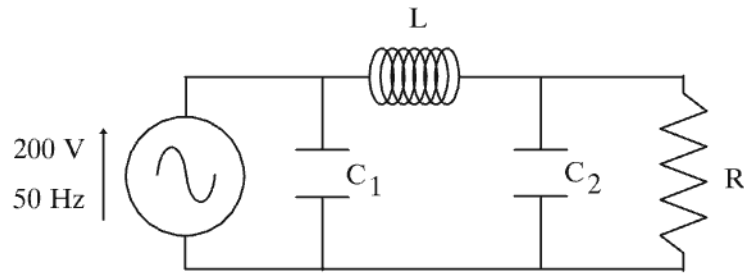


EJERCICIOS DE POTENCIAS EN CIRCUITOS MONOFASICOS

EJERCICIO 1.- En el circuito de la figura, la resistencia consume 300 W, los dos condensadores 300 VAR cada uno y la bobina 1.000 VAR.



Se pide, calcular:

- El valor de R, C₁, C₂ y L.
- La potencia disipada en R si por accidente se desconecta C₂.
- ¿Cuál es el valor de C₁ para el cual el factor de potencia del conjunto es de 0,9 en retraso?.

RESOLUCIÓN:

- Para obtener los valores de R, C ó L de una impedancia, conocido su triángulo de potencias, es necesario calcular el valor de la tensión entre los extremos de la misma, o la corriente que circula por ella, ya que:

$$P = R I_R^2 = \frac{V_R^2}{R}$$

$$Q = X_{L,C} I_{L,C}^2 = \frac{V_{L,C}^2}{X_{L,C}}$$

- Para el condensador C₁ es conocida la tensión entre sus extremos, por tanto:

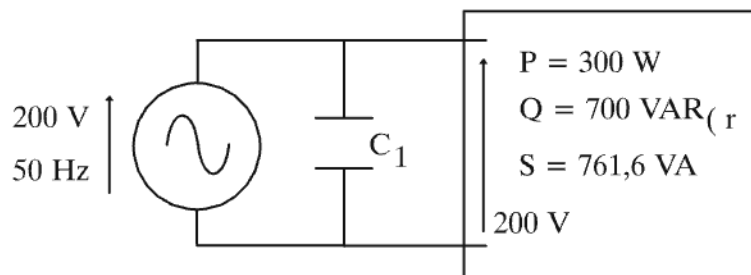
$$300 = \frac{200^2}{X_{C_1}} ; \quad X_{C_1} = 133,3 \, \Omega$$

$$C_1 = \frac{1}{2 \times \pi \times f \times X_{C_1}} ; \quad C_1 = 23,9 \, \mu F$$

Del resto de los elementos pasivos no es conocido ni la tensión entre sus extremos ni la corriente que circula por ellos.

Para proseguir, se han de agrupar los elementos hasta una sección del circuito en la que se conozca o bien la tensión o bien la corriente. En este caso, se habrán de agrupar L, R y C₂ ya que es conocida la tensión en los extremos de C₁.

Haciendo el agrupamiento se obtiene el esquema de la figura.



El triángulo de potencias del conjunto se obtiene de la siguiente forma:

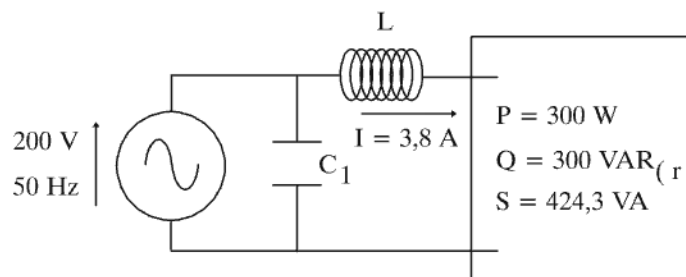
$$P = P_R = 300 \text{ W}$$

$$Q = Q_L - Q_C = 1.000 - 300 = 700 \text{ VAR}_{(r)}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 761,6 \text{ VA}$$

Conocida la tensión en los extremos del conjunto de cargas se puede calcular la corriente que fluye hacia ellas, así se tiene que:

$$S = V I ; \quad I = \frac{761,6}{200} = 3,8 \text{ A}$$



Como esta corriente circula por la bobina, y es conocido su triángulo de potencias, se llega a:

$$1.000 = X_L 3,8^2 ; \quad X_L = 69 \Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2 \pi f} ; \quad L = 220 \text{ mH}$$

Habrá que agrupar R y C₂ ya que es conocida la corriente que circula por la bobina. El triángulo de potencias del conjunto será:

$$P = P_R = 300 \text{ W}$$

$$Q = Q_{C_2} = 300 \text{ VAR}_{(a)}$$

$$S = \sqrt{P^2 + Q^2} = 424,3 \text{ VA}$$

por tanto, la tensión entre los extremos de R y C₂ vendrá dada por: $424,3 = V \times 3,8 ; \quad V = 111,4 \text{ V}$

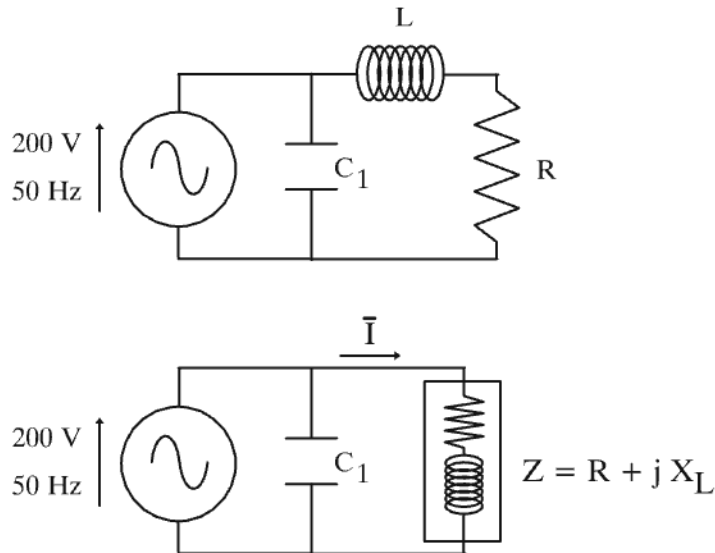
Para la resistencia R, se tiene que: $300 = \frac{111,4^2}{R} ; \quad R = 41,4 \Omega$

y para el condensador C₂ se obtiene:

$$300 = \frac{111,4^2}{X_{C_2}} ; \quad X_{C_2} = 41,4 \, \Omega$$

$$C_2 = \frac{1}{2 \pi f X_{C_2}} ; \quad C_2 = 77 \, \mu F$$

b) Al suprimir C_2 varía la impedancia del conjunto inicial R, L, C_2 . Por tanto, varía la corriente que circula por la bobina y por consiguiente la tensión entre los extremos de la resistencia. Así la nueva configuración tendrá un nuevo triángulo de potencias.



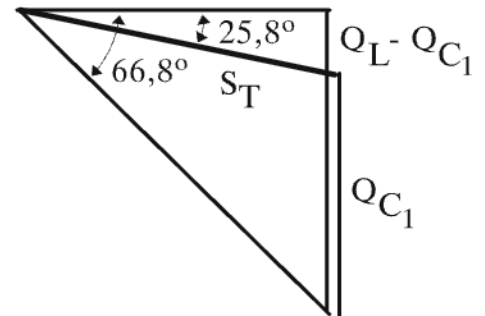
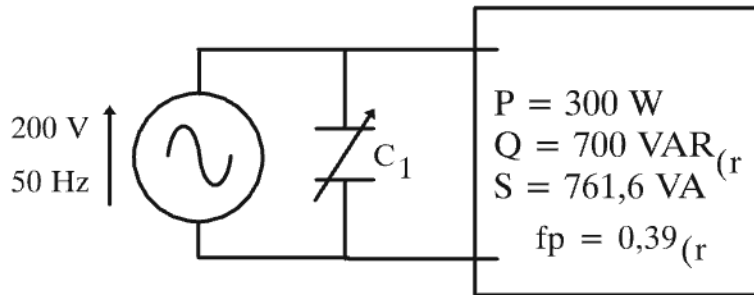
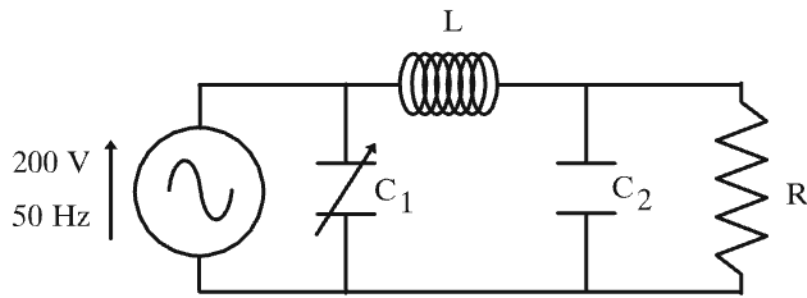
Teniendo en cuenta que los valores de R y L permanecen invariables, la impedancia del conjunto será:

$$Z = 41,4 + j69 = 80,4 \angle 59^\circ \, \Omega$$

Como la tensión permanece igual, la corriente por la impedancia Z vendrá dada por: $I = \frac{200}{80,4} = 2,5 \, A$

Por tanto, la potencia disipada por la resistencia será: $P_R = 41,4 \times 2,5^2 = 256 \, W$

c) En el apartado a), se obtuvo el triángulo de potencias del conjunto de cargas exceptuado C_1 . Representando dicho triángulo y el triángulo de potencias del condensador C_1 tal que el triángulo de potencias total tenga un factor de potencia de 0,9 en retraso, se tiene el diagrama de la figura.



En él que se ha representado:

$$P = 300 \text{ W} ; \quad Q = 700 \text{ VAR}_{(r)}$$

$$S = 761,6 \text{ VA} ; \quad fp = 0,39_{(r)} ; \quad \theta = 66,8^\circ$$

Para el nuevo factor de potencia se tiene que: $fp' = 0,9_{(r)} ; \quad \theta' = 25,8^\circ$

Del triángulo de potencias, con el factor de potencias corregido:

$$\operatorname{tg} 25,8^\circ = \frac{700 - Q_C}{300} ; \quad Q_C = 554,7 \text{ VAR}_{(a)}$$

$$Q_C = \frac{V^2}{X_C} = V^2 \times 2 \times \pi \times f \times C_1 ; \quad C_1 = 44 \mu\text{F}$$

EJERCICIO 2.- Para alimentar una estación aeroportuaria se utiliza un transformador monofásico de 50 kVA, 220 V, 50 Hz. En dicha instalación existen las siguientes cargas:

10 motores de inducción monofásicos de 5 CV, 220 V, 50 Hz, $fp = 0,84$ en retraso cada uno de ellos.

40 tubos fluorescentes, para alumbrado general, de 60 W, 220 V, 50 Hz, $fp = 0,5$ en retraso, por unidad.

Distintas tomas de alimentación con un consumo total de 2 kW, 220 V, 50 Hz y factor de potencia unidad.

Al conjunto de cargas anteriormente citadas se le pretende añadir un equipo de aire acondicionado, cuya placa de características es: 3.710 W, 220 V, 50 Hz, 18,8 A, siendo el equipo inductivo.

Se pide, obtener la forma más sencilla de conectar todas las cargas, para que funcionen correcta y simultáneamente todos los elementos involucrados, haciendo los cálculos pertinentes para llegar a dicha solución.

RESOLUCIÓN:

Para que todas las cargas funcionen adecuada y simultáneamente, se han de conectar en paralelo con la fuente, en este caso el transformador, ya que todas las cargas han de funcionar a 220 V.

El transformador tiene un capacidad máxima de 50 kVA, cuyo valor no ha de sobrepasarse.

El correcto funcionamiento se comprobará analizando el triángulo de potencias total y viendo si la potencia aparente total del conjunto es mayor, menor o igual a la potencia aparente nominal del transformador.

Para los motores:

$$P_M = 10 \times 5 \times 736 = 36.800 \text{ W}$$

$$Q_M = \sqrt{P_M^2 + Q_M^2} = 23.770,4 \text{ VAR}_{(r)}$$

$$S_M = \frac{P_M}{fp_M} = \frac{36.800}{0,84} = 43.809,5 \text{ VA}$$

$$\text{Para los tubos fluorescentes: } P_F = 40 \times 60 = 2.400 \text{ W} ; S_F = \frac{2.400}{0,5} = 4.800 \text{ VA} ; Q_F = 4.156,9 \text{ VAR}_{(r)}$$

$$\text{Para las tomas de alimentación: } P_C = 2.000 \text{ W} ; Q_C = 0 \text{ VAR} ; S_C = 2.000 \text{ VA}$$

$$\text{Para el equipo de aire acondicionado: } P_E = 3.710 \text{ W} ; S_E = 220 \times 18,8 = 4.136 \text{ VA} ; Q_E = 1.828,2 \text{ VAR}_{(r)}$$

El triángulo de potencias total, del conjunto de cargas, viene dado por:

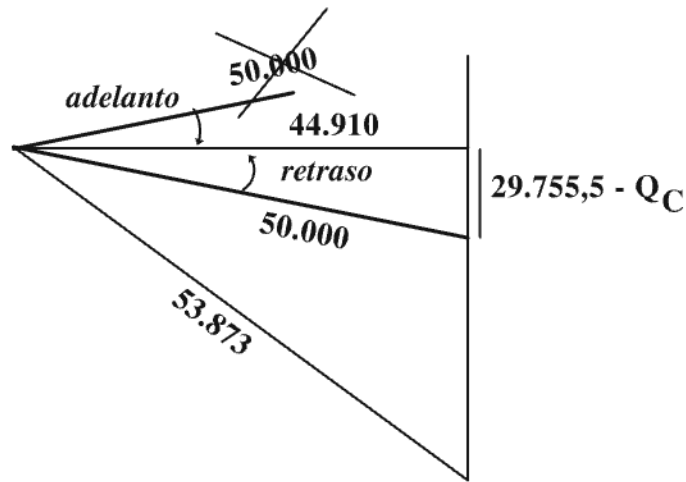
$$P_T = P_M + P_F + P_C + P_E = 44.910 \text{ W}$$

$$Q_T = Q_M + Q_F + Q_C + Q_E = 29.755,5 \text{ VAR}_{(r)}$$

$$S_T = 53.873 \text{ VA} _ 54 \text{ kVA}$$

Por tanto, la potencia aparente total del conjunto de cargas es superior a la potencia aparente nominal del transformador, con lo que éste no puede alimentar todas las cargas.

Si se conecta un condensador en paralelo con el conjunto de cargas, al mantenerse constante la tensión de alimentación, las cargas funcionarán adecuadamente y el efecto del condensador será el de reducir la corriente de alimentación y por tanto disminuir la potencia aparente del conjunto cargas-condensador. Este efecto se muestra en el diagrama de la figura.



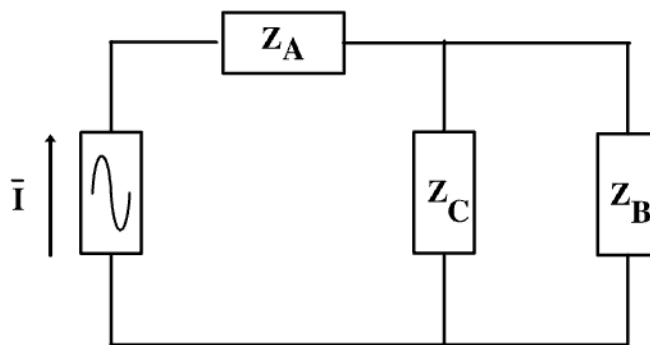
Del triángulo de potencias del conjunto carga-condensador tiene que: $S^2 = P_T^2 + (Q_T - Q_C)^2$
 $Q_C = 7.776 \text{ VAR}$ (a)

desestimándose la solución de la potencia reactiva carga-condensador en adelanto.

Como la tensión se mantiene a 220 V, se obtiene: $X_C = \frac{V^2}{Q_C}$; $X_C = 6,2 \Omega$

$$C = 511,4 \mu F$$

EJERCICIO 3.- Un circuito de luces para la navegación aérea se puede representar, en determinadas condiciones de funcionamiento, por el esquema mostrado en la siguiente figura.



Medido el factor de potencia de trabajo del generador de corriente se obtiene un valor de 0'9 en retraso.

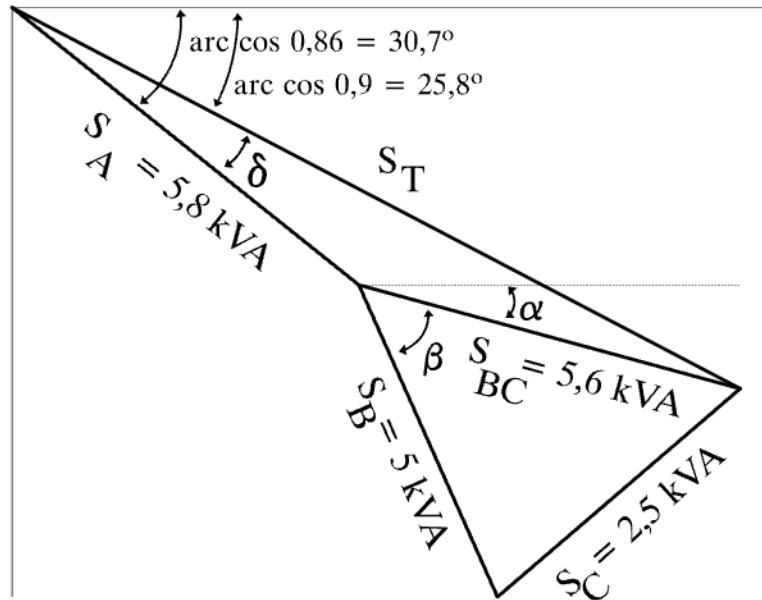
La impedancia Z_A de tipo inductivo, que representa las luces con sus transformadores de aislamiento, disipan una potencia aparente de 5'8 kVA con un factor de potencia 0'86 en retraso. La impedancia Z_C de tipo capacitivo, que representa efectos resistivo capacitivos, disipa una potencia aparente de 2,5 kVA. Por último, la impedancia Z_B de tipo inductivo, que simula pérdidas del conjunto del circuito, consume una potencia aparente de 5 kVA. Medida la potencia aparente total del conjunto $Z_{B,C}$ se obtiene un valor de 5'6 kVA.

Se pide:

- Calcular las potencias activa y reactiva de Z_B y Z_C , así como las suministradas por el generador.
- Si la corriente del generador es de 6,6 A, 50 Hz, calcular la capacidad del condensador que habría de ser conectado en serie con el generador de corriente para que el factor de potencia del conjunto sea la unidad.

RESOLUCIÓN:

- a) Se representa en la figura, el triángulo de potencias de la carga Z_A , así como las potencias aparentes de Z_B , Z_C y del conjunto de ambos $Z_{B,C}$.

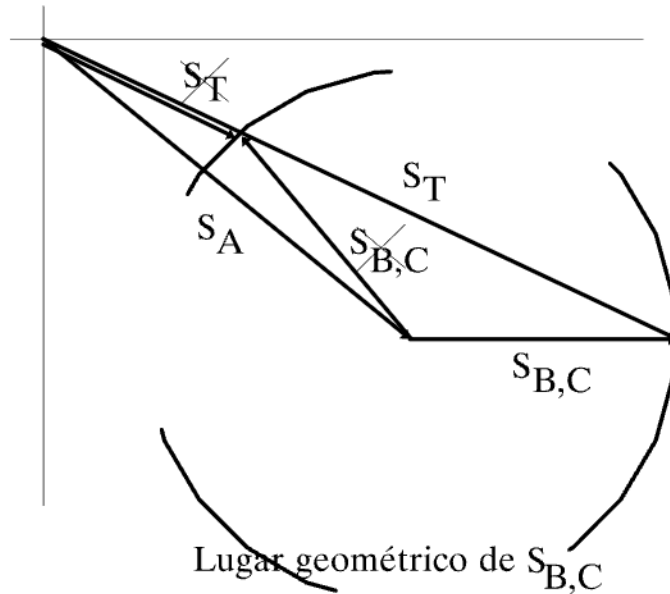


El triángulo de potencias total, debido a Z_A , Z_B y Z_C , se puede obtener a partir de la representación de la figura, calculando previamente el ángulo δ : $\delta = 30,68^\circ - 25,84^\circ = 4,84^\circ$

A partir del teorema del coseno se tiene que: $\cos \delta = \frac{S_T^2 + 5,8^2 - 5,6^2}{2 \times 5,8 \times S_T} = 0,9964$

$$S_T^2 - 11,56 S_T + 2,28 = 0 \quad S_T = 5,78 + \sqrt{5,78^2 - 2,28} = 11,4 \text{ kVA}$$

La otra solución, $S_T = 0,20 \text{ kVA}$, no es válida ya que implicaría un valor de $S_{B,C}$ no correcto en relación a los valores de S_B y S_C . En la figura se muestran las dos soluciones a S_T .



El triángulo de potencias total se obtiene conocido el factor de potencia del generador, por tanto:

$$P_T = S_T \times \text{fp}_T = 10,26 \text{ kW}$$

$$Q_T = \sqrt{S_T^2 - P_T^2} = 4,97 \text{ kVAR}_{(r)}$$

El triángulo de potencias total se puede poner como suma: $P_T = P_{B,C} + P_A$ $Q_T = Q_{B,C} + Q_A$

como:

$$P_A = S_A \cos \theta_A = 5,8 \times 0,86 = 5 \text{ kW} \quad Q_A = \sqrt{S_A^2 - P_A^2} = 2,9 \text{ kVAR}_{(r)}$$

$$\text{por tanto: } P_{B,C} = 5,3 \text{ kW} \quad Q_{B,C} = 2,1 \text{ kVAR}_{(r)} \quad \alpha = \arccos 0,93 = 2,16^\circ$$

$$S_{B,C} = \sqrt{P_{B,C}^2 + Q_{B,C}^2} = 5,7 \text{ kVA} ; \quad \text{fp}_{B,C} = 0,93_{(r)}$$

$$\text{Por otra parte: } \cos \beta = \frac{5,6^2 + 5^2 - 2,5^2}{2 \times 5,6 \times 5} = 0,894 ; \quad \beta = 26,51^\circ$$

$$\text{así pues: } \alpha + \beta = 4,811^\circ$$

$$\text{por tanto: } P_B = S_B \times \cos(\alpha + \beta) = 3,3 \text{ kW} \quad Q_B = S_B \times \sin(\alpha + \beta) = 3,7 \text{ kVAR}_{(r)}$$

$$\text{y además: } P_C = P_{B,C} - P_B = 2 \text{ kW} \quad Q_C = Q_{B,C} - Q_B = 1,6 \text{ kVAR}_{(a)}$$

b) Para que el factor de potencia del conjunto sea la unidad, la potencia reactiva del condensador conectado en serie deberá ser igual a la potencia reactiva del conjunto de cargas, así se tiene que:

$$\text{Factor de potencia unidad} \Rightarrow Q_{T'} = 0$$

$$Q_{COND} = -Q_T = 4,97 \text{ kVAR}_{(a)} \quad Q_{COND} = X_C \times I^2 \Rightarrow X_C = 567 \Omega$$

$$C = 5'6 \mu F$$

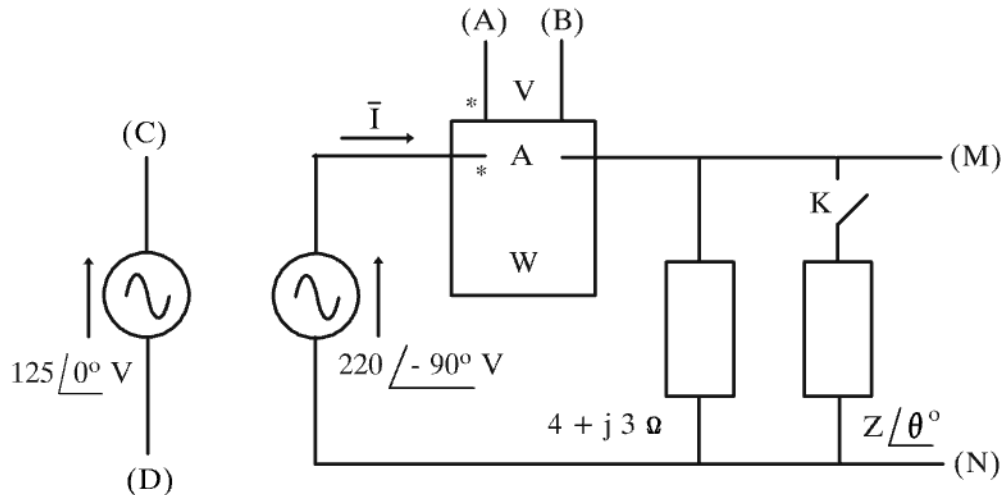
EJERCICIO 4.- Para el circuito de la figura, se pide:

1.- Con el interruptor K abierto:

a) La lectura del vatímetro cuando sus terminales de tensión A y B se conectan a los terminales C y D respectivamente.

b) La lectura del vatímetro cuando sus terminales de tensión A y B se conectan a los terminales M y N respectivamente.

2.- Con el interruptor K cerrado, la lectura del vatímetro es de 85 W, con la conexión descrita en a), y de 8.490 W con la conexión descrita en b), calcular el valor de la impedancia $Z \angle \theta$.

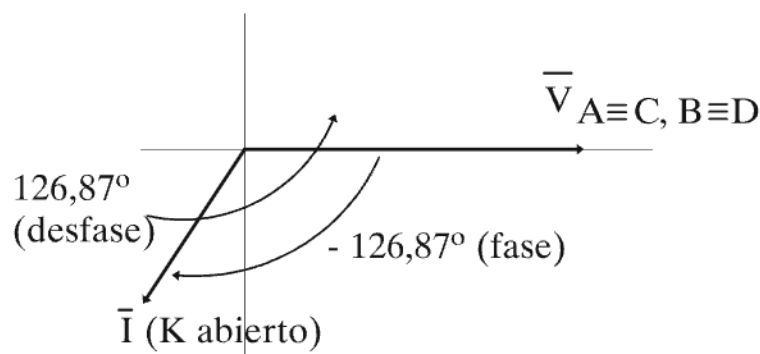


RESOLUCIÓN:

1.- a) Llamando I_1 a la corriente que circula por la impedancia $4 + j3 \Omega$, se tiene que:

$$\bar{I}_1 = \frac{220 \angle -90^\circ}{5 \angle 36,57^\circ} = 44 \angle -126,87^\circ \text{ A}$$

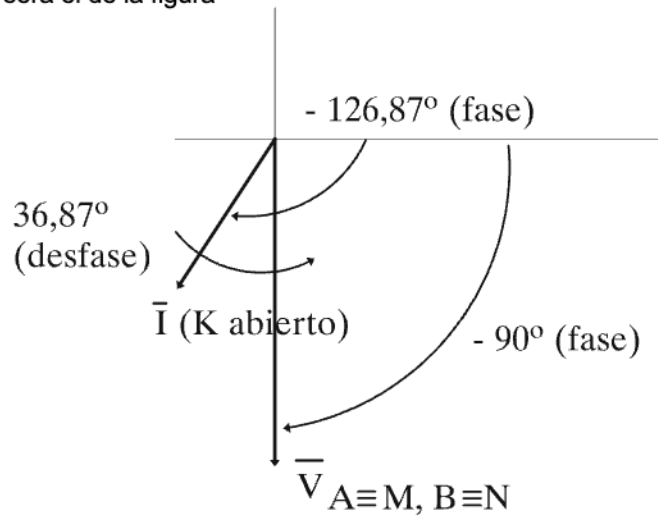
El diagrama fasorial con la representación de la tensión y de la corriente es el de la figura.



por tanto, la lectura del vatímetro vendrá dada por: $W = 125 \times 44 \times \cos(126,87^\circ) = -3.300 \text{ W}$

Este valor de la potencia no tiene ningún significado físico, es decir, no corresponde a la potencia disipada por una impedancia.

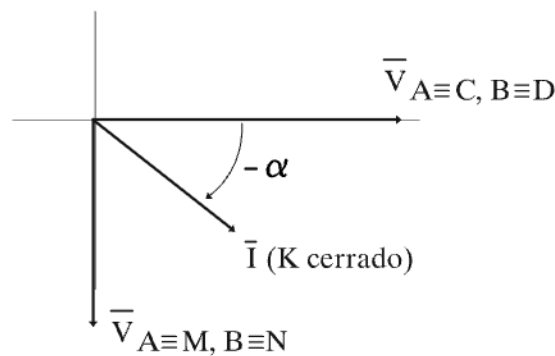
c) El nuevo diagrama fasorial será el de la figura



y la nueva lectura del vatímetro vendrá dada por: $W = 220 \times 44 \times \cos(126,87^\circ - 90^\circ) = 7.744 \text{ W}$

En este caso, la lectura corresponde a la potencia disipada por la impedancia $4 + j 3 \Omega$, cuyo valor coincide con el calculado a través de la potencia disipada por su parte resistiva: $P = R \times I^2 = 4 \times 44^2 = 7.744 \text{ W}$

2.- Llamando $I \angle -\alpha$, a la corriente suministrada por el generador de tensión $220 \angle -90^\circ$ voltios, se puede representar el diagrama fasorial de la figura.



La posición del fasor ha de ser la indicada, en el cuarto cuadrante, ya que en caso contrario las lecturas de los vatímetros no serían las indicadas. Así, si el fasor corriente estuviese en el primer cuadrante la segunda lectura sería negativa, si estuviese en el segundo cuadrante las dos lecturas serían negativas y si estuviese en el tercer cuadrante la primera lectura sería negativa.

De las lecturas de los vatímetros se tiene que: $85 = 125 \times I \times \cos \alpha$ $8.490 = 220 \times I \times \cos(90 - \alpha)$

de estas dos ecuaciones se obtiene: $\alpha = 88,99^\circ$; $I = 38,6 \text{ A}$ $\bar{I} = 38,6 \angle -88,99^\circ \text{ A}$

La impedancia total, agrupación de la impedancia $4 + j 3 \Omega$ y Z_θ vendrá dada por:

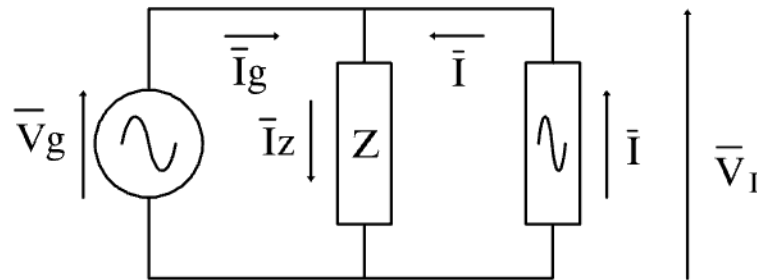
$$Z = \frac{220 \angle -90^\circ}{38,6 \angle -88,99^\circ} = 5,7 \angle -1,01^\circ \Omega$$

como ambas impedancias están en paralelo:

$$5,7 \angle -1,01^\circ = \frac{5 \angle 36,87^\circ \times Z \angle \theta^\circ}{5 \angle 36,87^\circ + Z \angle \theta^\circ}$$

$$Z \angle \theta^\circ = 8,05 \angle -82,88^\circ = 1 - j 8 \Omega$$

EJERCICIO 5 Para poner de manifiesto los triángulos de potencias en los generadores y cargas, se propone el circuito de la figura.



Como datos del problema se dan:

$$\bar{V}_g = 220 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{I} = 10 \angle 0^\circ A$$

$$Z = 20 \angle 36,87^\circ \Omega$$

La relación entre tensiones es: $\bar{V}_g = \bar{V}_I = \bar{V}_Z = 220 \angle 0^\circ V$

La corriente que circula por la impedancia, z , se obtiene aplicando la ley de Ohm a la impedancia:

$$\bar{I}_z = \frac{220 \angle 0^\circ}{20 \angle 36,87^\circ} = 11 \angle -36,87^\circ A$$

La corriente suministrada por el generador, g , se calcula aplicando la primera ley de Kirchhoff al nudo:

$$\bar{I}_g + \bar{I} - \bar{I}_z = 0$$

$$\bar{I}_g = 11 \angle -36,87^\circ - 10 \angle 0^\circ = 6,71 \angle -100,3^\circ A$$

Triángulo de potencias de la impedancia Z :

$$P_Z = 220 \times 11 \times \cos 36,87^\circ = 1.936 W$$

$$Q_Z = 220 \times 11 \times \sin 36,87^\circ = 1.452 VAR,$$

$$S_Z = 2.420 VA$$

Triángulo de potencias del generador de corriente:

$$P_I = 220 \times 10 \times \cos 0^\circ = 2.200 W$$

$$Q_I = 220 \times 10 \times \sin 0^\circ = 0 VAR$$

$$S_I = 2.200 VA$$

Triángulo de potencias del generador de tensión:

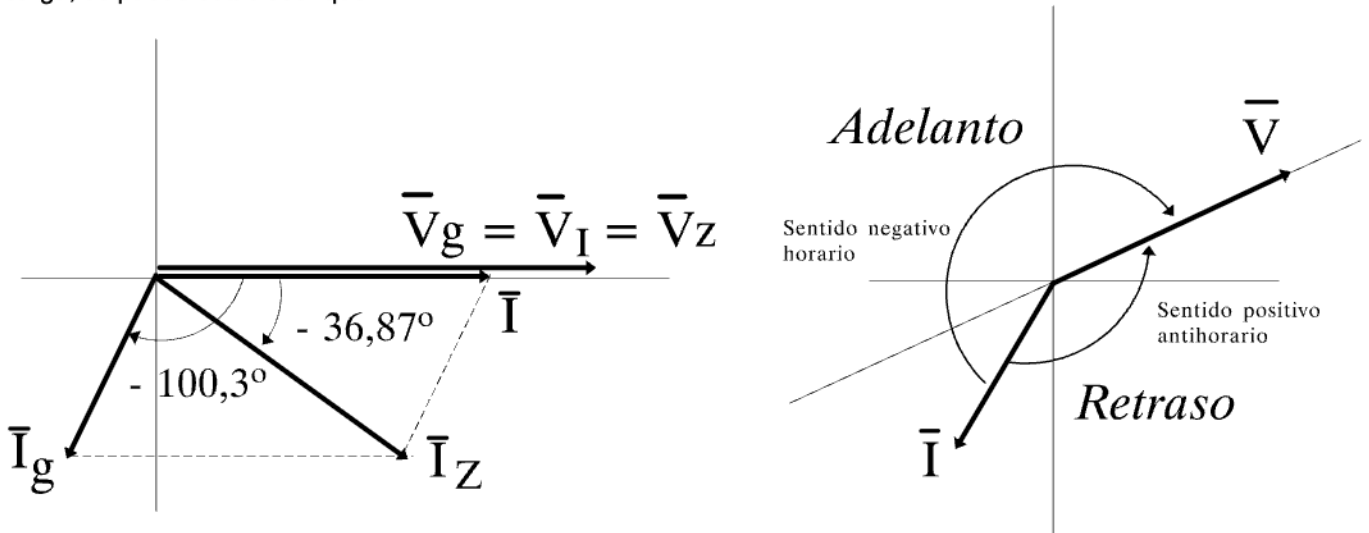
$$P_g = 220 \times 6,71 \times \cos (-100,3^\circ) = -263,95 \text{ W}$$

$$Q_g = 220 \times 6,71 \times \sin (-100,3^\circ) = 1.452,4 \text{ VAR}_r$$

$$S_g = 1.476,2 \text{ VA}$$

La interpretación de los valores obtenidos para este triángulo de potencias es la siguiente.

Teniendo en cuenta el diagrama fasorial de tensiones y corrientes mostrado en la figura 4.19, y que la suma de potencias activas y reactivas de los generadores ha de ser igual a la suma de las potencias activas y reactivas consumidas por la carga, se puede establecer que:



El desfase de tensión corriente mayor de 90° para el generador de tensión indica que absorbe potencia activa, en vez de suministrarla. Por tanto, el signo negativo de la potencia activa indica que el generador de tensión consume energía. Así se establece que, la suma global de potencias activas ha de ser cero, esto es, la potencia activa total suministrada por el generador de corriente será igual a la potencia activa consumida por la impedancia más la potencia activa consumida por el generador de tensión, es decir:

$$P_I - P_g = P_Z \quad 2.200 \text{ W} - 264 \text{ W} = 1.936 \text{ W}$$

La potencia reactiva es siempre suministrada por el generador.

La potencia reactiva será en retraso, $Q > 0$, cuando el ángulo medido desde el fasor corriente hacia el fasor tensión, por el camino más corto (ángulo más pequeño), se realice en sentido antihorario, y será en adelanto, $Q < 0$, cuando el sentido de medición sea el horario.

Si el desfase es de 180° el generador sólo consumirá energía activa, siendo nula la reactiva.

La suma global de potencias reactivas ha de ser cero, por tanto, la potencia reactiva suministrada por el generador de corriente más la potencia reactiva suministrada por el generador de tensión ha de ser igual a la potencia reactiva absorbida por la carga, esto es:

$$Q_V + Q_I = Q_Z \quad 1.452 \text{ VAR}_r + 0 \text{ VAR} = 1.452 \text{ VAR}_r$$

