

POTENCIA EN CIRCUITOS MONOFÁSICOS

7.1.- Potencia instantánea, media y fluctuante de un dipolo pasivo.

7.1.1.- Elemento Resistencia.

7.1.2.- Elemento Inductancia.

7.1.3.- Elemento Condensador.

7.2.- Potencia Activa, Reactiva y Aparente. Triángulo de Potencias.

7.3.- Potencia Compleja.

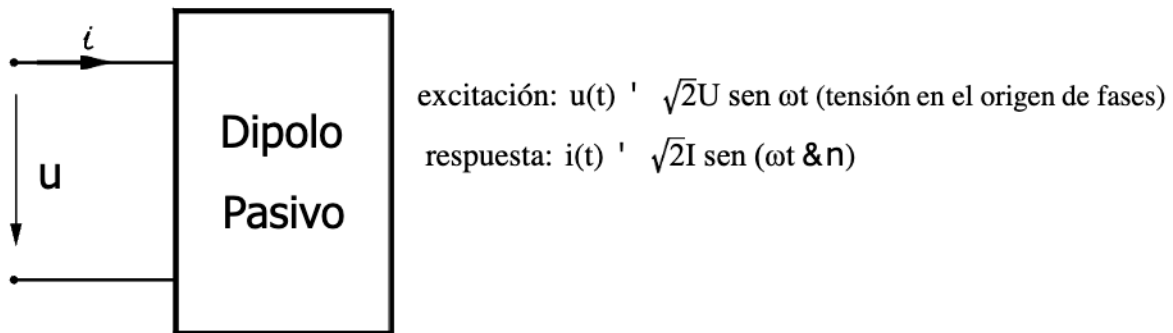
7.5.- Corrección del factor de potencia.

7.6.- Medida de la potencia en corriente alterna.

T POTENCIA EN CIRCUITOS MONOFÁSICOS

7.1.- POTENCIA INSTANTÁNEA, MEDIA Y FLUCTUANTE DE UN DIPOLO PASIVO

Si a un dipolo pasivo se le aplica una tensión alterna senoidal, u , el dipolo responde con una intensidad i de igual pulsación que la tensión aplicada pero desfasada un ángulo ϕ respecto a esta.



Con el nombre de potencia instantánea se designa al producto $p = u(t) i(t) = u i$ y será:

$$p(t) = u(t) i(t) = 2UI \sin (\omega t) \sin (\omega t + \phi) \quad (1)$$

Cuando p es mayor que cero la potencia es absorbida por el dipolo pasivo y si es menor que cero el dipolo suministra potencia.

Teniendo en cuenta las siguientes relaciones:

$$\left. \begin{aligned} \cos (a \pm b) &= \cos a \cos b \pm \sin a \sin b \\ \cos (a \mp b) &= \cos a \cos b \mp \sin a \sin b \end{aligned} \right\} \sin a \sin b = \frac{1}{2} [\cos (a \mp b) \mp \cos (a \pm b)]$$

La potencia instantánea dada por (1) quedará:

$$p(t) = 2UI \frac{1}{2} [\cos \phi \mp \cos (2\omega t + \phi)] = UI \cos \phi \mp UI \cos (2\omega t + \phi)$$

El valor medio de la potencia será:

$$P = P_{\text{med}} = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T [UI \cos \phi \mp UI \cos (2\omega t + \phi)] dt = UI \cos \phi$$

$$P = P_{\text{med}} = U I \cos \phi$$

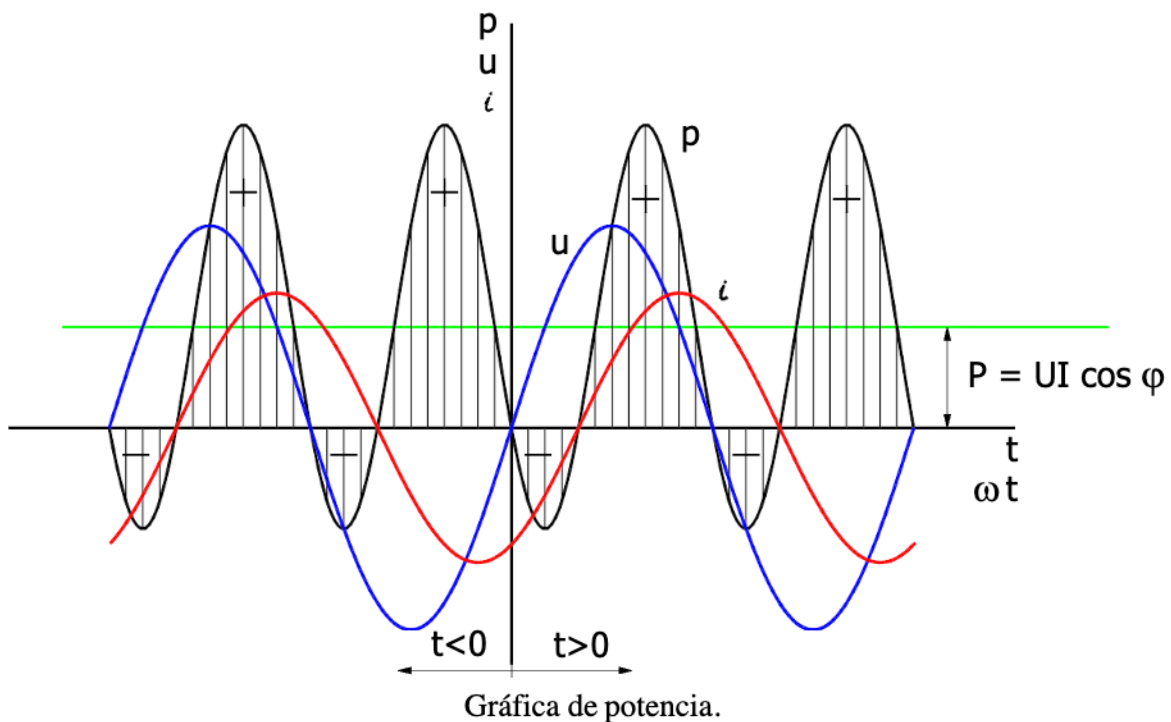
a este valor se le define como potencia activa, real o verdadera y es la potencia media transmitida al dipolo.

Por lo que, podremos decir que la potencia instantánea absorbida o cedida por un circuito pasivo esta compuesta por dos términos:

- 1) Un término constante P , denominado potencia activa

$$P = UI \cos \phi$$

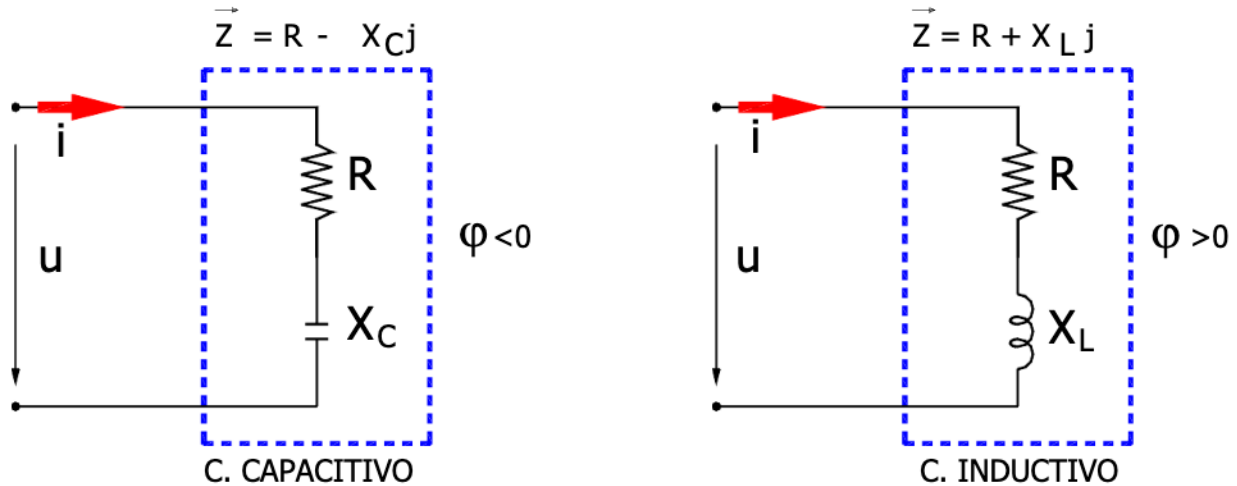
- 2) Un término fluctuante - $UI \cos (2\omega t + \phi)$
($(+\phi)$ circuito inductivo , $(-\phi)$ circuito capacitivo) cuyo valor medio es nulo y cuya frecuencia es doble que las magnitudes u e i . Puede comprobarse en la gráfica de potencia como la potencia instantánea tiene doble pulsación que la tensión aplicada al dipolo y como el dipolo es alternativamente receptor ($P>0$) y generador ($P<0$).



La expresión de la potencia instantánea se puede expresar de la siguiente manera:

7.2.- POTENCIA ACTIVA, POTENCIA REACTIVA Y POTENCIA APARENTE. TRIÁNGULO DE POTENCIA.

Todo dipolo pasivo excitado con una tensión alterna senoidal se puede reducir a una resistencia en serie con un condensador (circuito capacitivo), o una resistencia en serie con una bobina (circuito inductivo).



La potencia instantánea consumida por este dipolo pasivo será, como ya hemos visto:

$$p(t) = P (1 + \cos(2\omega t)) + UI \sin \phi \sin(2\omega t)$$

Siendo el primer termino la potencia consumida por la resistencia, R , de la impedancia y el segundo termino la potencia puesta en juego por la reactancia, X , de la impedancia.

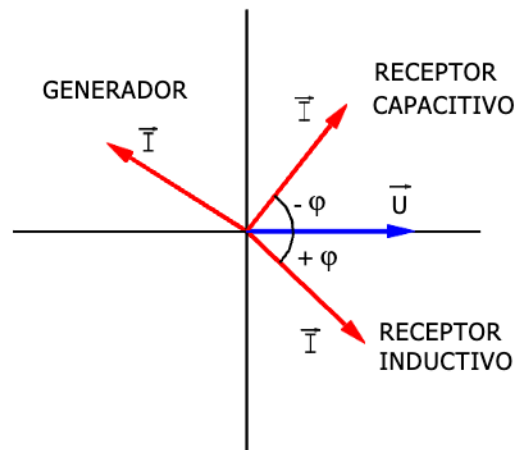
L Se denomina **Potencia activa, real o verdadera** al valor medio de la potencia instantánea, $P = UI \cos \phi$, sus unidades se dan en watios (W) y es la potencia transferida a la impedancia. Como solo R consume potencia será la potencia consumida por R con lo que

$$P = UI \cos \phi = R I^2$$

La potencia activa depende directamente del desfase que hay entre u e i por lo que al valor de $\cos \phi$ se le llama **factor de potencia**.

En un dipolo pasivo $P \geq 0$ pues en el no hay fuentes de energía, por consiguiente el f.d.p. ha de ser: $\cos \phi \geq 0$. Si $\cos \phi < 0$, el dipolo esta suministrando energía y por tanto ha de contener fuentes energéticas lo que quiere decir que no puede ser pasivo.

Si tomamos como origen la tensión u aplicada al dipolo y representamos simbólicamente i e u ,



la intensidad estará dentro del primer y cuarto cuadrante siempre que el receptor sea pasivo ($P > 0 \rightarrow \cos \phi > 0$) y si ocupa los cuadrantes tercero y segundo el circuito actúa como generador, o sea, suministrando energía.

L Se denomina **potencia reactiva** al valor máximo de la potencia fluctuante positiva y negativa de valor medio nulo. Si la potencia fluctuante (+) y (-) vale $\pm UI \sin \phi \sin 2\omega t$ & $Q \sin 2\omega t$ el valor máximo será:

$$Q = U I \sin \phi \quad \text{Potencia Reactiva}$$

$$Q (+) \text{ para } \phi (+) \quad \text{Carga inductiva}$$

$$Q (-) \text{ para } \phi (-) \quad \text{Carga capacitiva}$$

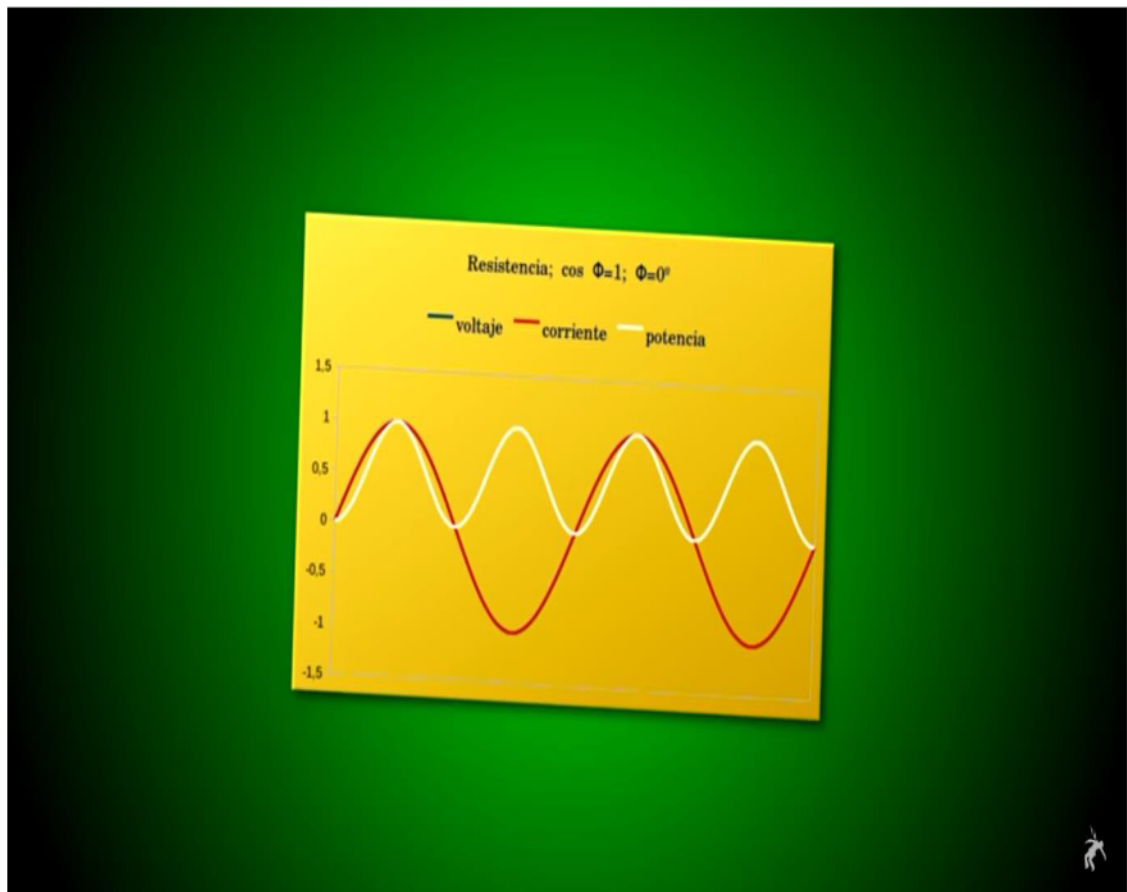
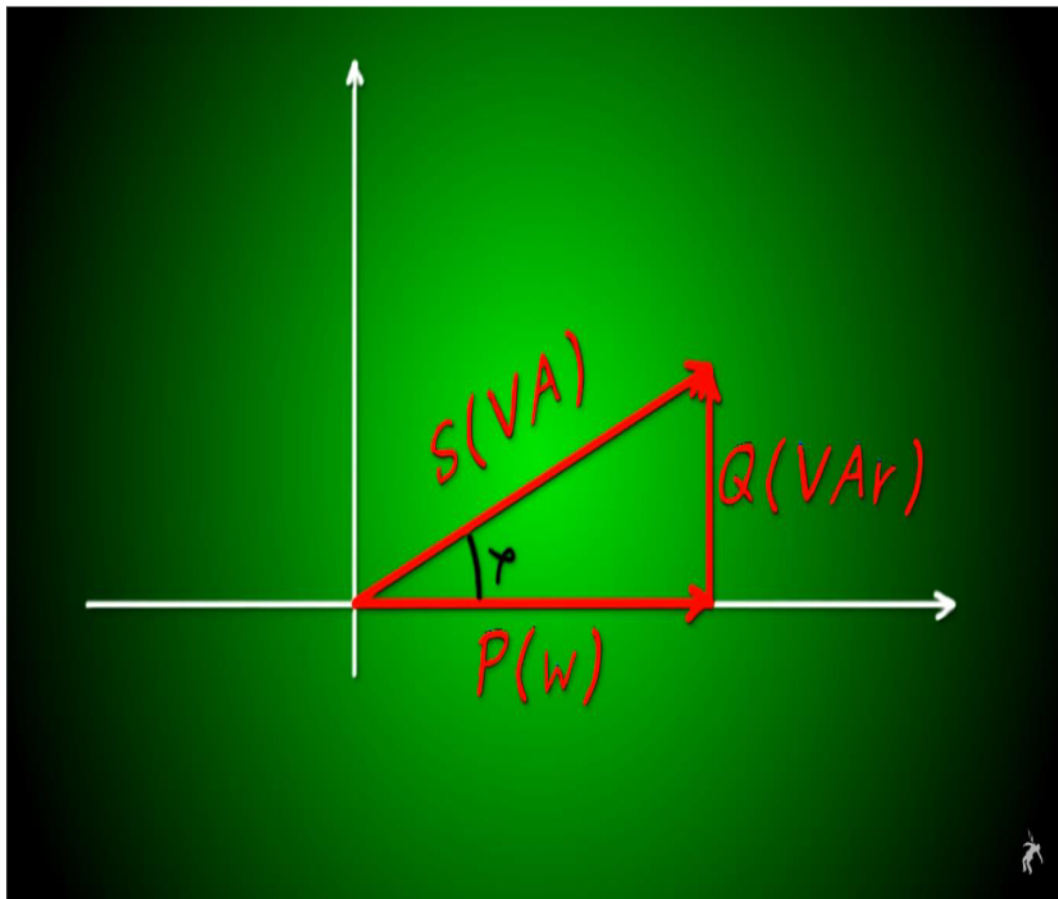
La unidad de esta potencia es el voltamperio reactivo (VAr).

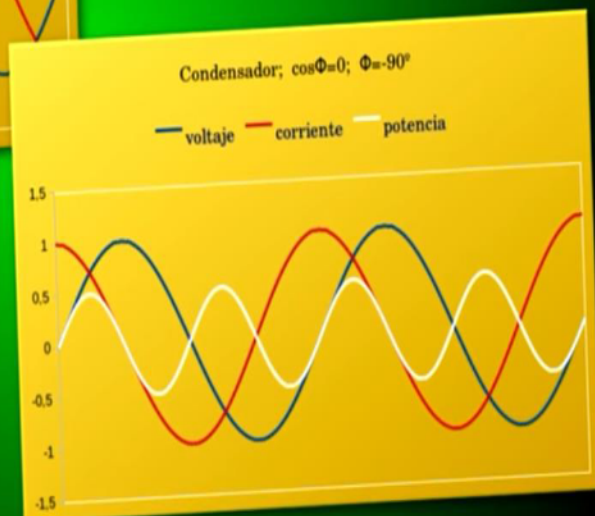
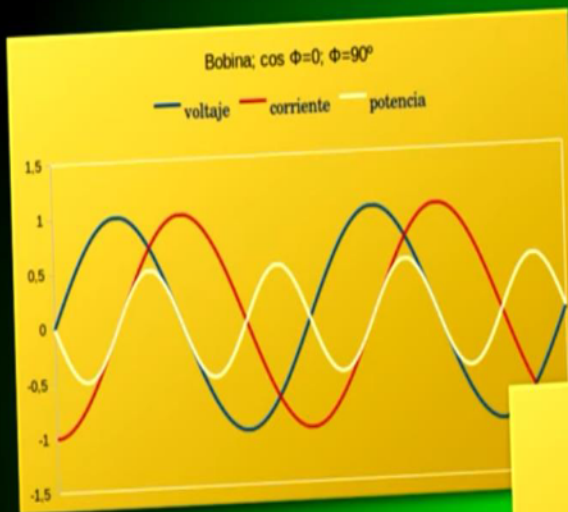
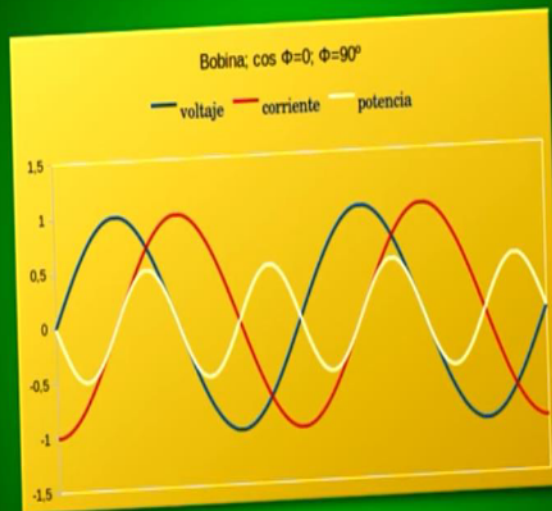
La potencia reactiva representa un bombeo de energía que es necesaria para el funcionamiento del receptor pero que no nos da ninguna energía útil. A veces, se le llama potencia magnetizante, por ser la consumida en los circuitos magnéticos de las máquinas para crear el flujo, aunque no es consumida (solo las pérdidas), sino que es almacenada en el campo magnético para ser devuelta más tarde, en la desconexión.

L Se denomina **Potencia Aparente** al producto de la tensión eficaz por la intensidad eficaz.

$$S = U I$$

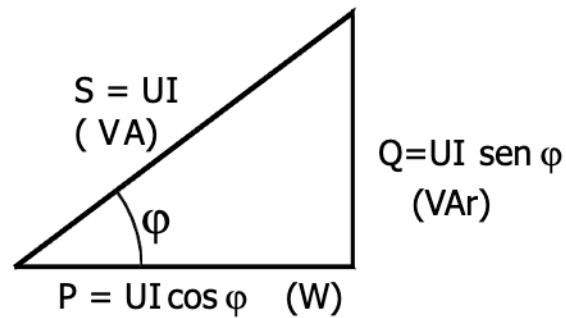
y su unidad es el voltamperio (VA).





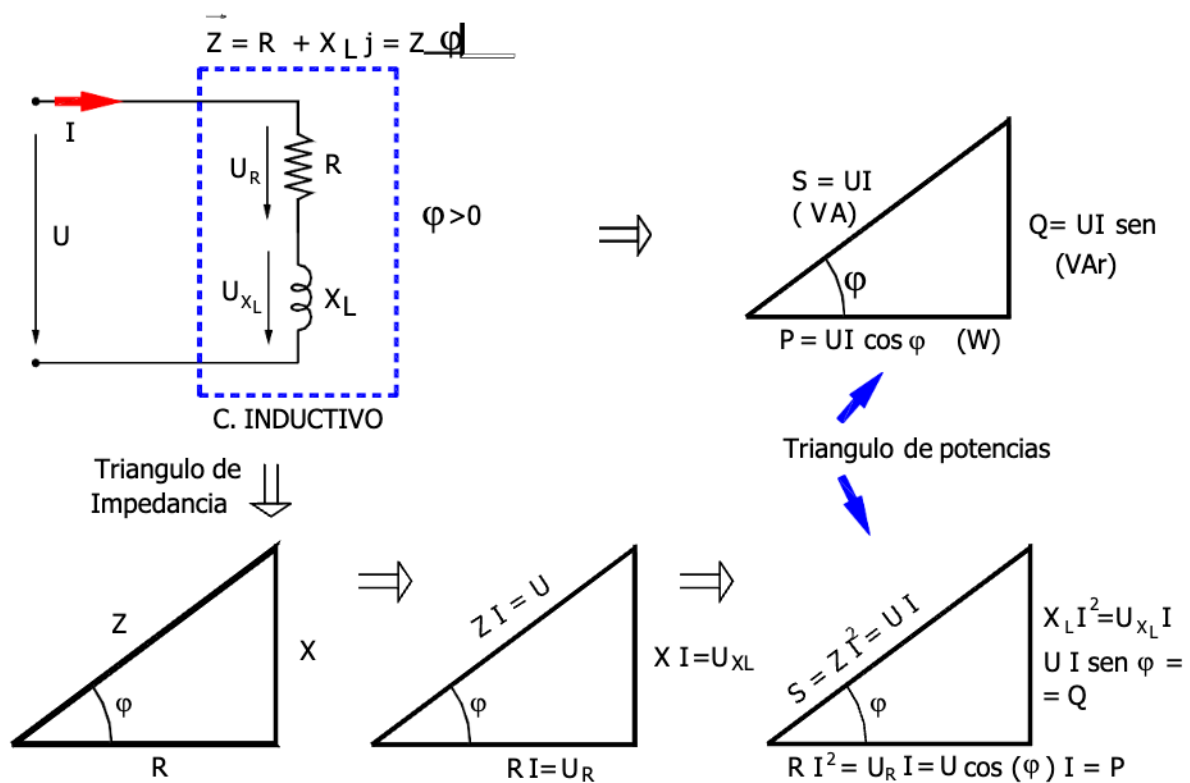
En corriente continua la potencia transferida es el producto UI . En corriente alterna la potencia aparente S coincide con la potencia activa P , cuando la impedancia se compone sólo de RESISTENCIA.

De acuerdo con estas definiciones se puede crear un triángulo rectángulo llamado "Triángulo de Potencias", según se muestra en la figura, de forma que los lados del triángulo representen a la potencia activa, reactiva y aparente.

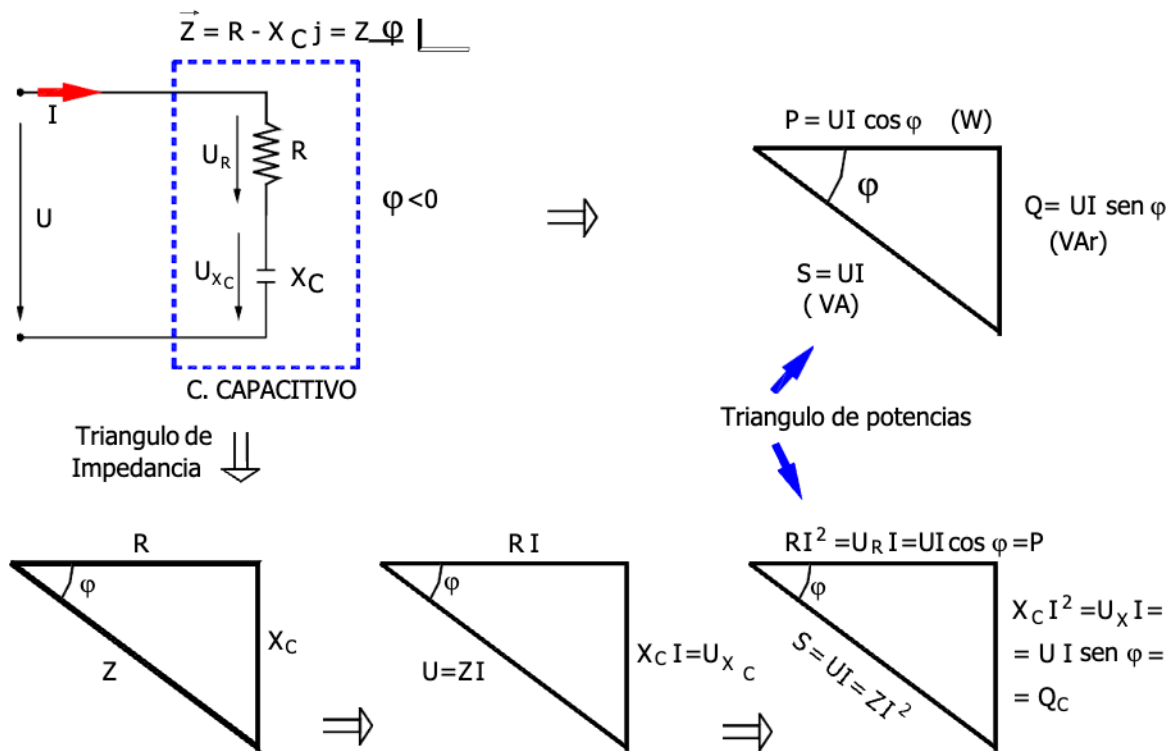


El triángulo de potencias se puede obtener a partir del triángulo de impedancias ya definido anteriormente, veámoslo para una impedancia inductiva genérica y otra capacitiva.

- Impedancia inductiva:

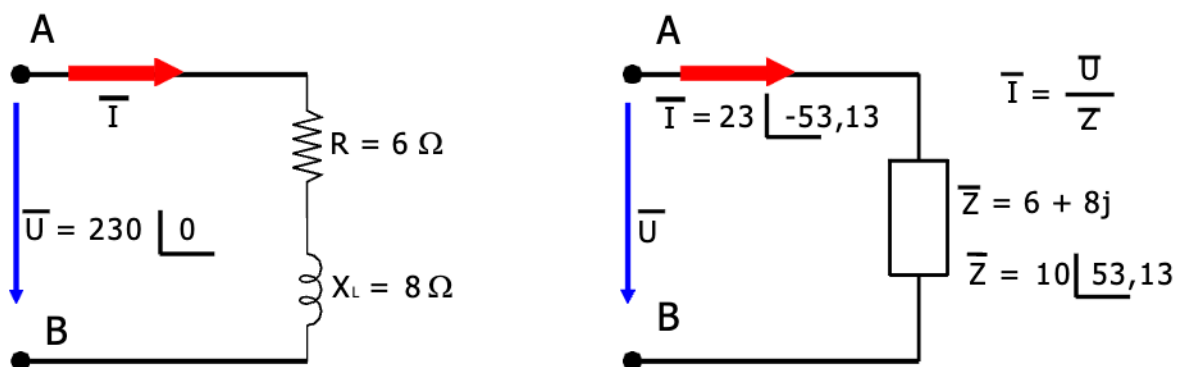


- Impedancia capacitiva:



Ejemplo: Determinar el balance de potencias correspondiente a un receptor de impedancia $Z = 6 + 8j$ excitado con una tensión alterna senoidal de valor eficaz 230 V.

Solución:



Si tomamos como origen de fases la tensión entre A y B, la intensidad circulante será

$$\vec{U}_{AB} = 230 \angle 0 \rightarrow \vec{I}_{AB} = \frac{\vec{U}_{AB}}{\vec{Z}_{AB}} = \frac{230 \angle 0}{10 \angle 53,13} = 23 \angle -53,13 = 13,8 - 18,4j$$

Por tanto las tensiones parciales serán:

$$U_R = I_R Z_R = 23 \times 6 = 138 \text{ V en fase con la intensidad}$$

$$U_L = I_L Z_L = 23 \times 8 = 184 \text{ V adelantada } 90^\circ \text{ a la intensidad}$$

$$\bar{U}_R = 138 \angle 53,13^\circ = 138 \cos 53,13^\circ + j 138 \sin 53,13^\circ = 82,8 + j 110,4$$

$$\bar{U}_L = 184 \angle 53,13^\circ + 90^\circ = 184 \cos 36,89^\circ + j 184 \sin 36,89^\circ = 147,2 + j 110,4$$

Comprobación:

$$\bar{U}_{AB} = \bar{U}_R + \bar{U}_L = (82,8 + j 110,4) + (147,2 + j 110,4) = 230 + j 220$$

La potencia media consumida por esta impedancia será:

$$P_{AB} = U_{AB} I_{AB} \cos(\theta_{AB}) = 230 \times 23 \times \cos(53,11) = 3174 \text{ W}$$

que lógicamente coincidirá con la potencia absorbida por la resistencia:

$$P_R = U_R I_R = R (I_R)^2 = (U_R)^2 / R = 138^2 / 6 = 3174 \text{ W}$$

La potencia reactiva, o dicho de otro modo, el valor máximo de la potencia fluctuante puesta en juego por esta impedancia tendrá por valor:

$$Q_{AB} = U_{AB} I_{AB} \sin(\theta_{AB}) = 230 \times 23 \times \sin(53,11) = 4234 \text{ VAr}$$

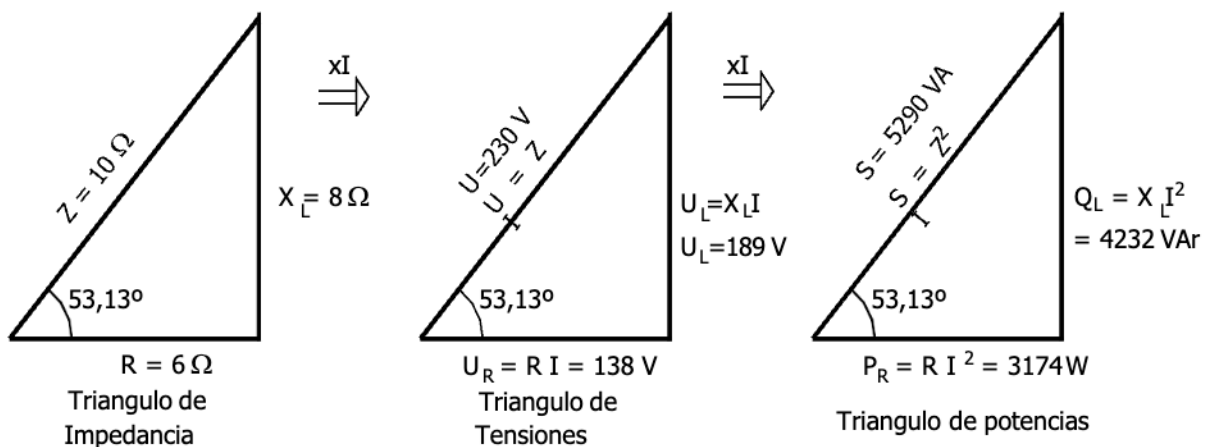
que lógicamente coincidirá con la potencia reactiva puesta en juego por la bobina:

$$Q_R = U_L I_L = X_L (I_L)^2 = (U_L)^2 / X_L = 184^2 / 8 = 4232 \text{ Var}$$

La potencia aparente valdrá:

$$S_{AB} = U_{AB} I_{AB} = 230 \times 23 = 5290 \text{ VA}$$

Todos estos valores se podrían haber obtenidos a partir del triángulo de impedancias, obteniendo al final el triángulo de potencias correspondiente a la impedancia compleja en estudio.



La expresión temporal de la potencia instantánea sería:

$$p(t) = P (1 + \cos(2\omega t + \pi/2)) + Q \sin(2\omega t) \\ = 3174 (1 + \cos(200\pi t - \pi/2)) - 4232 \sin(200\pi t)$$

7.3.- POTENCIA COMPLEJA

La potencia reactiva unas veces puede ser positiva si $n(+)$ y otras negativas si $n(-)$, por lo que para unificar criterios y desde un punto de vista operacional se emplea la potencia compleja, que no es más que la potencia aparente expresada en forma compleja.

$$\bar{S} = P + jQ = UI \cos \phi + j UI \sin \phi = UI^* \underline{Z}$$

El producto de la tensión por la intensidad, nos da la potencia aparente, por lo que podríamos pensar que el producto del fasor $\underline{U}$ por el fasor $\underline{I}$ nos daría la potencia compleja: $\bar{S} = \underline{U} \underline{I}$ pero no es así, $\bar{S} \neq \underline{U} \underline{I}$, veámoslo:

Sea un dipolo pasivo de carácter inductivo $\underline{Z} = Z \angle \phi$, la potencia compleja correspondiente será: $\bar{S} = UI^* \angle \phi$, pero si multiplicamos el fasor $\underline{U} = U \angle \alpha$ por el fasor $\underline{I} = I \angle \alpha + \phi$, resulta que la potencia aparente será:

$$\bar{S} = U \angle \alpha \cdot I \angle \alpha + \phi = UI \angle 2\alpha + \phi \quad \text{MAL}$$

para que la expresión matemática corresponda con la naturaleza inductiva o capacitiva de la potencia debemos multiplicar la tensión por la conjugada de la intensidad, es decir:

$$\bar{S} = \underline{U} \underline{I}^*$$

siendo: $\underline{I}^* = I \angle -(\alpha + \phi)$; Por lo que en el caso anterior resultará:

$$\bar{S} = \underline{U} \underline{I}^* = U \angle \alpha \cdot I \angle -(\alpha + \phi) = UI \angle -\phi \quad n(+)\text{ Carga inductiva}$$

Si la impedancia es capacitiva $\underline{Z} = Z \angle -\phi$, se tendrá que:

$$\underline{U} = U \angle \alpha, \underline{I} = I \angle \alpha - \phi \quad \text{e} \quad \underline{I}^* = I \angle -(\alpha - \phi)$$

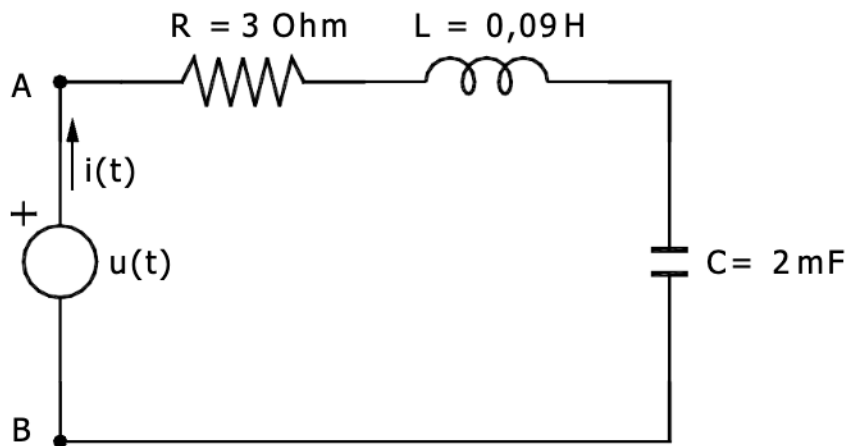
Y por tanto la potencia compleja será:

$$\bar{S} = \underline{U} \underline{I}^* = U \angle \alpha \cdot I \angle -(\alpha - \phi) = UI \angle \phi \quad n(-)\text{ Carga capacitiva}$$

Ejemplo: Dado el circuito de la figura determinar

1) Intensidad y potencia instantánea dada por la fuente

2) Potencia compleja entre A y B



Nota: $u(t) = \sqrt{2} 50 \sin(100t)$

Solución: Para resolver el circuito utilizaremos el método simbólico, por lo que se determinara las impedancias de los elementos y el fasor de la tensión.

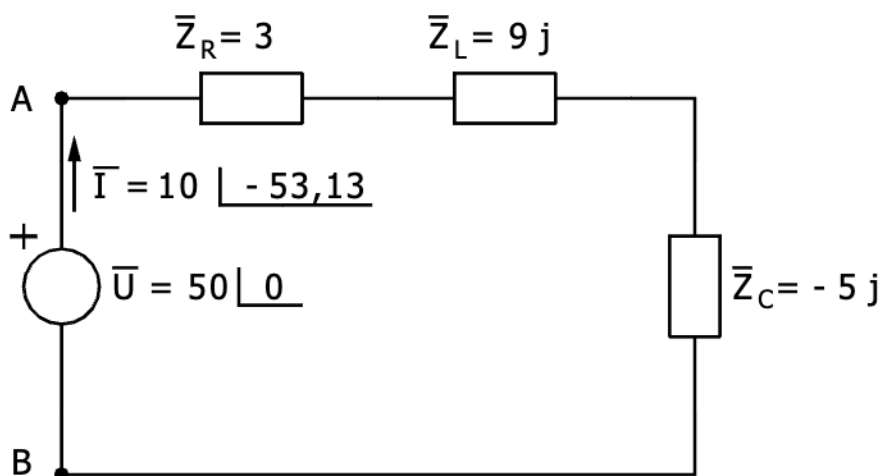
Fasor de tensión: $\bar{U} = 50 \angle 0$

Impedancias: $\bar{Z}_R = 3 \angle 0$; $\bar{Z}_L = L\omega \angle 90 = 9 \angle 90$

$\bar{Z}_C = \frac{1}{C\omega} \angle -90 = 5 \angle -90$

Impedancia equivalente entre A y B: $\bar{Z}_{AB} = \bar{Z}_R + \bar{Z}_L + \bar{Z}_C = 3 + j9 - j5 = 3 + j4 = 5 \angle 53,13$

Fasor de la intensidad: $\bar{I}_{AB} = \frac{\bar{U}_{AB}}{\bar{Z}_{AB}} = \frac{50 \angle 0}{5 \angle 53,13^\circ} = 10 \angle -53,13$



La intensidad temporal pedida será: $i(t) = \sqrt{2} 10 \sin(100t - 53,13^\circ)$

La expresión de la potencia instantánea es:

$$p(t) = P (1 + \cos(2\omega t + \pi/2)) + Q \sin(2\omega t)$$

y como:

$$P = U I \cos(\phi) = 50 \times 10 \cos(53,13^\circ) = 300 \text{ W}$$

$$Q = U I \sin(\phi) = 50 \times 10 \sin(53,13^\circ) = 400 \text{ Var}$$

$$\omega = 100 \text{ rad/s}$$

se tendrá que la potencia instantánea valdrá:

$$p(t) = 300 (1 + \cos(2\pi t + \pi/2)) + 400 \sin(200\pi t)$$

La potencia compleja entre A y B será:

$$\bar{S} = \bar{U} \bar{I}^* = 50 \angle 0^\circ \times 10 \angle 53,13^\circ = 500 \angle 53,13^\circ = 300 + 400j$$

y por tanto la potencia aparente tendrá por valor: $S = 500 \text{ VA}$

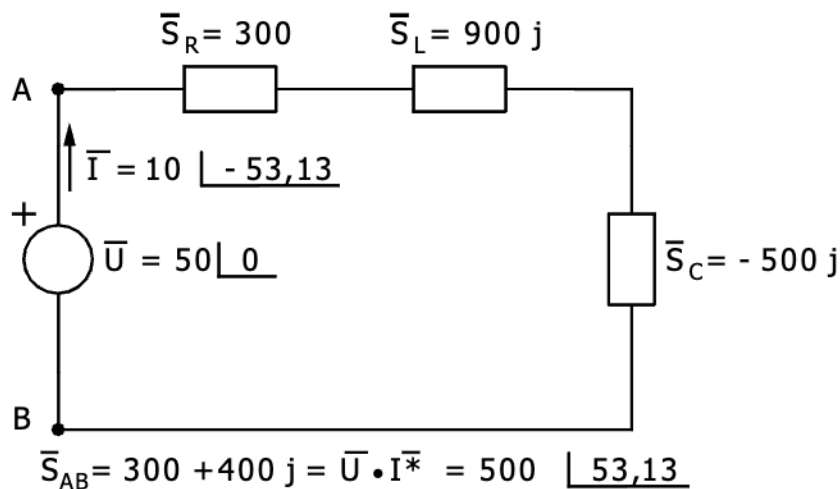
Comprobación: $\bar{S} = P + Qj = 300 + 400j = R I^2 + X I^2 = 3 \times 10^2 + 4 \times 10^2 j \rightarrow \text{correcto}$

Otra forma de comprobación: $\bar{S}_R = P + Qj = 300 + 0j$

$$\bar{S}_L = P + Qj = 0 + 900j$$

$$\bar{S}_C = P + Qj = 0 - 500j$$

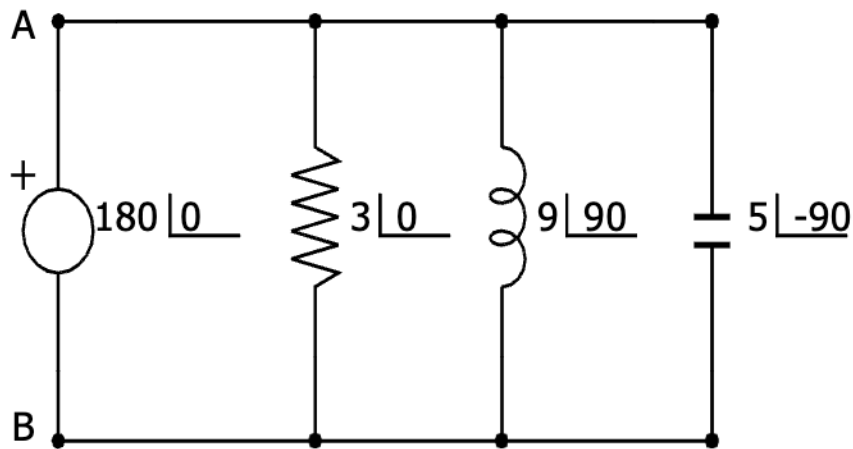
Según boucherot: $\bar{S} = \bar{S}_R + \bar{S}_L + \bar{S}_C = 300 + 400j \rightarrow \text{correcto}$



Ejemplo: Dado el circuito de la figura determinar

1) Factor de potencia entre A y B.

2) Potencia aparente dada por la fuente.



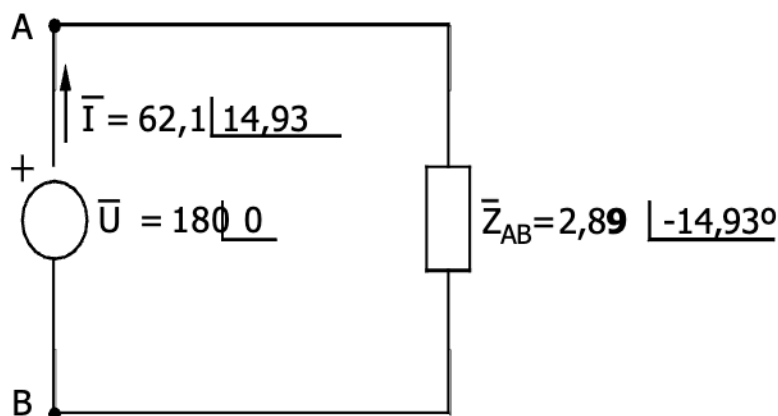
Solución: La impedancia equivalente entre A y B será:

$$\frac{1}{\bar{Z}_{AB}} = \frac{1}{\bar{Z}_R} + \frac{1}{\bar{Z}_L} + \frac{1}{\bar{Z}_C} = \frac{1 \angle 0}{3 \angle 0} + \frac{1 \angle 0}{9 \angle 90} + \frac{1 \angle 0}{5 \angle -90} = \frac{1}{2,899} \angle 14,93$$

$$\bar{Z}_{AB} = 2,899 \angle -14,93$$

Y por tanto, el fasor de la intensidad valdrá:

$$\bar{I}_{AB} = \frac{\bar{U}_{AB}}{\bar{Z}_{AB}} = \frac{180 \angle 0}{2,899 \angle -14,93^\circ} = 62,097 \angle 14,93 = 60 \angle 16^\circ$$



Siendo el factor de potencia el coseno del ángulo que hay entre la tensión y la intensidad, $f.d.p._{AB} = \cos(-14,93^\circ) = 0,966$ (Capacitivo) y la potencia aparente el producto del valor de la tensión por la intensidad, $S = U I = 180 \times 62,1 = 11177,4 \text{ VA}$

Comprobación: Al tratarse de tres elementos pasivos en paralelo se puede calcular el valor de I_{AB} a partir de las intensidades que circulan por cada uno de los elementos:

$$\bar{I}_R = \frac{\bar{U}_R}{\bar{Z}_R} = \frac{180 \angle 0^\circ}{3 \angle 0^\circ} = 60 \angle 0^\circ = 60 + j0$$

$$\bar{I}_L = \frac{\bar{U}_L}{\bar{Z}_L} = \frac{180 \angle 0^\circ}{9 \angle 90^\circ} = 20 \angle -90^\circ = 0 - j20$$

$$\bar{I}_C = \frac{\bar{U}_C}{\bar{Z}_C} = \frac{180 \angle 0^\circ}{5 \angle -90^\circ} = 36 \angle 90^\circ = 0 + j36$$

$$\bar{I}_{AB} = \bar{I}_R + \bar{I}_L + \bar{I}_C = 60 - j20 + j36 = 60 + j16 = 62,097 \angle 14,93^\circ \rightarrow \text{Correcto}$$

Otra forma de comprobación: Determinando la potencia compleja entre A y B

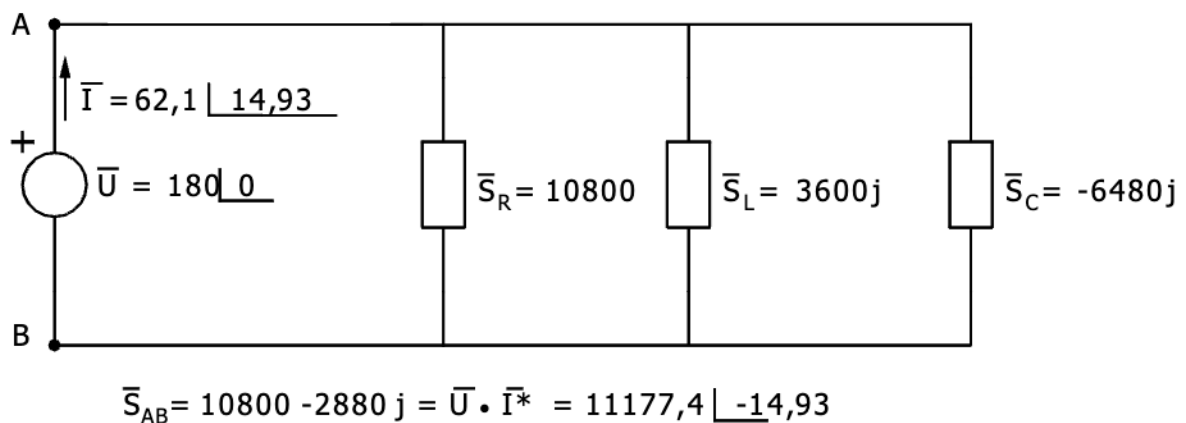
$$\bar{S}_R = P + Qj = U^2/R + 0j = 10800 + 0j$$

$$\bar{S}_L = P + Qj = 0 + U^2/X_L j = 0 + 3600j$$

$$\bar{S}_C = P + Qj = 0 - U^2/X_C j = 0 - 6480j$$

$$\text{Según Boucherot: } \bar{S} = \bar{S}_R + \bar{S}_L + \bar{S}_C = 10800 - 2880j = 11177,406 \angle -14,93^\circ$$

por lo que $S = 11177,4 \text{ VA}$ y $\text{f.d.p.}_{AB} = \cos(-14,93^\circ) = 0,966 \rightarrow \text{Correcto}$



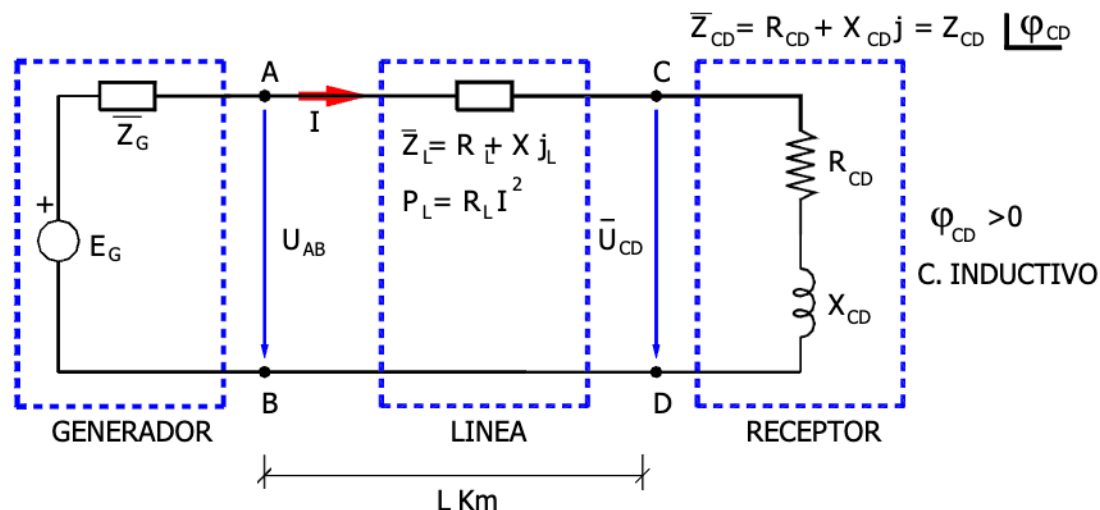
7.5.- CORRECCIÓN DEL FACTOR DE POTENCIA

La mayoría de los receptores eléctricos son predominantemente inductivos y, por tanto, la intensidad está retrasada un ángulo η respecto a la tensión aplicada, por lo que la potencia reactiva de estos es positiva. Un receptor eléctrico o dipolo eléctrico es un centro de consumo (fábrica, taller, explotación agrícola, vivienda, etc.).

Tipos de receptores mas comunes:

Receptores electrotérmicos: Productores de calor	Resistencias calefacción:	$\cos \eta = 1$
Productores de Luz	Lámparas de incandescencia:	$\cos \eta = 1$
	Lámparas de descarga:	$\cos \eta = 0,8$
Motores eléctricos	Potencia mecánica en el eje (CV).	P_m
	Factor de potencia:	$\cos \eta = 0,85$
	Rendimiento mecánico:	$\eta = 0,9$
	Potencia absorbida por el motor	P
	$P = \frac{736 \times P_m}{\eta}$	
	$P = U I \cos \eta = R I^2 = Z \cos(\eta) I^2$	
	$Z = \frac{P}{I^2 \cos \eta}$	

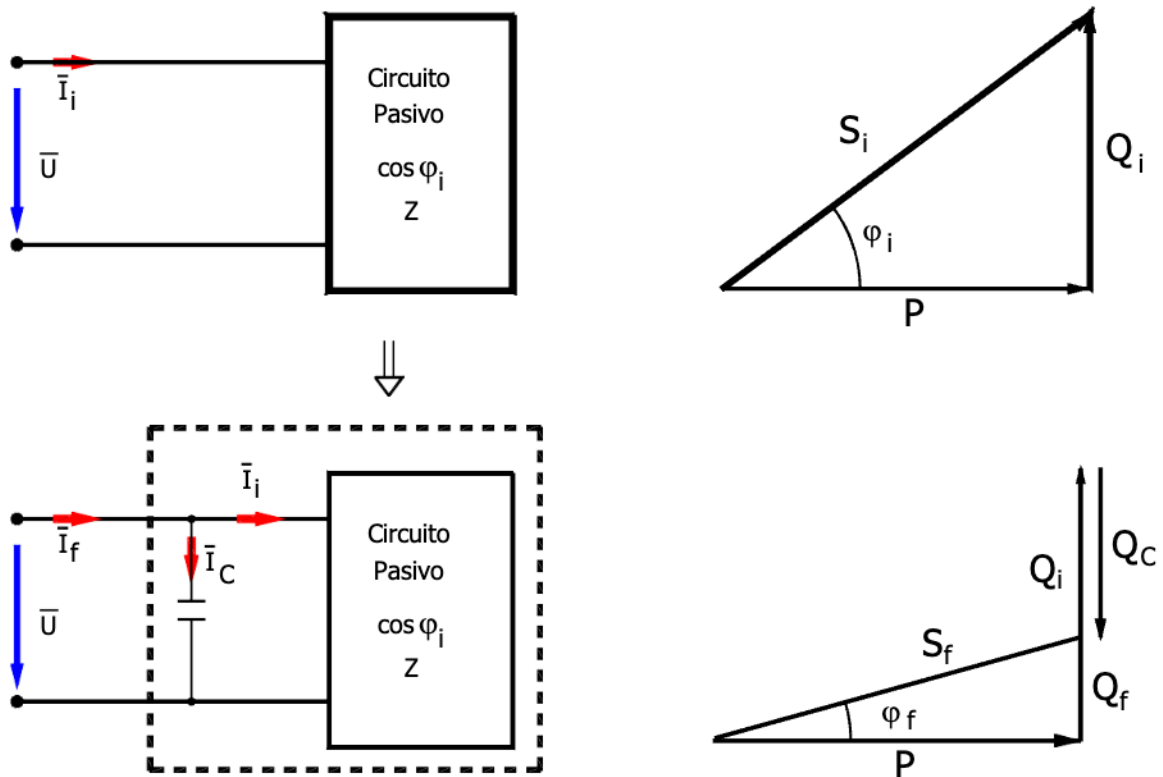
Al proyectar una instalación, es aconsejable diseñarla con equipos adecuados para que el factor de potencia sea lo más próximo a la unidad, o si la instalación existe, es conveniente intentar corregir el factor de potencia. La principal razón es la económica. Supongamos, por ejemplo, un generador diseñado para unos valores de U e I , al que se le conecta un receptor a través de una línea según el esquema de la figura siguiente.



Maneras de corregir el factor de potencia

Si tenemos un receptor inductivo, la potencia aparente consumida tendrá una componente activa y otra componente reactiva de carácter inductivo, si queremos que $\cos \phi$ se acerque a la unidad tendremos que intentar anular la componente inductiva con otra componente de semejante valor y signo contrario, o sea una componente reactiva por lo que se pondrá una batería de condensadores en paralelo con el receptor (nunca en serie con la carga pues ocasionaría un aumento de la corriente, efecto que es precisamente el que se trata de evitar).

La potencia reactiva final nunca podrá ser capacitiva, según el REBT-2002.



$$Q_i = P \operatorname{tg} \phi_i$$

$$Q_f = P \operatorname{tg} \phi_f$$

$$Q_C = Q_i - Q_f = P (\operatorname{tg} \phi_i - \operatorname{tg} \phi_f) \quad (1)$$

Por otra parte

$$Q_C = X_C I_C^2 = U I_C = U \frac{U}{1/\omega C} = U^2 \omega C \quad (2)$$

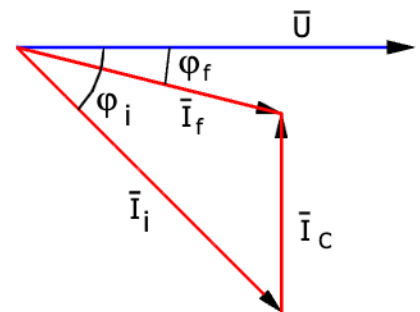
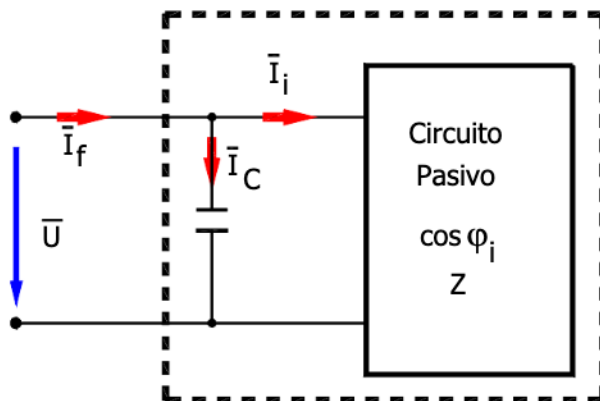
igualando (1) y (2)

$$U^2 \omega C' = P(\tan \theta_i + \tan \theta_f)$$

podemos despejar C

$$C' = \frac{P}{U^2 \omega} (\tan \theta_i + \tan \theta_f) \quad (3)$$

Otra forma de calcular la capacidad:



$$I_C' = I_i \sin(\theta_i) + I_i \cos(\theta_i) \tan(\theta_f)$$

$$\bar{I}_C' = j \omega C U \quad \bar{I}_C^* = \omega C U$$

$$I_i [\sin(\theta_i) + \cos(\theta_i) \tan(\theta_f)] = \omega C U$$

$$C' = \frac{I_i [\sin(\theta_i) + \cos(\theta_i) \tan(\theta_f)]}{\omega U} \quad (4)$$

En el caso, mucho menos frecuente, de que el desfase a corregir entre u e i se debiera a la presencia de una impedancia capacitiva se procedería de la misma forma a la ya expuesta.

7.6.- MEDIDA DE LA POTENCIA EN CORRIENTE ALTERNA.

En corriente alterna tenemos tres tipos de potencia: Potencia Activa, Reactiva y Aparente. Dependiendo de las necesidades de cada caso será necesario medir una potencia u otra, o las tres.

Para la medida de la Potencia Activa se utiliza un aparato llamado Watímetro, para la Potencia Aparente bastará con medir la tensión y la intensidad, mientras que la Potencia Reactiva se puede medir directamente con un Varímetro o indirectamente midiendo la Potencia Activa y la Potencia Aparente y efectuando operaciones.

Los aparatos de medida se representan por un círculo en los esquemas eléctricos y dentro de este círculo se sitúa una letra que nos da la magnitud que estamos midiendo.

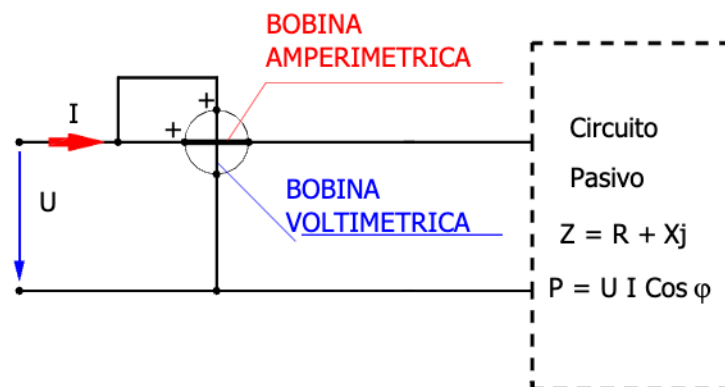
		
Watímetro	Varmetro	Fasímetro

- Medida de la potencia activa:

Los watímetros más empleados utilizan el sistema de medida electrodinámico, o sea fundados en la mutua acción de dos bobinas recorridas por corriente distinta. Una de las bobinas es de hilo grueso y tiene pocas espiras por lo que la resistencia de esta es muy pequeña y se denomina bobina amperimétrica. La otra bobina tiene un gran número de espiras y se llama bobina voltimétrica.

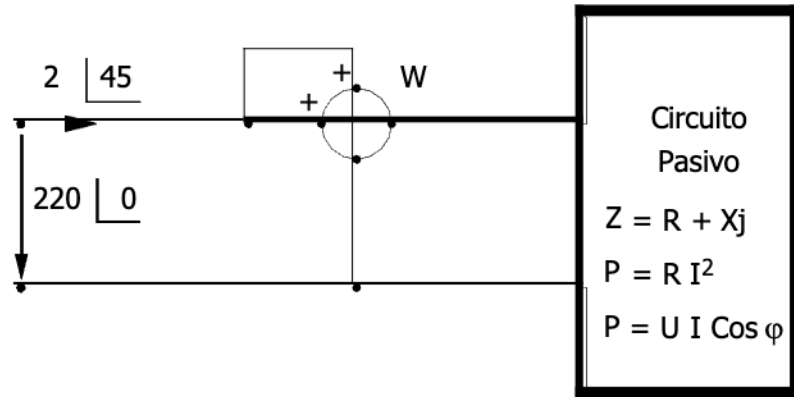
El watímetro, marca en una escala convenientemente graduada, un valor que corresponde al producto del valor eficaz de la tensión que hay aplicada en los bornes de la bobina voltimétrica por el valor eficaz de la intensidad de la corriente que pasa por la bobina amperimétrica y por el coseno del desfase que hay entre estas dos señales.

$$[W] = U I \cos \phi$$



Si colocamos el vatímetro como viene reflejado en la figura estamos midiendo directamente la potencia activa P consumida por el receptor.

Ejemplo:

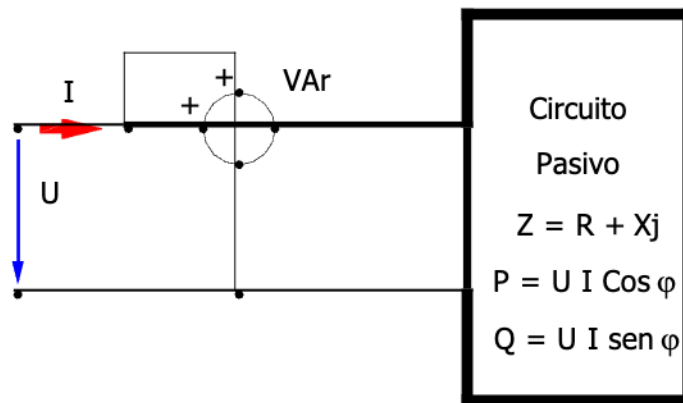


$$[W] = 220 \times 2 \times \cos(45 - 0) = 311 \text{ W.}$$

- *Medida de la potencia reactiva con varímetro:*

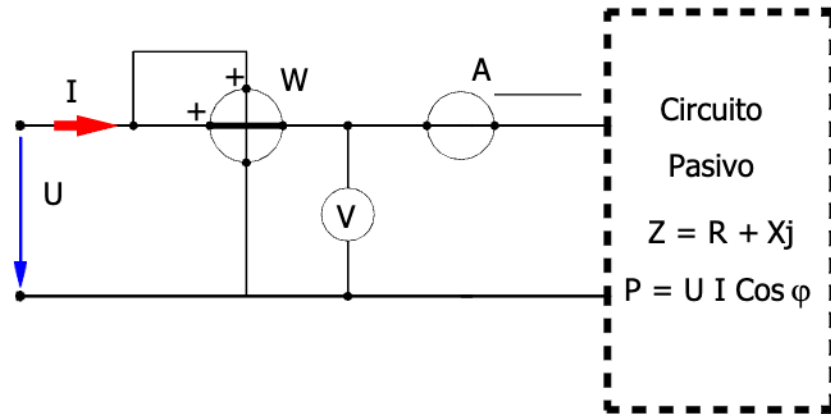
Un varímetro (también conocido como varmetro) es un aparato parecido al vatímetro solo que en la escala graduada marca $U I \sin \varphi$ y si lo montamos como viene reflejado en la figura la lectura de este nos dará la potencia reactiva del receptor:

$$Q = U I \sin \varphi$$



- *Medida de potencias con voltímetro, amperímetro y vatímetro:*

El método más sencillo para conocer la potencia Activa, Reactiva y Aparente de un circuito monofásico es utilizar el montaje de la figura:



Las lecturas de cada aparato en este circuito son:

[V] (Voltímetro): Tensión Eficaz (U)

[A] (Amperímetro): Intensidad eficaz (I)

[W] (Watímetro): Potencia activa ($P = U I \cos \phi$)

Con estos valores se puede calcular la potencia aparente, $S = U I$, consumida por el receptor, el factor de potencia, como el cociente entre la lectura del vatímetro y el producto de las lecturas del voltímetro y amperímetro:

$$\cos \phi = \frac{[W]}{[A][V]}$$

y la potencia reactiva mediante la expresión:

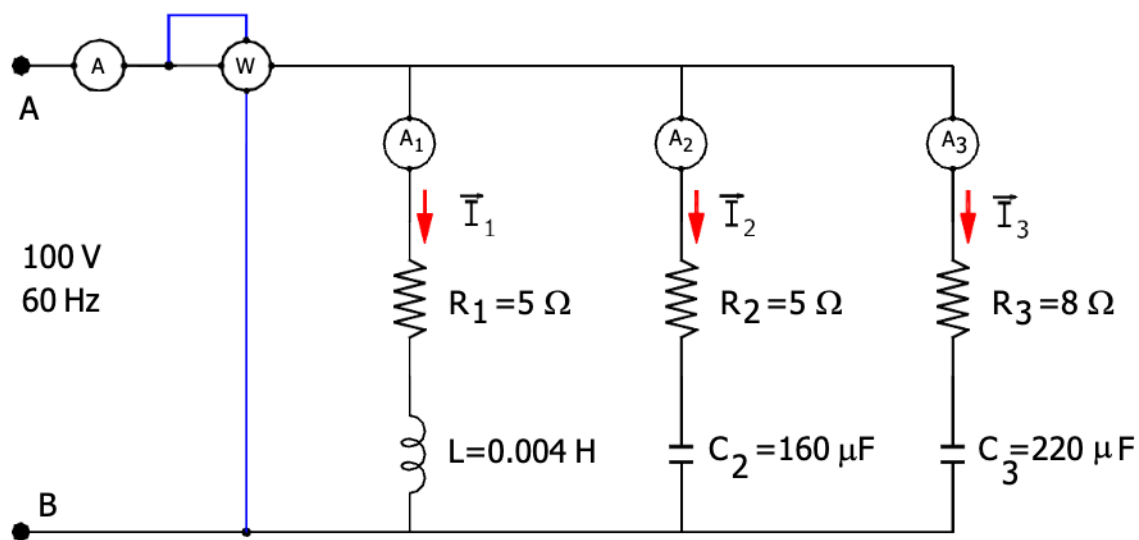
$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = S \sin \phi$$

PROBLEMA

Dado el circuito eléctrico de la figura, alimentado a una tensión de 100 V y 60 Hz.

Calcular:

- 1.- Indicaciones de los aparatos de medida conectados al circuito.
- 2.- Las características de las impedancias equivalente al circuito.
- 3.- Potencia reactiva y aparente total.
- 4.- Capacidad de la batería de condensadores, que mejora el factor de potencia de la instalación hasta la Unidad.



Solución:

- 1.- Vamos a calcular, en primer lugar, la impedancia de cada rama.

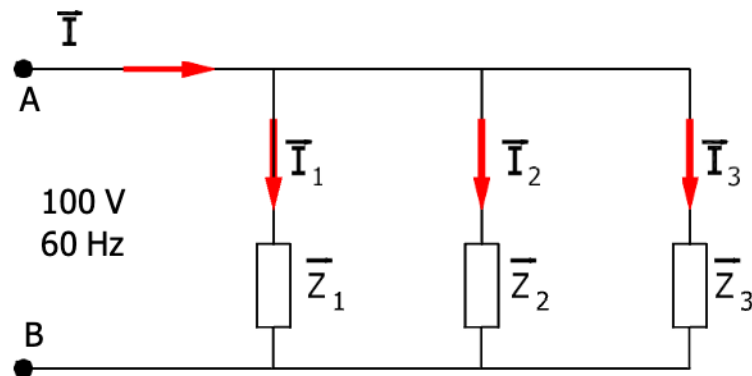
$$\bar{Z}_1 = R_1 + j\omega L = 5 + j0,04 \times 120\pi = 5 + j15,08 = 15,88 \angle 71,65^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C} = 5 + \frac{1}{10^{-6} \times 120\pi} j = 5 - j16,61 = 17,34 \angle -73,24^\circ \Omega$$

$$\bar{Z}_3 = R_3 + \frac{1}{j\omega C} = 8 + \frac{1}{10^{-6} \times 120\pi} j = 8 - j12,05 = 14,46 \angle -56,42^\circ \Omega$$

Tomamos como origen de fases el vector $\bar{U}_{AB} = 100 \angle 0^\circ$

$$\bar{I}_1 = \frac{100 \angle 0}{15,88 \angle 71,65} = \frac{\bar{U}}{\bar{Z}_1} = 6,297 \angle -71,65 \text{ A}$$



y el amperímetro indica: $A_1 = 6,297 \text{ A}$.

$$\bar{I}_2 = \frac{100 \angle 0}{17,34 \angle 73,24} = 5,77 \angle -73,24 \quad A_2 = 5,77 \text{ A.}$$

$$\bar{I}_3 = \frac{100 \angle 0}{14,46 \angle 56,42} = 6,92 \angle -56,42 \quad A_3 = 6,42 \text{ A.}$$

Aplicando el primer lema de Kirchhoff: $\bar{I}_T = \bar{I}_1 + \bar{I}_2 + \bar{I}_3$

$$\bar{I}_T = 6,297 \angle -71,65 + 5,77 \angle -73,24 + 6,92 \angle -56,42 = 9,17 \angle -35,41 \text{ A.}$$

El circuito equivalente entre A y B es capacitivo.

El amperímetro A indica: $A = 9,17 \text{ A}$.

Se puede observar que:

$$A \dots A_1 + A_2 + A_3 \quad * \bar{I}_T^* \dots * \bar{I}_1^* + \bar{I}_2^* + \bar{I}_3^*$$

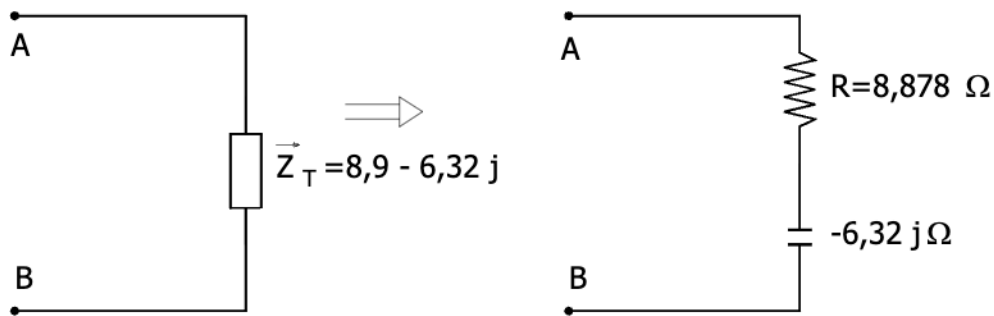
El vatímetro marcará: $W = U I \cos \phi = 100 \times 9,17 \cos (-35,41) =$

$$= 100 \times 9,17 \times 0,81 = 747,38 \text{ W}$$

2.- La impedancia equivalente del circuito será:

$$\vec{Z}_T = \frac{\vec{U}}{\vec{I}_T} = \frac{100 \angle 0}{9,17 \angle -35,41} = 10,905 \angle 35,41 = 8,878 + j6,32$$

Tenemos una resistencia de $8,9 \Omega$ en serie con una reactancia capacitiva de $6,32 \Omega$.



Otra forma de hallar la impedancia total:

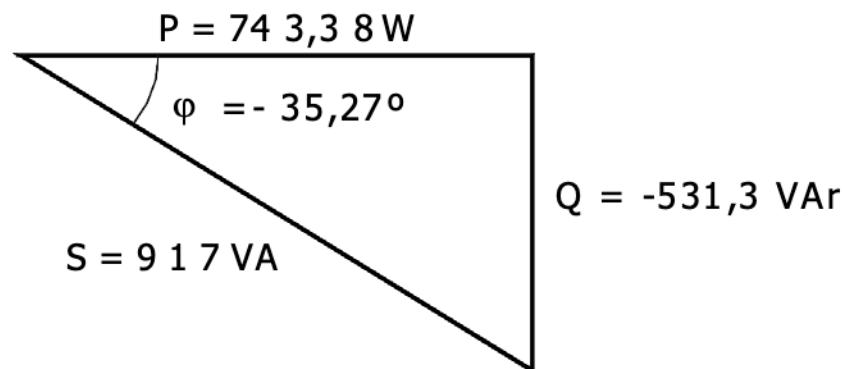
$$\frac{1}{Z_{eq}} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} + \frac{1}{Z_3} \quad \vec{Z}_{eq} = 10,91 \angle 35,41 \text{ igual que antes.}$$

3.- Potencia activa: $P = U I \cos \phi = 100 \times 9,17 \cos (-35,41) = 747,38 \text{ W.}$

Potencia reactiva: $Q = U I \sin \phi = 100 \times 9,17 \sin (-35,41) = -531,33 \text{ VAr.}$

Potencia aparente: $\vec{S} = 747,38 + j531,33 = P + jQ$

$$S = \sqrt{747,38^2 + 531,33^2} = 917 \text{ VA.}$$



Como comprobación:

$$P = R I^2 = 8,9 \times 9,17^2 = 747,38 \text{ W.}$$

$$Q = X I^2 = 6,3 \times 9,17^2 = 531,4 \text{ VAr.}$$

$$S = U I = 100 \times 9,17 = 917 \text{ VA.}$$

$$\text{o también: } S_T = \bar{U} \bar{I} = 100 \angle 0^\circ \times 9,17 \angle -35,41^\circ = 747,38 - j531,4$$

- 4.- Puesto que el circuito ya es capacitivo, no se puede mejorar el factor de potencia colocando un condensador, por el contrario habría que poner una bobina o grupo de bobinas en paralelo.

Del triángulo de potencias:

$$Q = \frac{U^2}{L\omega} = P (\tan \phi - \tan \phi_0) = \frac{100^2}{120 \pi L} = 747,38 (\tan 35,41^\circ - \tan 0^\circ)$$

Y por tanto

$$L = 0,05 \text{ H.}$$

