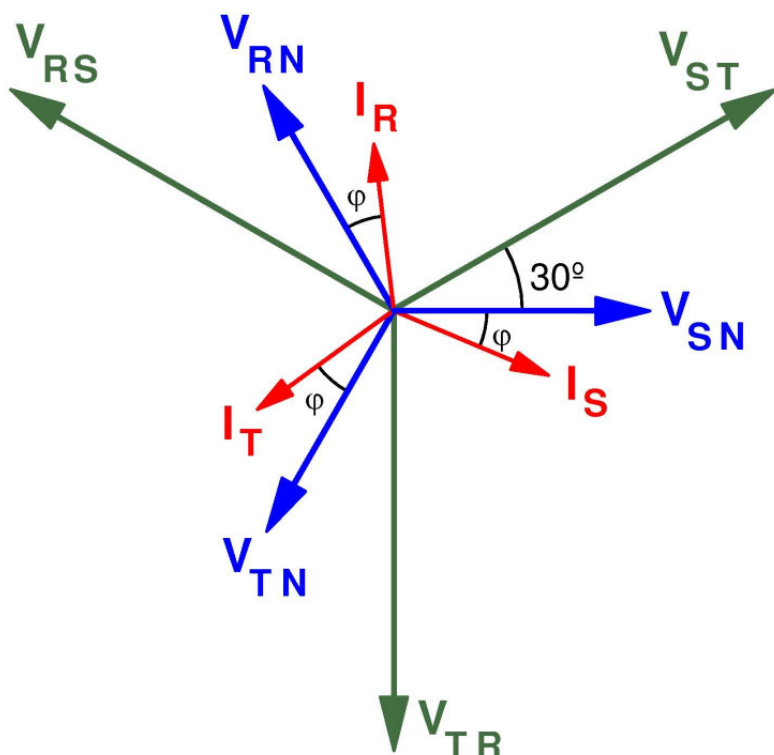
$$\bar{V}_{TN} = V_{FN} \angle -150^\circ$$

$$\bar{I}_R = I_L \angle 90^\circ - \phi$$

$$\bar{I}_S = I_L \angle -30^\circ - \phi$$

$$\bar{I}_T = I_L \angle -150^\circ - \phi$$

EXPRESIÓN FASORIAL DE TENSIONES Y CORRIENTES: Referencia $\bar{V}_{SN}$



$$\bar{V}_{RS} = V_L \angle 150^\circ$$

$$\bar{V}_{ST} = V_L \angle 30^\circ$$

$$\bar{V}_{TR} = V_L \angle -90^\circ$$

$$\bar{V}_{RN} = V_{FN} \angle 120^\circ$$

$$\bar{V}_{SN} = V_{FN} \angle 0^\circ$$

$$\bar{V}_{TN} = V_{FN} \angle -120^\circ$$

$$\bar{I}_R = I_L \angle 120^\circ - \phi$$

$$\bar{I}_S = I_L \angle -\phi$$

$$\bar{I}_T = I_L \angle -120^\circ - \phi$$

LA POTENCIA EN C.A. TRIFÁSICA (1) (EN SISTEMAS EQUILIBRADOS)

En c.a. trifásica la potencia es igual a la suma de la de sus tres fases. En el caso de sistemas equilibrados todas las fases consumen por igual y la potencia es igual a 3 veces la de una fase.

POTENCIA ACTIVA (P)

En función de los valores de fase:

$$P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

En función de los valores de línea:

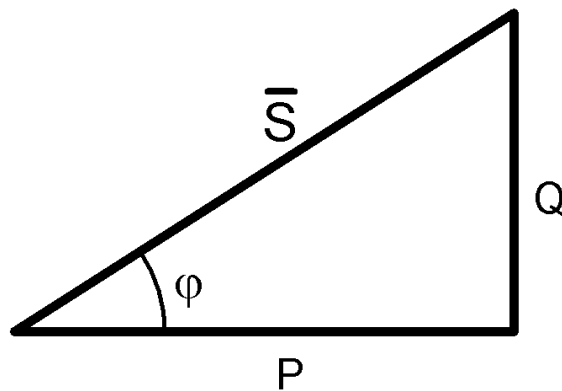
* **Estrella** ($V = V_L / \sqrt{3}$; $I = I_L$): $P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi = 3 \cdot (V_L / \sqrt{3}) \cdot I_L \cdot \cos \varphi$

* **Triángulo** ($V = V_L$; $I = I_L / \sqrt{3}$): $P = 3 \cdot V \cdot I \cdot \cos \varphi = 3 \cdot V_L \cdot (I_L / \sqrt{3}) \cdot \cos \varphi$

$$P = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi$$

(Fórmula válida tanto para la conexión estrella como para la conexión triángulo en sistemas equilibrados)

LA POTENCIA EN C.A. TRIFÁSICA (2) (EN SISTEMAS EQUILIBRADOS)



POTENCIA REACTIVA (Q):

$$Q = 3 \cdot V \cdot I \cdot \sin \varphi = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L \cdot \sin \varphi$$

POTENCIA APARENTE (S) Y FACTOR DE POTENCIA (fdp):

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 3 \cdot V \cdot I = \sqrt{3} \cdot V_L \cdot I_L$$

$$\text{fdp} = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \cos \varphi$$

LA POTENCIA EN C.A. TRIFÁSICA (3) (EN SISTEMAS EQUILIBRADOS)

POTENCIA COMPLEJA ($\bar{S}$):

Fórmula general:

$$\boxed{\bar{S} = P + j Q = 3 \cdot \bar{V} \cdot \bar{I}^*}$$

$$(\text{Pero: } \bar{S} \neq \sqrt{3} \cdot \bar{V}_L \cdot \bar{I}_L^*)$$

Para impedancias:

$$\boxed{\bar{S} = 3 \cdot \bar{Z} \cdot I^2}$$

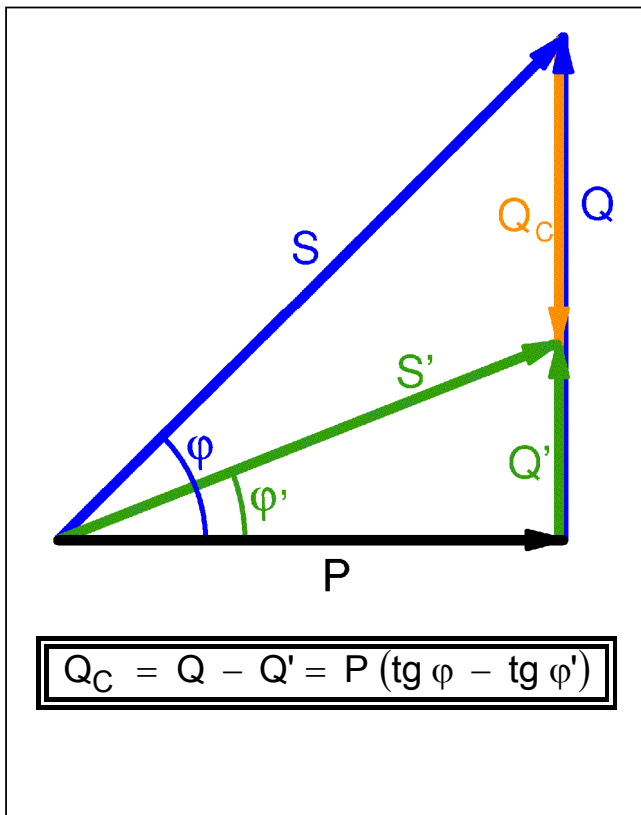
$$P = 3 \cdot R \cdot I^2$$

$$Q = 3 \cdot X \cdot I^2$$

POTENCIA INSTANTÁNEA (p):

La potencia instantánea del conjunto de las tres fases es constante e igual a la potencia activa.

MEJORA DEL FACTOR DE POTENCIA



$$Q_C = 3 X_C I_C^2 = 3 X_C \left(\frac{V_C}{X_C} \right)^2 \rightarrow$$

$$\rightarrow C = \frac{1}{\omega X_C} = \frac{Q_C}{3 \omega V_C^2}$$

* **Estrella** ($V_C = V_L / \sqrt{3}$):

$$\boxed{C_Y = \frac{Q_C}{3 \omega V_C^2} = \frac{Q_C}{\omega V_L^2}}$$

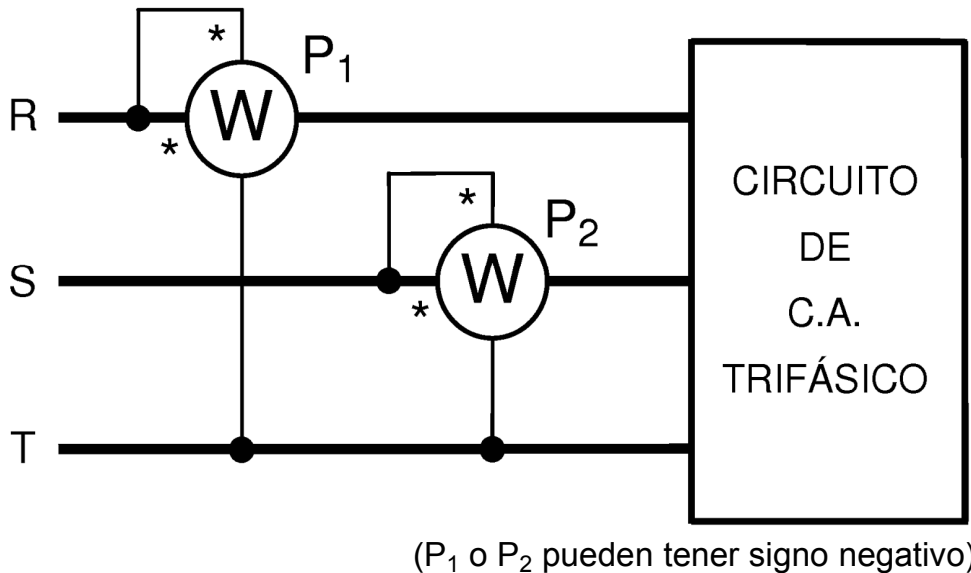
* **Triángulo** ($V_C = V_L$):

$$\boxed{C_{\Delta} = \frac{Q_C}{3 \omega V_C^2} = \frac{Q_C}{3 \omega V_L^2} = \frac{C_Y}{3}}$$

(En estas expresiones se utiliza el valor absoluto de Q_C)

MEDIDA DE LA POTENCIA

- * Un **vatímetro monofásico** mide la potencia activa de una carga monofásica. Consta de un circuito *amperimétrico* y de otro *voltimétrico*.
- * En circuitos trifásicos de tres hilos se puede medir la potencia activa mediante dos vatímetros monofásicos conectados según la **conexión Aron**:



La **potencia activa P** consumida por la carga trifásica, sea ésta equilibrada o no, vale:

$$P = P_1 + P_2$$

Con cargas equilibradas este método también permite la medida de la **potencia reactiva Q**:

$$Q = \sqrt{3} (P_1 - P_2)$$

VENTAJAS DE LA C.A. TRIFÁSICA FRENTE A LA MONOFÁSICA

- * En trifásica con un 50% más de material conductor (3 hilos frente a 2) que la monofásica se transmite un 73% más de potencia.

$$(\text{Monofásica: } P = V \cdot I \cdot \cos \varphi ; \text{ Trifásica: } P = \sqrt{3} V_L \cdot I_L \cdot \cos \varphi)$$

- * En trifásica la potencia instantánea p es constante, mientras que en la monofásica p varía periódicamente. Esto hace que en trifásica el flujo de potencia sea más regular.
- * Los motores trifásicos son más baratos y eficientes que los monofásicos.

LA POTENCIA EN C.A. MONOFÁSICA

RESUMEN

- La **potencia instantánea p** que se transmite de un generador a un receptor o carga es igual al producto de la onda de tensión v por la onda de intensidad i .

Es una onda de frecuencia doble a la de la tensión y la corriente y cuyo valor medio es la potencia activa P . Es positiva cuando la potencia va desde el generador -que la produce- a la carga -que la consume- y es negativa en el caso contrario.

La potencia instantánea p es igual a la suma de la potencia activa instantánea y de la potencia reactiva instantánea.

- La **potencia activa instantánea** también es una onda de frecuencia doble a la de la tensión y la corriente.

Nunca cambia de signo y su valor medio también es igual a la potencia activa P .

Esta es la potencia se corresponde con la energía que realmente es suministrada por el generador y consumida por la carga.

En el caso de receptores pasivos, la potencia activa se consume en las resistencias, pero no en los condensadores ni en las bobinas.

- La **potencia reactiva instantánea** también es una onda de frecuencia doble a la de la tensión y la corriente y su valor medio es nulo.

Esta potencia sólo existe si en el circuito hay elementos capaces de almacenar energía; bien en forma de campo magnético (*bobinas*, caracterizadas por su coeficiente de autoinducción L), o bien en forma de campo eléctrico (*condensadores*, caracterizados por su capacidad C).

Estos elementos consumen energía del generador durante medio ciclo de la onda de potencia, almacenándola en forma de campo (eléctrico o magnético). En el siguiente medio ciclo devuelven la energía almacenada previamente, suministrándola hacia el generador. Estos flujos de energía del generador a la carga y de la carga al generador, dan lugar a una potencia que cambia de signo en cada semiciclo de la onda de potencia y cuyo valor medio es nulo; pues, al final tanta energía se consume como se devuelve después. Esta es la potencia reactiva instantánea.

El comportamiento de las bobinas y de los condensadores con respecto a la potencia reactiva es diferente. Durante el medio ciclo en el que una bobina consume energía del generador y la almacena como campo magnético es cuando un condensador está enviando hacia el generador la energía eléctrica que ha almacenado previamente. Y viceversa, en el otro medio ciclo la bobina envía energía hacia el generador y el condensador consume energía que le suministra el generador y la almacena en forma de campo eléctrico.

- La **potencia activa P** es el valor medio de la potencia instantánea p (y, también, de la potencia activa instantánea).

Es positiva si la potencia va desde el generador (que la produce) hacia la carga (que la consume) y negativa en caso contrario.

Se mide en W, kW o MW.

La expresión general que permite calcularla es:

$$P = V \cdot I \cdot \cos \varphi$$

En el caso de elementos pasivos, la potencia activa es debida sólo a las resistencias y también se puede calcular así:

$$P = R \cdot I^2$$

- La **potencia reactiva Q** es el valor máximo de la potencia reactiva instantánea y sólo existe si hay bobinas y/o condensadores.

De forma arbitraria a Q se le da signo positivo cuando la carga es inductiva y negativo cuando es capacitiva.

Se mide en var, kvar o Mvar.

La expresión general que permite calcularla es:

$$Q = V \cdot I \cdot \sin \varphi$$

En el caso de elementos pasivos, la potencia reactiva también se puede calcular así:

$$Q = X \cdot I^2$$

- La **potencia aparente S** se define de forma matemática así:

$$S = V \cdot I = \sqrt{P^2 + Q^2}$$

Se mide en VA, kVA o MVA.

- La **potencia compleja $\bar{S}$** se define de forma matemática como un número complejo cuya parte real es P y cuya parte imaginaria es Q:

$$\bar{S} = P + j Q = S \angle \varphi \rightarrow \bar{S} = \bar{V} \cdot \bar{I}^*$$

Se mide en VA, kVA o MVA.

Su módulo es la potencia aparente.

En el caso de elementos pasivos, la potencia compleja también se puede calcular así:

$$\bar{S} = \bar{Z} \cdot I^2$$

En la expresión anterior aparece el valor eficaz I de la corriente i (es decir, el módulo del fasor de corriente $\bar{I}$) elevado al cuadrado. No se trata, pues, del cuadrado de $\bar{I}$.

Al igual que la impedancia $\bar{Z}$, aunque $\bar{S}$ es un número complejo, no representa a una función sinusoidal (a diferencia de $\bar{V}$ o de $\bar{I}$). Es simplemente una magnitud definida de forma matemática que resulta cómoda para manejar conjuntamente las potencias activa y reactiva. Por consiguiente, tanto $\bar{Z}$ como $\bar{S}$ son complejos que no se corresponden con ningún fasor temporal.

- El **factor de potencia (fdp)** se define mediante este cociente:

$$\text{fdp} = \frac{P}{S} = \frac{P}{\sqrt{P^2 + Q^2}} (= \cos \varphi)$$

El fdp es numéricamente igual al coseno del ángulo de desfase φ (ver la diapositiva: “Los tres significados del ángulo φ ”).

- Las potencias activa, reactiva, aparente, compleja y el factor de potencia, así como, las expresiones que los relacionan quedan reflejados de forma visual y compacta en el **triángulo de potencias**.