

Cálculo de líneas y redes eléctricas

Ramón M. Mujal



Cálculo de líneas y redes eléctricas

Ramón M. Mugal Rosas

Cálculo de líneas y redes eléctricas

Primera edición: septiembre de 2002

Diseño de la cubierta: Manuel Andreu

© Ramón M. Mual, 2002

© Edicions UPC, 2002
Edicions de la Universitat Politècnica de Catalunya, SL
Jordi Girona Salgado 31, 08034 Barcelona
Tel.: 934 016 883 Fax: 934 015 885
Edicions Virtuals: www.edicionsupc.es
E-mail: edicions-upc@upc.es

Producción: CPET (Centre de Publicacions del Campus Nord)
La Cup. Gran Capità s/n, 08034 Barcelona

Depósito legal: B-30768-2002
ISBN: 84-8301-606-0

Quedan rigurosamente prohibidas, sin la autorización escrita de los titulares del copyright, bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción total o parcial de esta obra por cualquier medio o procedimiento, comprendidos la reprografía y el tratamiento informático, y la distribución de ejemplares de ella mediante alquiler o préstamo públicos.

Prólogo

La idea de crear un libro sobre líneas y redes eléctricas, surgió ante la necesidad de disponer en una única obra tanto de los aspectos teóricos como prácticos que rigen en la actualidad las disciplinas de Ingeniería de Segundo Ciclo que tratan temas afines, ya que, si bien existen excelentes libros teóricos sobre el tema, escasean o son prácticamente nulos los que lo hacen de forma práctica.

El cálculo completo de las redes eléctricas no sólo exige contemplar el régimen de funcionamiento normal, sino que resulta igualmente importante considerar el régimen transitorio, que conlleva efectos tan nocivos como los cortocircuitos, sobrecargas o derivaciones a tierra. Por este motivo, se remite al lector a la obra, Protección de sistemas eléctricos de potencia, de la misma editorial y autor, para un mejor y más completo estudio global de los sistemas eléctricos.

Esta es una obra eminentemente práctica, sin más pretensiones que las de ofrecer, en un sólo libro, los aspectos teóricos y prácticos más importantes que rigen tanto la técnica como la seguridad y la economía en el transporte actual de la energía eléctrica.

La obra ha sido estructurada en dos módulos, con un total de cuatro capítulos bien diferenciados.

El primer módulo, formado por los capítulos primero y segundo, es teórico y versa sobre el cálculo de los sistemas de transmisión de energía eléctrica en régimen permanente, es decir, funcionando de forma normal. Concretamente el primer capítulo (Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente) nos introduce en los parámetros eléctricos más importantes; resistencia, inductancia, capacidad y conductancia, así como los efectos que estos parámetros producen; efecto Aislador, efecto Corona, o efecto Ferranti. Asimismo, se exponen los métodos de cálculo para las líneas de transporte de energía eléctrica, desde el método en "T" o el método en "II", aplicables a líneas de longitud media, hasta el método de las constantes auxiliares, aplicable a líneas de cualquier longitud, pasando por los tipos de representación tanto numéricas como gráficas, serán analizados en detalle. Por su parte, el segundo capítulo (Regulación de la tensión en las líneas eléctricas) versa sobre la regulación de la tensión, las pérdidas de potencia en las líneas de transporte de energía eléctrica y la obtención de las potencias reactivas de compensación. Éste es un capítulo muy completo e importante, ya que permite la resolución de problemas eléctricos reales, abarcando desde su generación y transporte hasta su consumo final en los puntos de destino.

El segundo módulo, eminentemente práctico, está formado por dos capítulos bien diferenciados, ya que mientras que el capítulo III (Problemas resueltos de cálculo de líneas de transmisión de energía eléctrica) nos ofrece una serie de problemas completamente resueltos y comentados sobre el funcionamiento normal de los sistemas eléctricos, con el capítulo IV (Problemas propuestos de cálculo de líneas de transmisión de energía eléctrica) se pretende ofrecer una serie de enunciados de problemas con sus correspondientes soluciones que permitan al lector ejercitarse en su resolución y comprobar así el nivel de asimilación obtenido a lo largo del estudio de la materia del presente libro. Concretamente en el capítulo III se resuelven diez problemas correspondientes al funcionamiento normal de los sistemas eléctricos. Así, el cálculo de los parámetros eléctricos, caídas de tensión, pérdidas de potencia, efecto aislador, efecto corona, regulación de la tensión en los sistemas potencia, o el cálculo de la potencia reactiva de

compensación, tendrán cabida en este capítulo. Por su parte, el capítulo IV nos presenta cuarenta y cinco enunciados de problemas con sus respectivas soluciones, lo que permite comprobar y consolidar los conocimientos adquiridos.

Finalmente, unos anexos dedicados a las fórmulas, tablas y gráficos, necesarios tanto para un conocimiento general de la materia como para la correcta resolución de los problemas, se adjuntan al final del libro.

No quisiera terminar esta introducción, sin agradecer a todos los que de alguna forma han ayudado en la confección de este libro mediante sus observaciones, rectificaciones o consejos, siempre de gran utilidad. A todos ellos, y en especial a mi esposa y familia por su comprensión y paciencia, les pido que acepten mi más sincera gratitud.

El autor.

Terrassa. Enero de 2002.

Índice

I	Cálculo de líneas y regulación de la tensión en sistemas de potencia	11
1	Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente	13
1.1	Introducción a los sistemas eléctricos	13
1.2	Parámetros eléctricos	13
1.3	Introducción al cálculo de líneas eléctricas	32
1.4	Métodos de cálculo de líneas eléctricas	36
1.5	Cuestiones y problemas	50
2	Regulación de la tensión en las líneas eléctricas	53
2.1	Introducción a la regulación de la tensión en líneas eléctricas	53
2.2	Cálculo de las condiciones eléctricas en líneas de energía eléctrica	54
2.3	Cálculo aproximado de la caída de tensión en una línea corta	61
2.4	Flujo de potencia en una línea eléctrica	62
2.5	Regulación de la tensión en líneas eléctricas	66
2.6	Cálculo de la potencia reactiva de compensación paralelo	72
2.7	Cuestiones y problemas	76
II	Problemas resueltos y propuestos de líneas eléctricas	79
3	Problemas resueltos de cálculo de líneas eléctricas	81
3.1	Cálculo de un circuito cuádruples mediante los métodos del circuito equivalente en (T), en (π) y de las constantes auxiliares	81
3.2	Cálculo de dos circuitos simples mediante los métodos del circuito equivalente en (T), en (π) y de las constantes auxiliares	91
3.3	Cálculo de las pérdidas por efecto aislador y corona en un circuito simple	101
3.4	Ampliación de una línea formada por dos circuitos tríplex aplicando los métodos del momento eléctrico, pérdida de potencia y límite térmico	105
3.5	Cálculo de la potencia de compensación en una línea interconectada en serie formada por transformadores con dos niveles de tensión	116
3.6	Cálculo de la potencia de compensación en una línea interconectada en serie-paralelo formada por transformadores con dos niveles de tensión	126
3.7	Cálculo de la potencia de compensación en una línea interconectada en paralelo formada por transformadores con dos niveles de tensión	133
3.8	Cálculo de la potencia de compensación en una línea interconectada en conexión mixta formada por transformadores con dos niveles de tensión	138

3.9	Cálculo de la potencia de compensación en una línea interconectada en paralelo formada por transformadores con tres niveles de tensión	147
3.10	Cálculo de la potencia de compensación en una línea interconectada en conexión mixta formada por transformadores con tres niveles de tensión	153
4	Enunciados de problemas de cálculo de líneas eléctricas	161
4.1	Problemas del 1 al 4. Cálculo de parámetros eléctricos en líneas eléctricas	161
4.2	Problemas 5 y 6. Cálculo de magnitudes eléctricas. Método de las constantes auxiliares	163
4.3	Problemas 7 y 8. Pérdidas de energía debidas al efecto Aislador y al efecto Corona	165
4.4	Problemas del 9 al 17. Cálculo de magnitudes eléctricas. Métodos en “ π ”, en “T” y Parámetros distribuidos. Momento Eléctrico”	167
4.5	Problemas 18 y 19. Ampliación de líneas eléctricas	177
4.6	Problemas del 20 al 23. Cálculo de la potencia reactiva de compensación	180
4.7	Problemas 24 y 25. Cálculo de la longitud máxima de una línea con compensación de su energía reactiva	184
4.8	Problemas del 26 al 43. Compensación de energía reactiva en circuitos con transformadores de dos y tres devanados	185
4.9	Problemas 44 y 45. Compensación de energía reactiva en redes eléctricas complejas	199
	Anexos	201
I	Constantes de magnitudes físicas, terrestres y cuánticas	201
II	Resistividad (ρ), coeficiente de temperatura (α), punto de fusión ($^{\circ}\text{C}$) y densidad (δ) de diversos materiales y aleaciones	202
III	Coeficientes de resistividad de los aislantes	203
IV	Magnitudes y unidades magnéticas	204
V	Conductores eléctricos	205
VI	Conductancia, autoinducción y susceptancia	206
VII	Método de las constantes auxiliares	207
VIII	Método del circuito equivalente en “T” y en “ Π ”	209
IX	Fórmulas para el cálculo de líneas eléctricas	211
X	Resumen de fórmulas para líneas eléctricas	213
XI	Fórmulas para el cálculo de cortocircuitos por componentes simétricas	214
XII	Factores correctores según la VDE 0102 (χ , μ , q y γ)	218
	Bibliografía	221

MÓDULO I. CÁLCULO Y REGULACIÓN DE LA TENSIÓN EN LÍNEAS ELÉCTRICAS

PRESENTACIÓN

Con éste primer módulo, formado por dos capítulos I y II, se pretende introducir al lector en el cálculo de los sistemas eléctricos de potencia en régimen permanente, es decir, en su funcionamiento normal. Así, el primer capítulo (Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente) muestra los conceptos básicos referidos a los cuatro parámetros eléctricos más importantes: resistencia, inductancia, capacidad y conductancia. Mediante la combinación de resistencias, condensadores y bobinas (o la de sus equivalentes integrados), es posible crear la mayor parte de los circuitos eléctricos y electrónicos actuales. En este capítulo, aprovechando las propiedades eléctricas de los materiales, se asimilan magnitudes como la intensidad, el voltaje o la potencia y, asimismo, nos permite definir efectos eléctricos tan importantes como el efecto Aislador, el efecto Corona, o el efecto Ferranti. En la segunda parte del capítulo se realiza una exposición de las magnitudes eléctricas fundamentales, así como su forma de expresarlas, tanto numéricamente como mediante diagramas. Finalmente, se entra en el cálculo de las líneas eléctricas, aplicando los métodos más frecuentes dependiendo de la longitud de la línea, así los métodos en "T", en "II" o el método de las constantes auxiliares tendrán cabida en este capítulo.

Por su parte el capítulo segundo (Regulación de la tensión en los sistemas de potencia), versa sobre la regulación de la tensión en los sistemas de distribución de energía eléctrica. Es un capítulo importante, ya que su comprensión nos permite regular la energía que pasa por una línea eléctrica, modificar su factor de potencia, eliminar los armónicos o simplemente aprovechar la línea de forma más racional. Todas estas funciones pueden conseguirse con una correcta utilización de los sistemas de compensación actuales, por lo que resulta de suma importancia su estudio previo, así como su correcta elección.

De alguna forma, con este módulo se intenta llevar a la práctica los conocimientos adquiridos sobre las magnitudes, parámetros y diagramas eléctricos, asimilándose las técnicas de compensación de energía reactiva, tan importantes en la actualidad para cumplir los requisitos legales, cada vez más restrictivos, establecidos por las leyes referentes al transporte de la energía eléctrica.

Unas cuestiones y ejercicios al final de cada capítulo permiten al lector evaluar su nivel de asimilación de la materia, aparte de resultar una forma rápida de repasar, a posteriori, cualquier duda o concepto sobre un tema en particular.

CONTENIDOS

- Capítulo I: Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente.
- Capítulo II: Regulación de la tensión en los sistemas de potencia.

OBJETIVOS.

Cálculo de líneas eléctricas en régimen permanente

- Resistencia eléctrica: Conocer las funciones y los efectos de la resistencia eléctrica.
- Inductancia eléctrica: Conocer las funciones y los efectos de la inductancia y de los campos magnéticos.
- Conocer las fórmulas a aplicar para la obtención de la inductancia de conductores y líneas eléctricas.
- Concepto de radio equivalente. Circuitos simples, dúplex, triplex y cuádruplex.
- Capacidad eléctrica: Adquirir los conocimientos básicos sobre condensadores y campos eléctricos.
- Conocer las fórmulas a aplicar para la obtención de la capacidad de conductores y de líneas eléctricas.
- Conductancia eléctrica: Saber las características más importantes que definen la conductancia.
- Identificar el efecto aislador y el efecto Corona. Consideraciones generales. Parámetros que influyen en los mismos. Fórmulas para su cálculo.
- Introducir al alumno a los sistemas de cálculo eléctrico de sistemas de potencia.
- Conocer las diversas magnitudes que intervienen en los cálculos eléctricos.
- Razonar las diferentes formas de expresar las magnitudes eléctricas.

- Saber representar gráficamente los valores de tensiones, intensidades, potencias e impedancias eléctricas.
- Saber escoger entre los diferentes métodos de cálculo de líneas eléctricas dependiendo del tipo de línea, o de las características de la misma.
- Entender y aplicar el método del circuito equivalente en "IT".
- Entender y aplicar el método del circuito equivalente en "T".
- Entender y aplicar el método de las constantes auxiliares.
- Definir conceptualmente y analíticamente las diversas fórmulas empleadas.
- Saber resolver un problema de transporte de energía eléctrica en régimen permanente.

Regulación de la tensión en los sistemas de potencia

- Comprender la necesidad de la regulación de la tensión en los sistemas eléctricos.
- Saber calcular las condiciones eléctricas en una línea conocidos sus parámetros al principio de la misma.
- Calcular las condiciones eléctricas de una línea, conocidos sus parámetros al final de la misma.
- Cálculo de las condiciones eléctricas de una línea, conocidos sus parámetros de forma combinada.
- Realizar el cálculo aproximado de la caída de tensión en líneas cortas.
- Flujo de potencia en las líneas eléctricas.
- Comprender la regulación de la tensión en los sistemas eléctricos.
- Cálculo de las potencias reactivas de compensación a colocar en paralelo.
- Conocer los diversos tipos de compensación existentes compensando la carga.
- Saber los diversos tipos de compensación existentes sin compensar la carga.
- Conocer las ventajas e inconvenientes de los sistemas de compensación de energía.
- Potencia reactiva de compensación.
- Saber resolver un problema de compensación de energía reactiva, con la correspondiente mejora del factor de potencia.

CAPÍTULO I.

CÁLCULO DE LÍNEAS ELÉCTRICAS EN RÉGIMEN PERMANENTE

1.1 INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS ELÉCTRICOS

Antes de iniciar los cálculos de cualquier sistema eléctrico, resulta imprescindible conocer una serie de datos sobre el mismo como, por ejemplo: qué elementos lo forman, cómo se comportan, cómo interaccionan, cómo se calculan, la forma de agruparlos, los métodos numéricos aplicables, su representación gráfica, etc. Sólo de esta forma la resolución de problemas, desde los casos simples hasta los sistemas complejos, podrá ser realizada de forma rápida y segura.

En primer lugar, en este capítulo se detallarán los componentes eléctricos más importantes presentes en la mayoría de circuitos, indicándose la forma más correcta de agruparlos atendiendo a sus propiedades eléctricas.

Posteriormente, se realizará un repaso de las principales magnitudes que intervienen en los cálculos de cualquier sistema eléctrico. Las representaciones gráficas, tanto en forma de esquemas eléctricos como mediante diagramas fasoriales, también se analizarán en profundidad.

Una vez adquiridos los conceptos previos, se expondrán los métodos numéricos que nos permitirán calcular y analizar con seguridad un sistema de potencia. Para que el estudio sea completo, se han dividido las líneas eléctricas en función de su longitud, ya que, como se explicará, la mayor parte de los parámetros eléctricos depende fundamentalmente de esta magnitud.

1.2 PARÁMETROS ELÉCTRICOS

Cualquier circuito eléctrico está formado por algunos de los siguientes elementos: resistencia, inductancia, capacidad y conductancia. Con estos componentes se forman la totalidad de los sistemas eléctricos actuales, desde un simple circuito hasta los más complejos sistemas de potencia.

Es posible realizar una clasificación de los elementos eléctricos, dependiendo de la forma en que éstos influyen dentro de un sistema eléctrico. Así, se crean dos grupos diferenciados: los parámetros eléctricos longitudinales, formados por la resistencia y la inductancia; y los parámetros eléctricos transversales, formados por la capacidad y la conductancia.

- Parámetros longitudinales.
 - $R \Leftrightarrow \text{RESISTENCIA} \Rightarrow \text{Ohmios}$
 - $L \Leftrightarrow \text{INDUCTANCIA} \Rightarrow \text{Henrios}$
- Parámetros transversales.
 - $C \Leftrightarrow \text{CAPACIDAD} \Rightarrow \text{Faradios}$
 - $G \Leftrightarrow \text{CONDUCTANCIA} \Rightarrow \text{Siemens}$

Existen otras magnitudes que matemáticamente sirven de nexo de unión de los parámetros anteriores, algunas de las más importantes son:

$$Z = (R + jX) \Leftrightarrow \text{IMPEDANCIA} \Rightarrow \text{Ohmios}$$

$$Y = (G + jB) \Leftrightarrow \text{ADMITANCIA} \Rightarrow \text{Siemens}$$

$$X_L = L \cdot \omega = L \cdot 2\pi \cdot f \Leftrightarrow \text{REACTANCIA INDUCTIVA}$$

$$B = C \cdot \omega = C \cdot 2\pi \cdot f \Leftrightarrow \text{SUSCEPTANCIA}$$

1.2.1 Parámetros eléctricos longitudinales

Los parámetros eléctricos que influyen de forma decisiva a lo largo de la longitud de una línea eléctrica son la resistencia y la inductancia. Aunque se agrupan formando la impedancia (una vez se ha producido la conversión de inductancia a reactancia inductiva), su comportamiento eléctrico difiere sustancialmente; así, mientras que el efecto inductivo producido por las bobinas permite acumular energía eléctrica bajo la forma de campo magnético, la consecuencia más importante de la existencia de una resistencia en un circuito eléctrico lo constituye las pérdidas producidas por efecto Joule.

1.2.1.1 Resistencia. R (Ω)

La resistencia es la oposición que cualquier material ofrece al paso de la corriente eléctrica. Aunque su estudio se remonta a los primeros descubrimientos eléctricos, no se interrelacionó con otras magnitudes eléctricas hasta que George Simon Ohm formuló su ley fundamental, base de toda la electricidad, que ligaba esta oposición con la tensión o diferencia de potencial y la intensidad que circulaba por un circuito.

$$I = \frac{U}{R} \quad \text{o bien} \quad R = \frac{U}{I} \quad [1.1]$$

Conceptualmente la resistencia de cualquier elemento conductor depende de sus dimensiones físicas y de la resistividad, pudiéndose expresarse como:

$$R = \rho \frac{L}{S} \quad [1.2]$$

Donde:

R = Resistencia eléctrica a 20°C (en Ω)

ρ = Resistividad (en $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$)

L = Longitud del cable (en m)

S = Sección del cable (en mm^2)

Analicemos cada uno de los factores de la expresión anterior.

1.2.1.1.1 Longitud

La longitud de un conductor es directamente proporcional a la resistencia del mismo, ya que la trayectoria que los electrones deberán recorrer será proporcional a la longitud de la línea.

En los sistemas de potencia, con grandes tensiones e intensidades, hacen falta conductores de tamaños considerables para ser capaces de transportar tales energías. Entre los materiales más empleados se halla el cobre, que como cualquier otro metal presenta unas características de maleabilidad. Pero esta adaptabilidad, con conductores de 20mm o 30mm de diámetro, es prácticamente inexistente comportándose los mismos no como conductores flexibles y adaptables, sino más bien como auténticas varillas rígidas, inutilizables para los menesteres a los que están encomendados.

Así, cuando un conductor excede de un determinado diámetro, ya no se construye de forma maciza, sino con la unión de múltiples hilos formando un cable. Por tanto un cable no es más que un conductor compuesto por múltiples hilos enrollados en haz para mantener su consistencia mecánica y al mismo tiempo permitir, aun con diámetros considerables, las flexibilidades y torsiones adecuadas a su uso.

Si nos centramos en cables, su longitud no coincide con la longitud de los hilos que lo forman, ya que el cable, como conjunto, no tendrá en cuenta el efecto de trenzado al que sí se han visto sometidos cada uno de los hilos que lo componen. Esta es la razón por la que existen dos longitudes: una real (la de los hilos) y una teórica (la del cable), siendo la longitud real mayor que la longitud teórica. La longitud que los electrones realmente deberán recorrer la longitud real y no la teórica. La siguiente figura muestra estos pormenores.

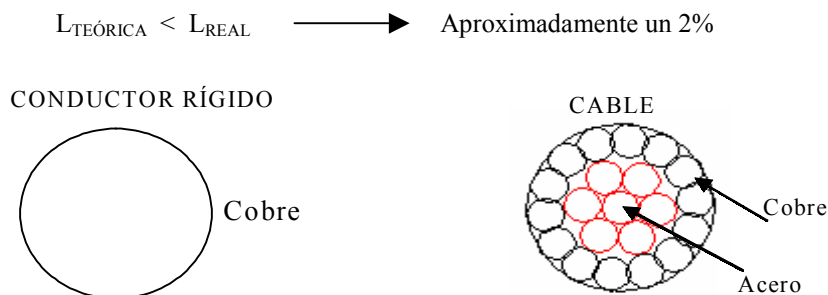


Figura 1.1 Constitución de un cable eléctrico. Comparación entre longitudes

Un cable con una longitud de 1m ($L_{TEÓRICA}$) estará formado por hilos entrelazados o trenzados con una longitud de 1.02m (L_{REAL}). En consecuencia, el valor de la resistencia real debería estar influenciada por este aumento de valor. En realidad, los fabricantes de cables, al realizar sus tablas de valores, ya tienen en cuenta esta variación, considerando para el cálculo de la resistencia los valores reales de la longitud.

1.2.1.1.2 Sección

A mayor sección, menor resistencia, ya que los electrones disponen de más espacio para circular por el conductor. Aparte, algo parecido a la longitud ocurre con la sección; así, si consideramos la sección del cable en su conjunto (S teórica), estaremos añadiendo los espacios entre hilos (aire, pequeños residuos, aceites, etc.) que no están ocupados por cobre. Se tendría que considerar realmente sólo la superficie real (S real), es decir, la verdaderamente ocupada por el material conductor, el cobre.

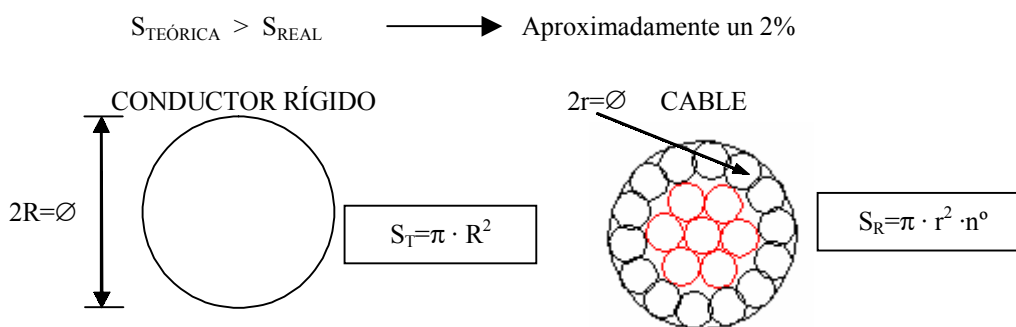


Figura 1.2 Constitución de un cable eléctrico. Comparación entre secciones

La sección real es por término medio un 1% o 2% menor que la teórica, lo que repercute en el valor final de la resistencia. También, con este parámetro los fabricantes de cables, consideran para el cálculo de los valores que leemos en tablas, la sección real.

Es decir, las tablas de resistencias para los distintos materiales ya tienen presentes estos desajustes entre los valores reales y teóricos dados para la longitud y la sección en los conductores tipo cable.

1.2.1.1.3 Resistividad

La resistividad es la última magnitud a tener presente en el cálculo de la resistencia de un material. Se define como la resistencia específica, es decir, la oposición que ofrece un material al paso de la corriente eléctrica por unidad de longitud y superficie (normalmente para su cálculo se utilizan varillas del material a calcular con unas dimensiones específicas de 1m de longitud y 1cm² de sección).

La resistividad es la parte más importante de la resistencia, ya que es la que realmente nos identifica si un material es buen conductor o por el contrario es un aislante. Hasta el momento, y considerando solamente la longitud y la sección, tendría la misma resistencia una varilla de madera que una de cobre, suponiendo igualdad en las dimensiones físicas. Era pues necesario otro parámetro que dependiera del material, la resistividad.

Sí la resistividad dependiera solamente del tipo de material, no habría complicaciones, ya que, construida la tabla correspondiente, estarían tabuladas todas las resistividades de los materiales más frecuentemente empleados. Pero la resistividad también depende de la temperatura, requiriéndose innumerables tablas (una para cada intervalo de la temperatura) para su completa identificación.

El problema se solucionó, en parte, con una única tabla; esta tabla se corresponde con una temperatura estándar de 20°C, estando representados en ella los valores de la resistividad de la mayor parte de materiales interesantes desde el punto de vista eléctrico. Si la temperatura no coincide con los 20°C, aplicando la siguiente fórmula, se obtiene el valor de la resistividad a cualquier otra temperatura.

$$\rho_0 = \rho_{20^\circ\text{C}} + \rho_{20^\circ\text{C}} \cdot \alpha \cdot (T - 20^\circ) \quad [1.3]$$

Donde:

α = Coeficiente de temperatura a 20°C $\Rightarrow$ es un valor tabulado en las tablas

ρ_0 = Resistividad a la temperatura deseada

$\rho_{20^\circ\text{C}}$ = Resistividad a 20°C (la de las tablas)

T = Temperatura a la que se desea determinar la resistividad (en °C)

Ya sabemos que la resistividad de un material es función del tipo de material y de la temperatura a la que se encuentra el mismo, pero, ¿un aumento de temperatura significa siempre un aumento de la resistividad? La respuesta es no; así, mientras que para un material formado por un enlace metálico (conductores) un aumento de temperatura representa un aumento del coeficiente de temperatura, y por consiguiente, un aumento de la resistividad, con materiales formados por enlaces covalentes (semiconductores), los aumentos de temperatura se traducen en disminuciones del coeficiente de temperatura, y por tanto de la resistividad. Finalmente, para los materiales formados mediante enlaces iónicos (aislantes), el coeficiente de temperatura no experimentará cambios sustanciales con las variaciones de la temperatura.

1.2.1.1.4 Materiales empleados en la construcción de líneas aéreas

El material empleado en electricidad es por excelencia el cobre. Es un material dúctil, muy buen conductor y bastante fácil de manejar, en otras palabras un material sin problemas.

No existiría ninguna razón para suplirlo si no fuera simplemente por que su uso se ha extendido tanto como su precio. Al ser utilizado en la construcción de máquinas eléctricas, de circuitos de baja tensión, de líneas de transporte de energía eléctrica, etc., su valor ha ido en aumento, lo que ha estimulado la búsqueda de nuevos de materiales alternativos.

Algunas de las características eléctricas y mecánicas de algunos materiales susceptibles de ser empleados en electricidad son las siguientes:

- Cobre:	Resistividad $\Rightarrow \rho = 0.0176 \, \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ Densidad $\Rightarrow \delta = 8.9 \, \text{kg}/\text{dm}^3$ Fuerza a la tracción: $\Rightarrow \chi = 28 \, \text{kg}/\text{cm}^2$
- Aluminio:	Resistividad $\Rightarrow \rho = 0.0260 \, \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ Densidad $\Rightarrow \delta = 2.7 \, \text{kg}/\text{dm}^3$ Fuerza a la tracción: $\Rightarrow \chi = 14 \, \text{kg}/\text{cm}^2$
- Acero:	Resistividad $\Rightarrow \rho = 0.0350 \, \Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$ Densidad $\Rightarrow \delta = 7.8 \, \text{kg}/\text{dm}^3$ Fuerza a la tracción: $\Rightarrow \chi = 42 \, \text{kg}/\text{cm}^2$

El primer material que se empleó como sustituto para el cobre fue el aluminio. Es un material con una resistividad mayor que la del cobre, pero sigue siendo buen conductor, es menos pesado y presenta un precio sustancialmente más bajo. Si los comparamos tendremos:

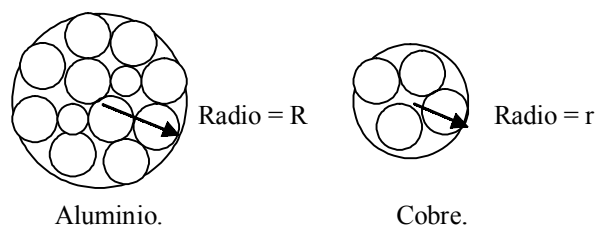


Figura 1.3 Comparación entre conductores de cobre y aluminio a igualdad de resistencia

- A igualdad de resistencia eléctrica, el cable de aluminio es de mayor tamaño, debido a que es peor conductor.
- Aun con su mayor tamaño, el cable de aluminio es a igualdad de resistencia eléctrica, la mitad de pesado. Esto es una gran ventaja, tanto para el transporte como para su colocación en las altas torres metálicas.
- También a igualdad de resistencia, el cable de aluminio es más económico que el cable de cobre.
- Debido a su mayor diámetro, el cable de aluminio es menos susceptible al efecto Corona.
- Pero debido a su bajo poder a la tracción, el aluminio no puede tensarse, lo que imposibilita su utilización como conductor en las líneas eléctricas.

¿Cómo se podía resolver este problema, si todo eran ventajas para el uso del aluminio? Se pensó en utilizar el aluminio mezclado con otro material, como por ejemplo el acero, pero el acero es realmente un mal conductor y mermaría sobremanera la conducción. Aunque si se unían los dos materiales formando una aleación, es decir, fabricar los conductores de aluminio, pero con la parte central constituida por un alma de acero, el problema podía resolverse. Concretamente el alma de acero sería la encargada de soportar los esfuerzos de tracción, mientras que los hilos de aluminio transportarían la corriente. Además, recordando que gracias al efecto pelicular por el centro de un conductor pasa muy poca intensidad, la conducción no se vería prácticamente mermada, siendo las nuevas condiciones de funcionamiento las señaladas:

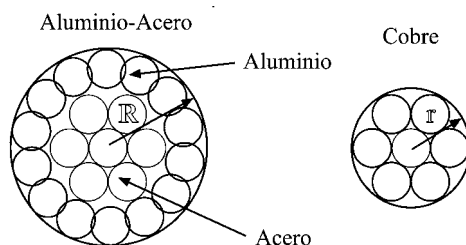


Figura 1.4 Comparación de tamaños entre el cable de aluminio-acero y el cable de cobre

- A igualdad de resistencia eléctrica, el cable de aluminio-acero sigue siendo de mayor tamaño que el de cobre debido a que es peor conductor.
- Aun con su mayor tamaño, el cable de aluminio-acero será, a igualdad de resistencia eléctrica, un tercio menos pesado que el de cobre. Lo que representa una gran ventaja, tanto para el transporte de energía como para su colocación.
- También a igualdad de resistencia, el cable de aluminio-acero sigue siendo más económico que el cable de cobre.
- Menor efecto Corona al disponer de más diámetro el cable de aluminio-acero.
- Todo el poder de tracción corresponderá al alma de acero, sirviendo el aluminio exclusivamente como conductor de energía.

1.2.1.1.5 Clases de resistencias

Finalmente, una clasificación de las resistencias según el material constructivo que se emplee servirá para sentar las bases teórico-prácticas:

a) **Metálicas:** el material utilizado tiene generalmente forma de hilo o cinta, que en este caso reciben el nombre de resistencias bobinadas. El hilo o las cintas están enrolladas sobre un soporte de material aislante. El hilo es generalmente una aleación que contiene dos o más elementos, como pueden ser el cobre, el hierro, el níquel, el cromo, el cinc o el manganeso.

b) **No metálicas:** el material utilizado es el carbón o el grafito, los cuales tienen una elevada resistencia específica. Por esta razón suelen construirse de menor tamaño que las resistencias bobinadas.

1.2.1.2 Inductancia L (H)

1.2.1.2.1 Introducción

El concepto de inductancia fue estudiado y descubierto por Faraday en 1831. De forma general, la inductancia es la propiedad de un elemento del circuito que aprovecha la capacidad de la energía de almacenarse en una bobina en forma de campo magnético. Sin embargo, una característica importante y distintiva de la inductancia es que, su presencia sólo se percibe cuando existe corriente alterna. Así, aunque un elemento pueda tener inductancia en virtud de sus propiedades geométricas y magnéticas, su presencia en el circuito no será efectiva a menos que exista un cambio de la corriente en función del tiempo (corriente alterna, AC). El campo magnético creado por un conductor depende de la corriente que circule por el mismo en el instante considerado.

Cuando una corriente circula por un circuito eléctrico, los campos magnético y eléctrico formados, nos explican algo sobre las características del circuito. En la siguiente figura se representa una línea bipolar abierta y los campos magnéticos y eléctricos asociados a ella.

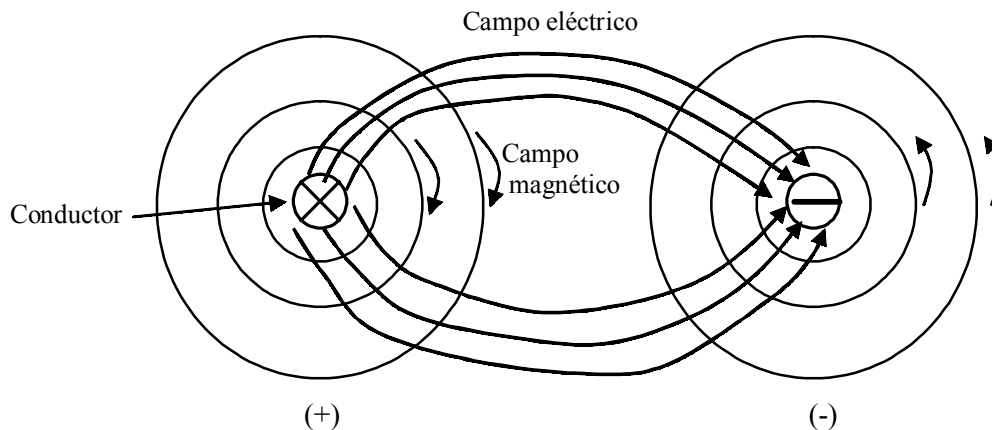


Figura 1.5 Campos magnéticos y eléctricos asociados a una línea bipolar

Las líneas de flujo magnético forman anillos cerrados que rodean a cada conductor; las líneas del campo eléctrico nacen en las cargas positivas, sobre un conductor, y van a parar a las cargas negativas, sobre el otro conductor. Toda variación de la corriente que pasa por los conductores produce una variación en el número de las líneas de flujo magnético que atraviesan el circuito. Por otra parte, cualquier variación del campo magnético induce una fuerza electromotriz (f.e.m.) en el circuito, siendo esta fuerza proporcional a la velocidad de variación del flujo. La inductancia es la propiedad de un circuito que relaciona la f.e.m. inducida (por la variación de flujo) con la velocidad de variación de la corriente (es decir, con la frecuencia).

$$\text{Campos magnéticos} \Rightarrow \text{Ley de Ampere: } \boxed{\oint \vec{H} \cdot d\vec{L} = \sum i} \quad [1.4]$$

Esta es la ley fundamental en el estudio de los campos magnéticos. No obstante, existen otras expresiones derivadas de la anterior, más interesantes para el cálculo de las líneas eléctricas a nivel industrial.

Así, y recordando que la inductancia es:

$$d\varnothing = \frac{L}{N} \cdot di \quad L = N \cdot \frac{d\varnothing}{di} \quad [1.5]$$

Entonces:

$$e_{ind} = -N \cdot \frac{d\varnothing}{dt} = -N \cdot \frac{L}{N} \cdot \frac{di}{dt} = -L \cdot \frac{di}{dt} \quad [1.6]$$

Despejando (L), obtendremos otra expresión de la inductancia:

$$\boxed{L = -\frac{e_{ind}}{di/dt}} \Rightarrow L = N \cdot \frac{\varnothing}{I} = \frac{N \cdot \frac{\theta^{AV}}{\mathfrak{R}}}{I} = \frac{N \cdot N \cdot I}{\mathfrak{R} \cdot I} \Rightarrow \boxed{L = \frac{N^2}{\mathfrak{R}}} \quad [1.7]$$

La primera expresión es la fórmula exacta de la inductancia definiéndola como la relación, cambiada de signo, entre la tensión inducida por un campo magnético en un circuito y la velocidad con la que varía la intensidad.

Una segunda expresión, la ecuación de la derecha, es una aproximación de la primera, aunque ampliamente aceptada. En ella se observa que la inductancia depende del número de espiras o vueltas de las que disponga un conductor, dividido por el valor de la reluctancia, que como vimos depende del tipo de material empleado y de sus dimensiones.

Cabe recordar que la inductancia se mide en (H , Henrios), y para las aplicaciones eléctricas es mejor emplear (Ω). El paso de una unidad a la otra se realiza multiplicando la inductancia por la pulsación (en radianes por segundo), obteniéndose la reactancia inductiva.

$$\text{Reactancia inductiva } (\Omega): \quad X_L = \omega \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L \quad [1.8]$$

En corriente continua (DC) la frecuencia es nula, ya que no existe variación de la corriente respecto al tiempo. Esto implica que la reactancia inductiva sea también nula.

$$\boxed{AC \rightarrow f = 50H_z \rightarrow X_L = 2\pi \cdot 50 \cdot L = 0} \quad [1.9]$$

En cambio, en corriente alterna (AC) la reactancia inductiva es diferente de cero, ya que en este caso, sí disponemos de frecuencia debido al cambio que experimenta la corriente con respecto al tiempo.

$$\boxed{AC \rightarrow f = 50H_z \rightarrow X_L = 2\pi \cdot 50 \cdot L \neq 0} \quad [1.10]$$

Analizando la expresión de la impedancia de un circuito, obtenemos valores diferentes según el tipo de corriente empleada (corriente continua o alterna).

$$DC \rightarrow \vec{Z} = (R_{SI} + jX_{NO}) = R$$

$$\boxed{Z_{DC} < Z_{AC}} \quad [1.11]$$

$$AC \rightarrow \vec{Z} = (R_{SI} + jX_{SI})$$

En corriente continua no tendremos reactancia inductiva (X_L), por lo que la impedancia será menor que en corriente alterna. En los dos casos tendremos la misma resistencia.

Esta es una conclusión importante, ya que nos indica que existirá una mayor oposición al paso de los electrones (intensidad), en corriente alterna que en corriente continua.

1.2.1.2.2 Inductancia de una línea eléctrica

La inductancia industrial de una línea se determina en Henrios (H), utilizando la siguiente expresión:

$$L = \left[\frac{\mu}{2 \cdot n} + 2 \cdot \ln \left(\frac{D_e}{r_e} \right) \right] \cdot l \cdot 10^{-4} \cdot \text{long} \quad [H] \quad [1.12]$$

Donde,

n = Número de cables por fase

D_e = Distancia media geométrica entre fases (mm)

r_e = Radio equivalente (mm)

L = Longitud de la línea (km)

μ = Permeabilidad

La inductancia en las líneas se acostumbra a determinar en (H/Km), de forma que la expresión anterior queda de la siguiente forma:

$$L_K = \left[\frac{\mu}{2 \cdot n} + 2 \cdot \ln \left(\frac{D_e}{r_e} \right) \right] \cdot 10^{-4} \quad [H/Km] \quad [1.13]$$

Pasando de logaritmos neperianos a logaritmos decimales, obtenemos:

$$L_K = \left[\frac{\mu}{2 \cdot n} + 4'6 \cdot \log \left(\frac{D_e}{r_e} \right) \right] \cdot 10^{-4} \quad [H/Km] \quad [1.14]$$

La permeabilidad depende de las características del material y de las condiciones eléctricas a las que esté sometido:

Permeabilidad:	$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$	$\left. \begin{array}{l} \mu = 1 \Rightarrow \text{Cu, Al, aleaciones.} \\ \mu = 200 \Rightarrow \text{Acero galvanizado} \end{array} \right\}$
Permeabilidad absoluta:	$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$	
Permeabilidad relativa:	$\mu_r \rightarrow (\text{Tablas,...})$	

Como normalmente se utilizan conductores de cobre, aluminio o aleaciones de este último, y prácticamente todos disponen del mismo coeficiente de permeabilidad, podemos sustituir este valor en la fórmula anterior, resultando:

$$L_K = \left[\frac{l}{2 \cdot n} + 4'6 \cdot \log \left(\frac{D_e}{r_e} \right) \right] \cdot 10^{-4} \quad [H/Km] \quad [1.15]$$

Ésta es la fórmula en la que nos basaremos para expresar la inductancia de los diferentes circuitos. Esta inductancia depende del radio equivalente (r_e), y de la distancia media geométrica entre fases (D_e). Estas dos magnitudes son función de la geometría del circuito, y por tanto, de la disposición de los cables en la torre metálica.

1.2.1.2.3 Disposiciones más comunes de los circuitos eléctricos en torres de transporte de energía eléctrica

Vamos a definir el radio equivalente y la distancia media geométrica entre fases, en función de las características de los circuitos de transporte de energía eléctrica más usuales.

- **Radio equivalente:** La fórmula general del radio equivalente se muestra a continuación:

$$r_{eq} = R \cdot \sqrt[n]{\frac{r \cdot n}{R}} \quad r_e = \sqrt[n]{\frac{r \cdot n \cdot R^n}{R}} = \sqrt[n]{r \cdot n \cdot R^{n-1}} \quad [1.16]$$

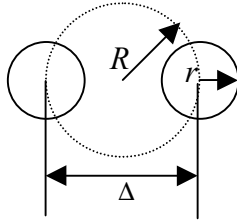
Para cada una de las configuraciones posibles tendremos:

- Para un conductor (n=1):



$$r_1 = \sqrt[3]{r \cdot 1 \cdot R} = r \quad [1.17]$$

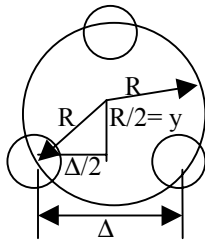
- Para 2 conductores (n=2):



Como $2R = \Delta$ y $R = \frac{\Delta}{2}$

$$r_2 = \sqrt[3]{r \cdot 2 \cdot R} = \sqrt[3]{2r \cdot \frac{\Delta}{2}} = \sqrt[3]{r \cdot \Delta} \quad [1.18]$$

- Para 3 conductores (n=3):



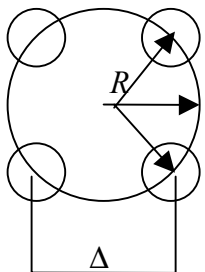
$$\left(\frac{R}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta}{2}\right)^2 = R^2 \quad \text{Ya qué: } y = \cos 60^\circ \cdot R = \frac{R}{2}$$

$$4 \frac{R^2}{4} + 4 \frac{\Delta^2}{4} = R^2 \cdot 4 \quad \text{Entonces: } R^2 + \Delta^2 = 4R^2$$

$$\Delta^2 = 3R^2 \quad \text{Siendo: } R = \frac{\Delta}{\sqrt{3}}$$

$$r_3 = \sqrt[3]{3 \cdot r \cdot R^2} = \sqrt[3]{3 \cdot r \cdot \frac{\Delta^3}{3}} = \sqrt[3]{r \cdot \Delta^2} \quad [1.19]$$

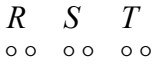
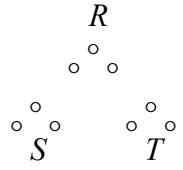
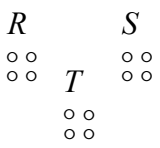
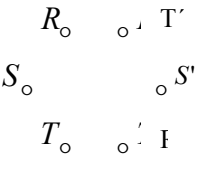
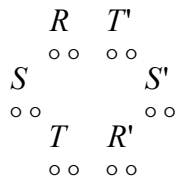
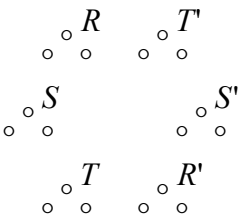
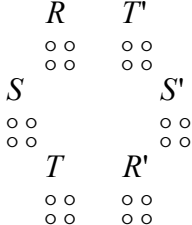
- Para 4 conductores (n=4):



Como $R^2 + R^2 = \Delta^2$ y $2R^2 = \Delta^2 \rightarrow R = \frac{\Delta}{\sqrt{2}}$

$$r_4 = \sqrt[4]{4 \cdot r \cdot R^3} = \sqrt[4]{4 \cdot r \cdot \frac{\Delta^3}{(\sqrt{2})^3}} = \sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot \Delta^3 \cdot r} \quad [1.20]$$

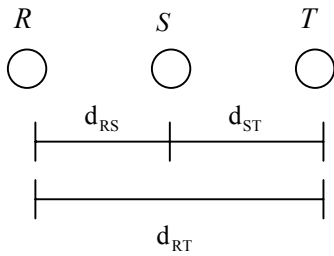
Estas configuraciones representan a los circuitos eléctricos convencionales. Los más importantes han sido esquematizados en la siguiente figura. Es importante notar que ésta sería la disposición de los cables en las torres eléctricas.

Simple	Dúplex	Tríplex	Cuádruplex	
				1 circuito
				2 circuitos

$$L_K = \left[\frac{1}{2 \cdot n} + 4'6 \cdot \log \frac{D_e}{r_e} \right] \cdot 10^{-4} \quad \left[\frac{\text{H}}{\text{Km}} \right] \quad [1.21]$$

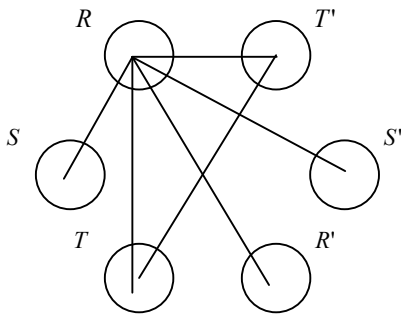
Para aplicar la fórmula de la inductancia de una línea (L_K), es necesario previamente conocer la distancia media geométrica entre fases (D_e), el radio equivalente (r_e) y el número de cables que existen por fase (n).

- Para 1 circuito:



$$D_{e_{1\text{circuito}}} = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{ST} \cdot d_{RT}} \quad [m] \quad [1.22]$$

- Para 2 circuitos:



$$D_{e_{2\text{circuitos}}} = \sqrt[3]{d_R \cdot d_S \cdot d_T} \quad [m] \quad [1.23]$$

$$d_R = \frac{\sqrt[2]{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{RS'} \cdot d_{RT'}}}{d_{RR'}}$$

$$d_S = \frac{\sqrt[2]{d_{SR} \cdot d_{ST} \cdot d_{SR'} \cdot d_{ST'}}}{d_{SS'}}$$

$$d_T = \frac{\sqrt[2]{d_{TR} \cdot d_{TS} \cdot d_{TR'} \cdot d_{TS'}}}{d_{TT'}}$$

Aplicando las fórmulas anteriores, podemos determinar de forma genérica la expresión matemática que deberemos aplicar en un circuito con diversos números de conductores por fase. Recordamos que el número de circuitos es el número de fases repetidas y no el número de conductores que hay por fase.

La siguiente tabla resume las fórmulas a considerar para líneas formadas con uno o dos circuitos eléctricos.

- Para 1 circuito:

$L_{K1} = \left[0'5 + 4'6 \log \cdot \frac{D_e}{r} \right] \cdot 10^{-4}$	$\begin{array}{ccc} R & S & T \\ \circ & \circ & \circ \end{array}$	Simple [1.24]
$L_{K4} = \left[0'25 + 4'6 \log \frac{D_e}{\sqrt[2]{\Delta \cdot r}} \right] \cdot 10^{-4}$	$\begin{array}{ccc} \circ \circ & \circ \circ & \circ \circ \end{array}$	Dúplex [1.25]
$L_{K3} = \left[0'166 + 4'6 \log \frac{D_e}{\sqrt[3]{\Delta^2 \cdot r}} \right] \cdot 10^{-4}$	$\begin{array}{ccc} \circ \circ \circ & \circ \circ \circ & \circ \circ \circ \end{array}$	Tríplex [1.26]
$L_{K4} = \left[0'125 + 4'6 \log \frac{D_e}{\sqrt[4]{\Delta^3 \cdot r \cdot \sqrt{2}}} \right] \cdot 10^{-4}$	$\begin{array}{ccc} \circ \circ \circ & \circ \circ \circ & \circ \circ \circ \end{array}$	Cuádruplex [1.27]

- Para 2 circuitos:

Cuando existan dos circuitos, los cálculos del coeficiente de inducción se realizará aplicando las mismas fórmulas anteriores (las dadas para un circuito) con sólo cambiar la expresión de la distancia media geométrica por fases, referida ahora a dos circuitos, y dividiendo el resultado final por el número de circuitos existentes.

- Cálculo de la reactancia total:

Una vez determinada la inductancia (de uno o dos circuitos) por Km de línea (L_K), calcularemos la inductancia total con sólo multiplicar esta inductancia por la longitud de la línea en Km.

$$L[H] = L_K \left[\frac{H}{km} \right] \cdot Long[km] \quad [1.28]$$

A continuación la reactancia inductiva (X_L) de la línea será:

$$X_L = L \cdot \omega \quad [\Omega] \quad [1.29]$$

Donde:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$$

f = frecuencia en Hz

Finalmente, la reactancia inductiva nos vendrá dada por la expresión:

$$X_L = w \cdot L = 2\pi \cdot f \cdot L \quad [1.30]$$

Con estas fórmulas, es posible determinar la inductancia, y por tanto la reactancia inductiva, de la mayor parte de las líneas aéreas instaladas. Para un mayor número de conductores por fase (caso no demasiado habitual), las fórmulas se deducen de igual forma, pero considerando el número de conductores requerido.

1.2.2 Parámetros eléctricos transversales

Los parámetros eléctricos que influyen transversalmente en las líneas de transporte de energía eléctrica son la capacidad y la conductancia. Aunque se agrupan formando la admitancia (una vez producida la conversión de la capacidad a susceptancia) su comportamiento eléctrico difiere sustancialmente; así, mientras que el efecto capacitivo producido por los condensadores permite acumular energía eléctrica bajo la forma de campo eléctrico, la consecuencia más importante de la existencia de la conductancia en un circuito eléctrico la constituye las pérdidas producidas por los efectos Aislador y Corona.

1.2.2.1 Capacidad, C (F)

1.2.2.1.1 Introducción

Este es el primero de los dos parámetros transversales que forman las líneas eléctricas. La capacidad de una línea de transmisión de energía eléctrica es el resultado de la diferencia de potencial entre los conductores que la forman. Esta diferencia de potencial origina que los conductores se carguen de la misma forma que las placas de un condensador cuando entre ellos aparece una diferencia de potencial. La capacidad entre conductores paralelos es la carga por unidad de diferencia de potencial, siendo una constante que depende del tamaño de los conductores y de su distancia de separación. El efecto de la capacidad suele ser pequeño y despreciable en líneas eléctricas con menos de 80 km de longitud, aunque para líneas con longitudes mayores es un parámetro a tener presente.

Un voltaje alterno, en una línea de transmisión de energía, tiene como consecuencia que la carga en los conductores aumente o disminuya con el aumento o disminución del valor instantáneo de este voltaje entre los diversos conductores que forman la línea. La corriente es un flujo de cargas, y la corriente que se origina por las cargas y descargas alternas de una línea debidas al voltaje alterno se denomina, corriente de carga de la línea. Como la capacidad es una derivación entre conductores, la corriente de carga fluye en una línea de transmisión aun con ésta abierta (circuito abierto). La capacidad afecta tanto a la caída de voltaje a lo largo de la línea como a su eficiencia, al factor de potencia y a la estabilidad del sistema del cual la línea forma parte.

La base para el análisis de la capacidad es la ley de Gauss para campos eléctricos. Esta ley establece que la carga eléctrica total dentro de una superficie cerrada es igual al flujo eléctrico total que sale o entra de la superficie. En otras palabras, la carga total dentro de una superficie cerrada es igual a la integral sobre la superficie de la componente normal de la densidad de flujo eléctrico.

$$\iint B \cdot ds = \sum Qi \quad [1.31]$$

Las líneas de flujo eléctrico tienen su origen en las cargas positivas y terminan en las negativas. La densidad de carga perpendicular a la superficie se designa (B) y es igual a ($\epsilon \cdot E$), donde (ϵ) es la permitividad del material que rodea a la superficie, siendo (E) es la intensidad de campo eléctrico.

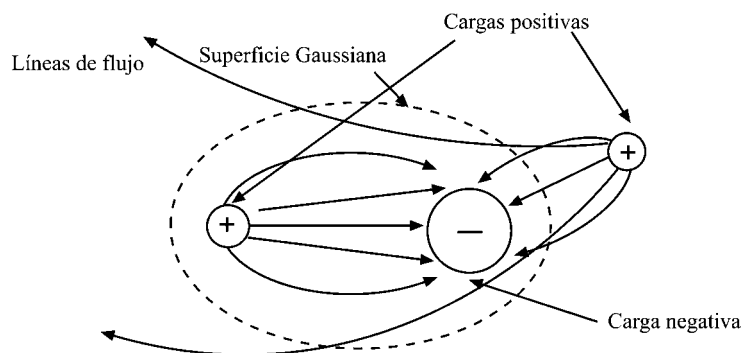


Figura 1.6 Ley de Gauss. Superficie Gaussiana con cargas eléctricas en su interior

Nótese que las líneas que no acaban o terminan en el interior de la superficie Gaussiana no cuentan, ya que éstas entran pero vuelven a salir atravesando la superficie. Es decir, sólo contarán las líneas que entran o salen de la superficie Gaussiana sin retorno. Si en el interior hay más de una carga, primeramente se equilibrarán entre ellas, atravesando la superficie exterior sólo las líneas de flujo sobrantes, es decir, las que representan a la carga equivalente.

Hay otras fórmulas útiles para expresar la capacidad de un circuito derivadas de la anterior. Concretamente la capacidad de una línea con dos conductores, puede calcularse de forma indirecta conociendo la carga y la diferencia de potencial a la que se encuentran sometidos los conductores.

$$C = \frac{q}{V} (\text{Faradio}) \quad [1.32]$$

Donde (q) es la carga sobre la línea en coulombs y (V), es la diferencia de potencial entre los conductores en voltios.

La capacidad depende de las condiciones geométricas existentes (superficie " S " y distancia entre placas " d "), y del tipo de material que forma los conductores (permitividad " ε "), es por tanto para un circuito dado, una constante independiente de las condiciones eléctricas o magnéticas que puedan existir.

$$C = \frac{S}{d} \varepsilon \quad [1.33]$$

Una fórmula que permite el paso de faradios (F) a Ohmios (Ω) es, al igual que en el caso de la inductancia, la reactancia, pero esta vez capacitiva:

$$X_c = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi f \cdot C} \langle \Omega \rangle \quad [1.34]$$

Esta reactancia capacitiva, combinada con la resistencia, forma la impedancia del circuito.

$$Z = (R - jX_c) = Z \langle -\varphi \rangle \quad [1.35]$$

También con unidades de ohmios.

Finalmente, cabe recordar que la reactancia inductiva es de signo positivo, mientras que la reactancia capacitiva es de signo negativo, siendo éste el motivo por el cual para compensar el efecto inductivo o capacitivo se emplean condensadores o bobinas respectivamente.

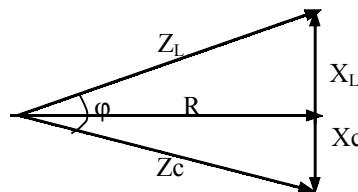


Figura 1.7 Representación de la impedancia. Resistencia, reactancia inductiva y reactancia capacitiva

1.2.2.1.2 Fórmulas a aplicar para el cálculo de la susceptancia de una línea eléctrica

La capacidad industrial de las líneas eléctricas se calcula mediante el empleo de las fórmulas dadas en este apartado, aunque antes es necesario recordar algunos aspectos importantes:

- Se busca la capacidad por km de un circuito (sea simple, doble, triple, o de cuatro conductores). Para cada caso existe la fórmula adecuada (recordar que la distancia media geométrica entre fases (D_e), si difiere en estas fórmulas, si se trata de un circuito o de dos).

- Una vez hallada la capacidad por circuito, se pasa a obtener la capacidad para más de un circuito, si es el caso. Para ello es suficiente con multiplicar el valor de la capacidad obtenida para un circuito por el número de circuitos (nótese que en las resistencias e inductancias, como parámetros longitudinales que eran, se dividía por el número de circuitos, pero la capacidad y conductancia son parámetros transversales, y por tanto deben multiplicarse por el número de circuitos).
- Una vez se obtiene la capacidad por km total se pasa a hallar la susceptancia (B_{km}).
- Se multiplica la susceptancia por km, por el número de km totales, obteniéndose la susceptancia total.
- Finalmente, con la susceptancia y la conductividad, puede obtenerse la admitancia (Y) del sistema.
- Para un circuito simple:

$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{r}} \quad [1.36]$$

- Para un circuito dúplex:

$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt{\Delta} \cdot r}} \quad [1.37]$$

- Para un circuito tríplex:

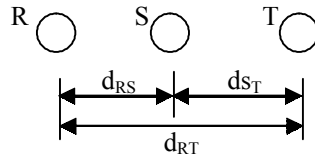
$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt[3]{\Delta^2} \cdot r}} \quad [1.38]$$

- Para un circuito cuádruplex:

$$C_k = \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt[4]{\Delta^3 \cdot r \cdot \sqrt{2}}}} \quad [1.39]$$

En todas estas fórmulas (De), es la distancia media geométrica entre fases, que es distinta para uno o dos circuitos. Para su cálculo se emplearán las siguientes fórmulas.

- Para un circuito



$$D_e = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{ST}} \quad [1.40]$$

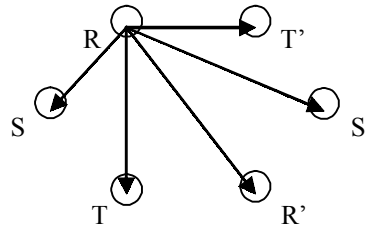
- Para dos circuitos

$$D_e = \sqrt[3]{d_S \cdot d_T \cdot d_S} \quad [1.41]$$

$$D_R = \frac{\sqrt{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{RS'} \cdot d_{RT'}}}{d_{RR'}}$$

$$D_S = \frac{\sqrt{d_{SR} \cdot d_{ST} \cdot d_{SR'} \cdot d_{ST'}}}{d_{SS'}}$$

$$D_T = \frac{\sqrt{d_{TR} \cdot d_{TS} \cdot d_{TS'} \cdot d_{TR'}}}{d_{TT'}}$$



Siendo la capacidad para dos circuitos la capacidad de un circuito multiplicada por el número de circuitos:

$$C_{K-TOTAL} = C_{K-1^{\circ}CIRCUITO} \bullet n^{\circ} circuitos. \quad [1.42]$$

Una vez obtenida la capacidad en faradios, se pasa a siemens multiplicando esta capacidad por la pulsación (ω), obteniéndose la Susceptancia (B):

$$B_k = \omega C_{k-TOTAL} \quad \text{Con} \quad \omega = 2\pi f \quad [1.43]$$

Obteniéndose la susceptancia total, al multiplicarse (B_k), por la longitud de la línea:

$$B = B_k \cdot Longitud(km) \quad [1.44]$$

Finalmente se obtiene, con la unión de la conductancia, la admitancia:

$$Y = (G + jB) \langle \text{siemens} \rangle \quad [1.45]$$

1.2.2.2 Conductancia, G (S)

1.2.2.2.1 Introducción

La conductancia es el último parámetro importante eléctrico dentro de los circuitos convencionales. La conductancia es la facilidad que un material ofrece al paso de la corriente eléctrica, es decir, la inversa de la resistencia. Es un parámetro transversal, al igual que la capacidad, en contra de la resistencia o la inductancia. Su unidad es la inversa del ohmio (S , siemens), y su unión con la susceptancia forma la Admitancia transversal de un sistema eléctrico.

Una fórmula típica de representar la conductancia es la siguiente:

$$P = V \cdot I \quad \text{como} \quad I = \frac{V}{R} \quad \text{entonces} \quad G = \frac{1}{R} = \frac{1}{\frac{V}{I}} = \frac{I}{V} = \frac{\frac{P}{V}}{V} = \frac{P}{V^2} \quad [1.46]$$

Sí expresamos la fórmula anterior en km de recorrido y en valores de fase obtenemos:

$$G_k = \frac{P_{fase-km}(kW)}{V_{fase}^2 (kV)^2} \cdot 10^{-3} \langle \text{siemens} / km \cdot fase \rangle \quad \text{con} \quad V_{fase} = \frac{U_{Linea}}{\sqrt{3}} \quad [1.47]$$

Esta será la fórmula a aplicar para hallar la conductancia industrial.

La conductancia tiene en cuenta las corrientes de fuga tanto de los aisladores que sostienen a las líneas aéreas como las pérdidas ocasionadas por los electrones al saltar a través del aire. La conductancia depende de numerosos factores, entre ellos los climáticos y los medioambientales, factores difíciles de predecir y que no se mantienen constantes a lo largo de toda la línea.

Los cálculos de la conductancia suelen presentar valores pequeños, en comparación con los efectos resistivos, inductivos o capacitivos vistos anteriormente. Es una suerte que la conductancia represente sólo una pequeña participación en el total de los efectos eléctricos de un circuito, ya que resulta del todo imposible su cálculo exacto, despreciándose en la mayoría de las ocasiones.

La conductancia se divide en dos efectos mayoritarios: el efecto Aislador y el efecto Corona. Veamos cada uno de ellos por separado:

1.2.2.2.2 Efecto Aislador

Los centros de consumo suelen estar alejados de los centros de producción de energía eléctrica, imponiéndose un transporte que a menudo representa grandes distancias. Estas distancias deben ser cubiertas sin que en ningún momento se produzca contacto entre los conductores y otra parte activa cercana a la línea, ya que si esto ocurriera, la energía pasaría a través de esta parte activa (que no tiene por

que ser un conductor metálico, puede ser incluso un árbol, una pared, etc.), impidiendo su llegada al centro receptor o de consumo.

Para que esto no ocurra, y teniendo presente que los postes o torres eléctricas actuales son frecuentemente metálicas, es necesario incorporar a las mismas aisladores que las aíslen de los conductores que transportan la energía eléctrica. El tamaño de estos aisladores dependerá del valor de la tensión de la línea (recordar que en condiciones normales por cada 10.000V los electrones son capaces de saltar a través del aire una distancia aproximada de 1cm); así, cuanto mayor sea el potencial de la línea, mayor será el tamaño de sus aisladores.

Los aisladores se fabrican de materiales altamente aislantes, pero aun así, con condiciones atmosféricas adversas (lluvia, nieve o heladas), o medioambientales (ambientes contaminados de zonas industriales), algunos electrones son capaces de desplazarse por la superficie del aislante hasta alcanzar la torre metálica, desde la cual llegarán a tierra. Incluso algunos electrones llegan a pasar a través del aislante y por tanto importándoles poco las condiciones medioambientales.

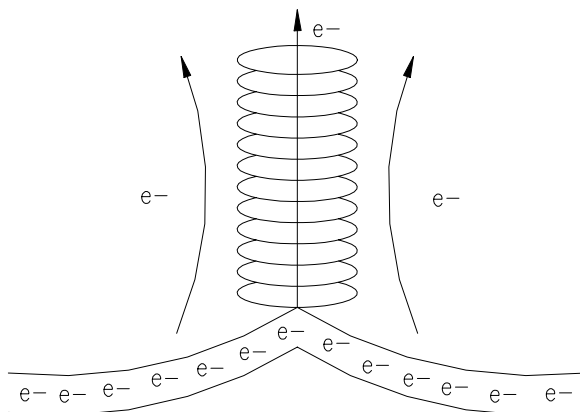


Figura 1.8 Efecto Aislador. Paso de los electrones a través y por la superficie de los aisladores de una línea

En la figura anterior se aprecia el paso de los electrones por la superficie y a través del propio aislador. Debido a este efecto, siempre existirán pérdidas, por mucho que se mejoren los materiales constructivos, las formas o las disposiciones que adopten los aisladores, ya que no existe un material perfectamente conductor, así como tampoco existe un aislante perfecto.

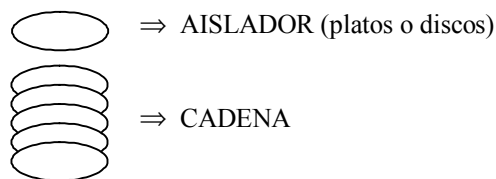


Figura 1.9 Cadena de aisladores formada por discos acoplados

Nótese que los aisladores se construyen de formas muy diversas, aunque predominan las redondeadas. Los grandes aisladores están formados por multitud de aisladores unitarios que reciben el nombre de **discos o platos**, denominándose a la agrupación de estos discos o platos **cadena del aislador**. La longitud de estas cadenas dependerá del nivel de tensión existente en las líneas y no de la intensidad que pasa por las mismas.

Aunque no pueden darse valores estándar de pérdidas, es frecuente adoptar para las mismas los siguientes valores:

- Pérdidas por Efecto Aislador de un disco con condiciones de poca humedad (ambiente seco). La pérdida estimada oscila entre los 3W y los 5W por disco.
- Pérdidas por Efecto Aislador de un disco con condiciones de humedad (ambiente húmedo). La pérdida estimada oscila entre los 8W y los 20W por disco.

La fórmula para determinar el efecto aislador por km y fase será la dada para la conductancia en general:

$$G_{Fase-km} = \frac{P_{fase-km} (kW)}{V_{fase}^2 (kV)^2} \cdot 10^{-3} \langle siemens / km \cdot fase \rangle \quad [1.48]$$

La conductancia total se obtendrá multiplicando la conductancia por km y fase por el número de fases y por la longitud total de la línea (en km).

$$G_{TOTAL} = G_{Fase-km} \cdot Long \cdot n^{\circ} fases \langle siemens \rangle \quad [1.49]$$

Mientras que las pérdidas de potencia totales simplemente serán las pérdidas producidas por un aislador, multiplicadas por el número de aisladores totales.

$$P_T = P_{AISLADOR} \cdot N^{\circ}_{AISLADORES} \quad [1.50]$$

1.2.2.2.3 Efecto Corona

Este es quizás uno de los efectos más llamativos de los fenómenos eléctricos. Consiste en que algunos electrones adquieren la suficiente energía para abandonar el conductor por donde circulan, siendo capaces de saltar hacia el aire circundante, que teóricamente no es conductor. Esto provoca que se forme un haz luminoso en torno a los conductores, que en noches oscuras es visible desde grandes distancias.

El proceso real es algo más complicado de explicar. Los electrones siempre se mueven a través de materiales metálicos, el aire es un material aislante, y por tanto no apto para el paso de los electrones. Pero bajo ciertas condiciones, como pueden ser un valor de tensión más elevado de lo normal en una línea (debido a un fallo o mal funcionamiento de la misma), unido a unas condiciones medioambientales adversas (ambiente húmedo o contaminado), pueden llegar a producir este efecto.

Todo ocurre como si el aire se volviera conductor (o como mínimo menos aislante), que unido a unas condiciones anormales de funcionamiento de la línea (exceso de tensión) permiten a algunos electrones dejar su vía normal de circulación para saltar a través del aire. Pero claro, el aire no es un metal, por tanto estos electrones que viajan a través de él se verán frenados, desde las grandes velocidades que poseen al dejar el conductor, hasta velocidades nulas en cuestión de unos pocos centímetros (recordar que cada cm. de aire representa aproximadamente una pérdida de 10000V). Este rozamiento provocará un aumento de la temperatura en los electrones, llevándolos al estado incandescente.

La unión de millones electrones incandescentes formará un halo luminoso alrededor del conductor. Este halo seguirá la forma del conductor ya que así lo harán las líneas de tensión a él asociadas (gradiente de tensión), pero como normalmente los conductores tienen forma cilíndrica, el halo luminoso también tendrá esta forma, pareciendo que el conductor lleve un halo o **Corona** luminosa. Incluso en inglés se conserva el nombre español de efecto Corona, para designarlo.

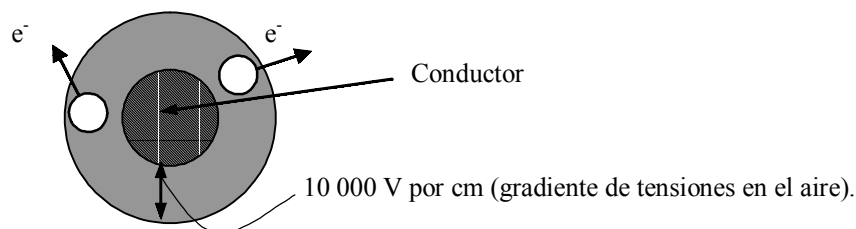


Figura 1.10 Efecto Corona. Gradiente de potencial en un cable eléctrico

La intensidad de este efecto puede determinarse a través del color del halo luminoso. Si el color del halo es rojizo el efecto no es muy importante (menor temperatura), en cambio cuando el halo presenta tonalidades blancas o azuladas significa que el efecto se produce con mayor intensidad (mayor temperatura).

Uno de los ingenieros pioneros en el estudio del efecto Corona fue el norteamericano Peek, que ya desde principios de siglo dedujo de forma experimental unas fórmulas que permitían su cálculo.

Se definieron tres tensiones para su estudio:

- **Tensión crítica disruptiva:** es la tensión o resistencia del aire, que los electrones deben vencer para iniciar su paso a través de él, abandonando el material conductor. Es la tensión más importante.
- **Tensión crítica visual:** es la tensión o resistencia del aire que deben vencer los electrones para que el efecto sea visible, y por tanto que el aporte de electrones hacia el aire sea ya importante. Es mayor que la tensión crítica disruptiva, pero no es de tanta importancia en el cálculo del efecto, ya que lo que realmente interesa es el momento en que se produce y no cuando éste es visible.
- **Tensión más elevada:** es la tensión que puede adquirir una línea en condiciones normales de funcionamiento por la variabilidad de las cargas a ella conectadas. Se obtiene mediante tablas, aunque su valor suele estar comprendido entre un 10% y un 20% superior al nominal, siendo muy frecuente adoptar un 15% superior a la tensión nominal.

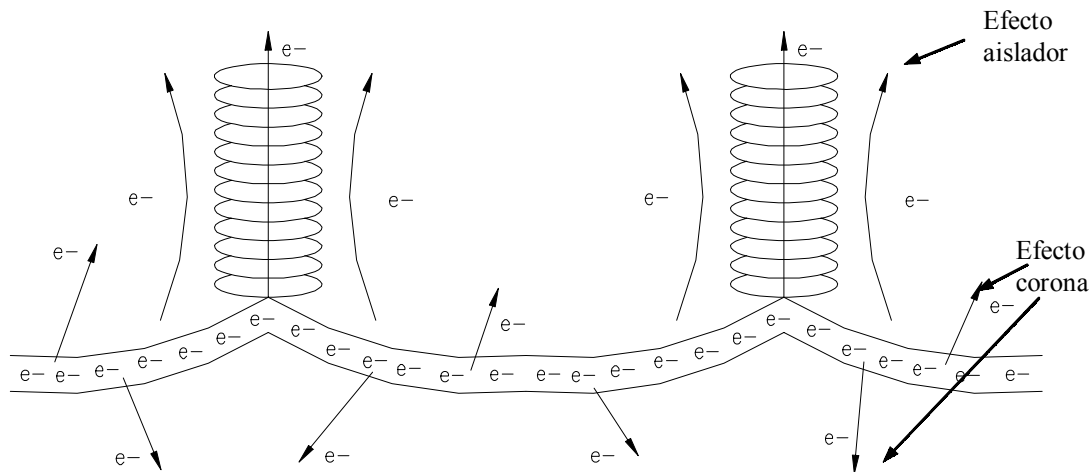


Figura 1.11 Efecto Corona y efecto Aislador. Pérdida de electrones a través del aire

Después de estas definiciones estamos en condiciones de entender el método que aplicó Peek.

- Se calcula la tensión que puede aguantar el aire tanto en ambientes secos como húmedos (tensión crítica disruptiva).
- Se calcula la máxima tensión que puede alcanzar la línea en condiciones normales (tensión más elevada).
- Se comparan las dos tensiones: si la tensión crítica disruptiva (la que aguanta el aire) es mayor que la tensión más elevada (tensión de los electrones), los electrones no tendrán suficiente energía para saltar al aire y no se producirá efecto corona. Si por el contrario la tensión crítica disruptiva es menor que la tensión más elevada, se producirá el efecto corona y deberemos calcular sus pérdidas.
- Mediante unas fórmulas empíricas se calculará las pérdidas por efecto corona.

Es necesario, pues, hallar la expresión de la tensión crítica disruptiva y, asimismo, la de las pérdidas por efecto corona. Pero vayamos por partes, y procedamos con la primera: la tensión crítica disruptiva.

$$U_c = 84 \cdot m_c \cdot m_i \cdot r \cdot \delta \cdot \log \frac{D_e}{r_e} (KV) \quad [1.51]$$

Donde:

- 84 = es una constante que define el paso de las tensiones de un valor máximo a uno eficaz. Esta constante tiene pues unidades, que son (kV/cm)
- m_c = coeficiente del conductor empleado. Recordar que cuanto más plano sea un material más difícil es que de él puedan desprenderse electrones. En cambio con materiales circulares o con pertuberancias, éstas actúan de trampolín para los electrones, de forma que a igualdad de tensión, saltan del material más fácilmente. Así:
 - $m_c = 1$ para conductores nuevos
 - $m_c = 0.93$ a 0.98 , para conductores viejos (con pertuberancias)
 - $m_c = 0.83$ a 0.87 , para cables (formados por hilos)
- m_t = coeficiente medioambiental. El aire será más conductor si está húmedo o contaminado. Así:
 - $m_t = 1$, cuando el aire es seco
 - $m_t = 0.8$, cuando el aire está húmedo o contaminado
- r_c = radio del conductor en (cm). Es muy importante colocar correctamente las unidades para que la fórmula final tenga coherencia
- D_c = distancia media geométrica entre fases. Se explicó como calcularla en la sección de la inductancia o capacidad. Las unidades tienen que ser iguales que las del radio del conductor para que el resultado del logaritmo sea lógico.
- ∂ = densidad relativa del aire. No tiene unidades y depende de las condiciones medioambientales y de la altura topográfica.

$$\delta = \frac{(25 + 273)^{\circ} K}{76(\text{cmHg})} \frac{h(\text{cmHg})}{(273 + \Theta)^{\circ} K} = \frac{3.921h}{273 + \Theta} \quad [1.52]$$

Así, si en ésta fórmula se entra con: la altura de presión relativa (h) en cm de mercurio y la temperatura (Θ) en °C, la densidad relativa no tendrá unidades.

Nos falta hallar la altura que alcanzará la columna de mercurio (presión relativa del aire en cm de Hg), a cualquier altura topográfica, para ello se empleará la siguiente fórmula obtenida por Halley:

$$\log h = \log 76 - \frac{y}{18336} \quad [1.53]$$

Donde: y = altura topográfica en metros del tramo de línea a considerar.

Con todas estas fórmulas y datos, el cálculo de la tensión crítica disruptiva del aire no ofrece ninguna dificultad.

Nos falta ahora, y mediante tablas, hallar la tensión más elevada de la línea. Si no se disponen de estas tablas, en la mayoría de los casos es suficiente con aplicar la siguiente ecuación.

$$U_{me} = 1.15 \cdot U_{Línea} \quad (kV) \quad [1.54]$$

Una vez calculadas las dos tensiones, se procede a su comparación:

$$\begin{aligned} U_c [kV] &=> \text{tensión crítica} \\ U_{me} [kV] &=> \text{tensión más elevada} \end{aligned}$$

$\begin{aligned} \text{Si } U_c > U_{me} &=> \text{No hay efecto corona} \\ \text{Si } U_c < U_{me} &=> \text{Sí hay efecto corona} \end{aligned}$
--

- **Si no se produce el efecto corona, ya no debe proseguirse con los cálculos, concluyéndose que no existirán pérdidas por este concepto.**
- **Si se produce el efecto corona, se han de determinar sus pérdidas.**

Es decir, hasta ahora sólo se ha determinado si se produce o no el efecto corona, pero en caso afirmativo, deben calcularse las pérdidas que este efecto representa. Para ello, nos basaremos en otra fórmula experimental también diseñada por el ingeniero Peek.

- **Pérdidas por efecto Corona**

$$Potencia.pérdida.por.fase.y.por.km = \frac{241}{\delta} \cdot (f + 25) \cdot \sqrt{\frac{r_e}{D_e}} \cdot \left[\frac{U_{me}}{\sqrt{3}} - \frac{U_c}{\sqrt{3}} \right]^2 \cdot 10^{-5} \quad [1.55]$$

Donde todos los términos son conocidos y explicados en los apartados precedentes.

Siendo la potencia total en kW (expresada la longitud en km).

$$Potencia - total = Potencia.pérdida.por.fase.y.por.km \bullet n^\circ \text{ fases} \bullet long \quad [1.56]$$

Es interesante, también, calcular las pérdidas debidas a la conductancia por km y fase:

$$G_{Fase-km} = \frac{P_{fase-km} (kW)}{V_{fase}^2 (kV)^2} \cdot 10^{-3} \langle siemens / km \rangle \quad [1.57]$$

Donde la potencia por fase corresponde a la hallada con la fórmula anterior, y la tensión de fase corresponde a la tensión de fase crítica disruptiva también hallada anteriormente (se halló la tensión de línea crítica disruptiva).

La conductancia total en Siemens (expresada la longitud en km).

$$G_{TOTAL} = G_{Fase-km} \bullet n^\circ \text{ fases} \bullet long \langle siemens \rangle \quad [1.58]$$

1.3 INTRODUCCIÓN AL CÁLCULO DE LÍNEAS ELÉCTRICAS

Una operación muy importante, dentro del diseño y operación de un sistema de potencia, lo constituye el mantenimiento de los niveles de tensión y potencia dentro de unos límites especificados. En este capítulo se desarrollarán ecuaciones que permitan calcular estas magnitudes en un punto concreto de una línea de transmisión de energía eléctrica, siempre que estos valores sean conocidos en otro punto de la propia línea, que en general se corresponde con el origen o final de la misma.

No solamente se darán las ecuaciones que permitan este cálculo, sino que, mediante la explicación de sus efectos, se comprenderá de forma clara y práctica la influencia que cada parámetro ejerce en el diseño final de una línea de transmisión de energía eléctrica.

En los modernos sistemas informatizados, constantemente se recogen datos sobre varias magnitudes eléctricas (flujos de potencia, intensidades, tensiones, frecuencia, etc.), que permiten en cada momento tomar decisiones tales como: si conectar o desconectar una línea en servicio; sobre el reparto de cargas a suministrar por las centrales; o sobre los cambios a efectuar en los parámetros de las líneas. Sin embargo, aun con los progresos en el campo de la informática, siempre serán necesarias estas ecuaciones, ya que nos proporcionan una comprensión global de lo que ocurre en el sistema, repercutiendo en un mejor aprovechamiento de los recursos y combustibles naturales cada vez más limitados.

No se estudiará, en este capítulo, el régimen transitorio (cortocircuitos, armónicos, etc.), tratándose no obstante en profundidad el régimen permanente, es decir, cuando las líneas funcionan bajo condiciones normales y no están sometidas a variaciones bruscas de energía debidas a defectos que puedan afectarlas.

1.3.1 Conceptos previos

Primeramente, vamos a recordar algunos conceptos estudiados en capítulos anteriores que nos facilitarán la comprensión de las fórmulas y apartados expuestos en el presente capítulo.

La energía eléctrica se puede generar de dos formas distintas, en continua o bien en alterna. En su forma de continua solo existe un valor para designar una magnitud determinada, este valor es además inalterable con el tiempo y será el empleado para realizar los cálculos (los números y operaciones serán pues algebraicos). En su forma alterna, por el contrario, necesitamos definir tanto el valor de la magnitud como su frecuencia. El valor de la magnitud periódica, asimismo, puede expresarse de formas diferentes,

pero siempre como vector, lo que complicará los cálculos. Llegados a este punto es importante elegir, de entre todos estos posibles valores, ¿cuál será el utilizado para realizar los cálculos?

Para responder a esta pregunta, primeramente vamos a representar una magnitud alterna cualquiera (A), en función del tiempo. El proceso ocurre como si un vector fuera rotando en un círculo hasta cubrir los 360° , representándose sus proyecciones sobre un plano. La forma que irá tomando la magnitud será una senoide periódica, la cual tendrá unos máximos positivos o negativos, y unos puntos (paso por cero), en los cuales su valor será nulo.

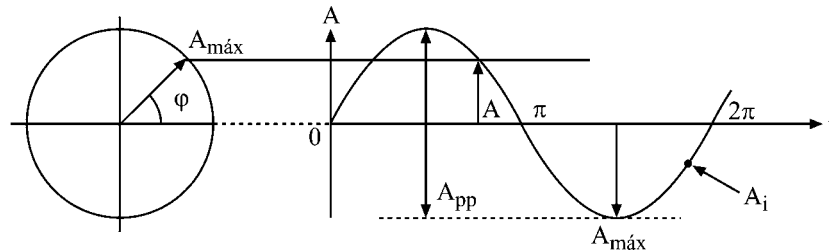


Figura 1.12 Generación de una señal senoidal

Como mínimo podemos encontrar las siguientes expresiones, para representar la magnitud (A), de forma que:

- A_{pp} = Representa el valor pico a pico, es decir, la diferencia entre valores extremos que alcanza la magnitud a lo largo de todo un periodo.
- $A_{máx}$ = Representa el valor máximo que alcanza la magnitud con un signo determinado (positivo o negativo). Coincide con la mitad del valor pico a pico, si se trata de una senoide periódica regular.
- A_i = Representa el valor instantáneo que va tomando la magnitud a lo largo del tiempo. Este valor es ampliamente usado para estudios de regímenes transitorios.
- A = Representa el valor eficaz de la señal (es el equivalente al valor de la magnitud que en continua causaría los mismos efectos térmicos y energéticos en un sistema eléctrico).

Una de las formas más empleadas para designar el valor de una magnitud en alterna es el valor eficaz (A), aunque no es un valor real como los otros (ya que se obtiene por cálculo al igualar las pérdidas energéticas por efecto Joule que un elemento produciría en un periodo completo tanto si se conecta en corriente alterna como en continua), es el valor más parecido a la energía continua que se conoce. Este valor, al variar con el tiempo, describe ángulos diferentes, no pudiéndose representar solamente por un valor algebraico, siendo necesario el uso de fasores o vectores (parte real más parte imaginaria o módulo más ángulo).

Algunas relaciones para señales periódicas senoidales son:

$$A_{pp} = (\text{valor máximo positivo} - \text{valor máximo negativo})$$

$$A_{\max} = \frac{A_{pp}}{2} \quad [1.59]$$

$$A_i = A_{\max} \cdot \sin \omega t \quad [1.60]$$

$$A = \frac{A_{\max}}{\sqrt{2}} \quad [1.61]$$

Otro aspecto importante es el desfase que introducen elementos como bobinas o condensadores. Se debe tener presente que una reactancia inductiva (bobina), representa una resistencia desfasada 90° , mientras que una reactancia capacitiva (condensador) representa una resistencia, pero con ángulo de desfase de -90° . Así, las corrientes pueden representarse respecto a la tensión de las siguientes formas, dependiendo de si el receptor o carga es óhmico, inductivo o capacitivo:

- Carga óhmica:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}(\varphi)}{R(0^\circ)} = I(\varphi) \quad [1.62] \quad \text{La corriente está en fase con la tensión.}$$

- Carga inductiva:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}(\varphi)}{X_L(90^\circ)} = I(\varphi - 90^\circ) \quad [1.63] \quad \text{La corriente está atrasada } 90^\circ \text{ con respecto a la tensión.}$$

- Carga capacitiva:

$$\bar{I} = \frac{\bar{U}(\varphi)}{X_c(-90^\circ)} = I(\varphi + 90^\circ) \quad [1.64] \quad \text{La corriente está adelantada } 90^\circ \text{ con respecto a la tensión.}$$

En cuanto a las tensiones, el proceso se invierte:

- Carga óhmica:

$$\bar{U}_R = \bar{I} \cdot R = I(\varphi) \cdot R(0^\circ) = U(\varphi) \quad [1.65] \quad \text{La caída de tensión está en fase con la intensidad}$$

- Carga inductiva:

$$\bar{U}_{XL} = \bar{I} \cdot X_L(\varphi) \cdot X_L(90^\circ) = U(\varphi + 90^\circ) \quad [1.66] \quad \text{La caída de tensión está adelantada } 90^\circ \text{ con respecto a la intensidad}$$

- Carga capacitiva:

$$\bar{U}_{Xc} = \bar{I} \cdot X_c(\varphi) \cdot X_c(-90^\circ) = U(\varphi - 90^\circ) \quad [1.67] \quad \text{La caída de tensión está retrasada } 90^\circ \text{ con respecto a la intensidad.}$$

1.3.2 Diagramas

Veamos un resumen de los conceptos vistos en el apartado anterior, expresados mediante diagramas de tensiones e intensidades, con los desfases producidos con el empleo de las diversas cargas.

Una línea convencional, con una carga conectada en su extremo final, puede representarse como una resistencia y una inductancia de la forma que indica la figura:

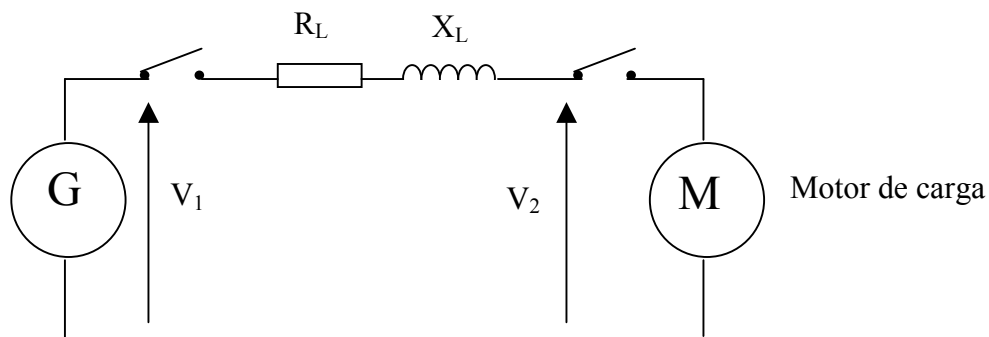


Figura 1.13 Sistema eléctrico convencional

Según el esquema expuesto, podemos dividir los sistemas eléctricos en función del tipo de carga a la que están conectados:

1.3.2.1 Carga resistiva

Si el receptor se comporta como una resistencia pura, la intensidad no sufre ningún desfase con respecto a la tensión. Las caídas que se producen en la línea (resistencia de línea más reactancia inductiva de línea) siguen las normas expuesta en el apartado anterior.

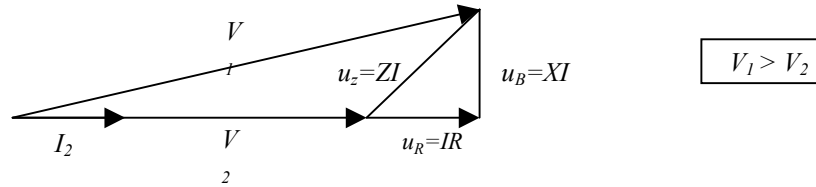


Figura 1.14 Diagrama de tensiones de un circuito resistivo

Nótese que en este caso, la tensión del generador (V_1) es mayor que la tensión del receptor (V_2), siguiendo el orden normal de estos sistemas (caída de tensión positiva).

1.3.2.2 Carga inductiva resistiva (tipo bobinas más resistencias)

Si el receptor se comporta como una combinación de resistencia y bobinas (caso más típico, ya que la mayoría de máquinas eléctricas están formadas por bobinados, y éstos presentan resistencia e inductancia), la intensidad total presentará un ángulo de desfase, respecto a la tensión, que estará comprendido entre 0° y -90° (ya que si fuese una resistencia pura valdría 0° , y si se tratara de una bobina pura el desfase ascendería a -90°). El paso de esta intensidad por la resistencia e inductancia de la línea representarán unas caídas de tensión como las mostradas en el siguiente diagrama.

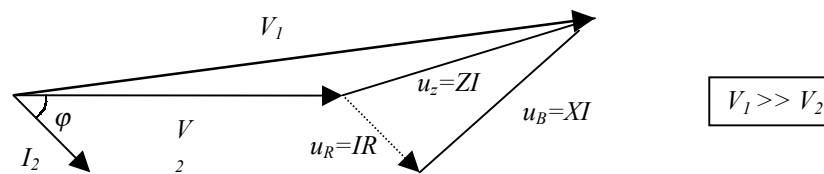


Figura 1.15 Diagrama de tensiones de un circuito inductivo resistivo

Nótese que, en este caso, la tensión al final de línea (V_2) es aun menor que en el caso resistivo anterior, respecto a la tensión origen (V_1), es decir, la caída de tensión es mayor, manteniéndose el signo positivo de la misma.

1.3.2.3 Carga capacitiva resistiva (tipo condensadores más resistencia)

Este es un caso mucho menos frecuente, ya que no existen motores formados por condensadores. Esta situación suele presentarse cuando se realiza una compensación de potencia, o bien cuando la línea está en vacío, pero en operación (efecto Ferranti).

El desfase de la intensidad de línea estará comprendido entre los 0° y los 90° positivos, dependiendo de la proporción de resistencia y condensadores que exista en la carga.

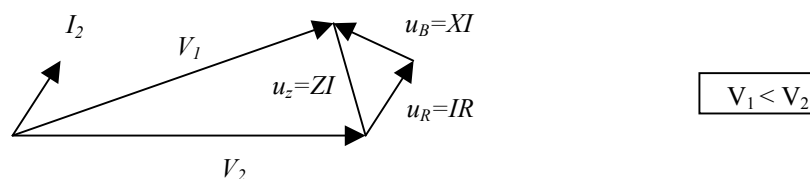


Figura 1.16 Diagrama de tensiones de un circuito capacitivo resistivo

En este caso la tensión final de línea (V_2) será mayor que la tensión en el inicio de línea (V_1), dándose una caída de tensión negativa (efecto Ferranti). Este efecto es muy perjudicial para las máquinas eléctricas, por lo que en capítulos posteriores se darán las pautas para aminorarlo o eliminarlo.

1.3.3 Tipos de parámetros

Los parámetros representativos de cualquier sistema de potencia son cuatro: resistencia (R), inductancia (L), conductancia (G) y capacidad (C).

Estos parámetros pueden agruparse de forma longitudinal (resistencias e inductancias), o bien de forma transversal (conductancias y capacidades).

- Parámetros longitudinales

$$R, L \quad X_L = L \cdot \omega \rightarrow \bar{Z}_L = (R + jX) \text{ Impedancia} \quad [1.68]$$

- Parámetros transversales

$$G, C \quad B = C \cdot \omega \rightarrow \bar{Y}_L = (G + jB) \text{ Admitancia} \quad [1.69]$$

Es una suerte que el parámetro conductancia no tenga un valor relevante en los resultados finales de los cálculos, ya que es prácticamente imposible determinar su valor con exactitud al depender éste de múltiples condicionantes o variables difíciles de obtener. Los otros tres parámetros influyen de forma distinta, dependiendo de la longitud de la línea.

1.4 MÉTODOS DE CÁLCULO DE LÍNEAS ELÉCTRICAS

Para realizar el cálculo de las líneas eléctricas se aceptan unas simplificaciones que no afectan prácticamente a los resultados finales, sino que, por el contrario, simplifican considerablemente la complejidad de los problemas.

- La altura de las líneas se mantiene constante en todo su trayecto (en realidad los centros de los vanos estarán más cerca del suelo, mientras que en los apoyos la altura será más considerable).
- Los parámetros eléctricos se mantienen constantes en todo el trayecto de las líneas (los apoyos en realidad, introducen modificaciones a esta afirmación).
- Las condiciones externas a la línea (condiciones medioambientales principalmente) se mantienen regulares en toda la longitud de la línea.
- Siempre se considerará que los sistemas están conectados en estrella (si están conectados en triángulo se procederá a la conversión triángulo-estrella), y por tanto las fórmulas en estrella a emplear seguirán siendo válidas.
- Las intensidades en conexión estrella no cambian: $\bar{I}_{\text{Línea}} = \bar{I}_{\text{Fase}}$
- Las tensiones variarán de línea a fase: $\bar{U}_{\text{Línea}} = \bar{V}_{\text{Fase}} \cdot \sqrt{3}$
- Con la notación (U) se simbolizan los valores de línea y con (V) se representan los valores de fase.
- A todas las magnitudes vectores, se les asignará el símbolo ($\bar{U}$), por ejemplo.

Considerando estas simplificaciones, puede afirmarse que si se conocen los valores de P , U , y el ángulo total en un punto de la línea, es posible hallar los valores de todas las variables en otro punto de la misma. Si llamamos (2) al punto final de la línea y (1) al inicio de la misma, tendremos:

$$P_2, U_2, \varphi_2 \longrightarrow P_1, \bar{U}_1, I_1, P_1, Q_1, \bar{S}_1$$

En el próximo capítulo, se estudiará cómo resolver situaciones en las cuales son conocidos parcialmente parámetros tanto del principio como del final de la línea, dándose ecuaciones que permitan resolver estas situaciones.

Desde el punto de vista del cálculo de líneas eléctricas, es posible realizar una división de las mismas en función de su longitud.

1.4.1 Líneas de longitud corta (longitud inferior a 80km)

Se considera una línea de longitud corta aquella cuya longitud no excede de los 80km. Con esta longitud puede despreciarse el efecto producido por la conductancia (efecto corona y efecto aislador), asimismo el efecto capacitivo es también de pequeño valor, no influyendo en los resultados.

Los valores de la resistencia y de la inductancia si son necesarios, pero pueden tomarse de forma concentrada, simplificándose enormemente las operaciones.

$$R, X \rightarrow \bar{Z}_L = (R + jX) \quad \text{Valores concentrados} \quad [1.70]$$

$$B = C \cdot w = 0$$

$$G = 0 \text{ (siempre)} \rightarrow \bar{Y}_L = (G + jB) = 0 \quad \text{Podemos despreciar la admitancia} \quad [1.71]$$

El circuito equivalente de una línea de transmisión corta quedará, pues, reducido a una resistencia y una inductancia, conectadas en serie y concentradas en el centro de la línea.

De cada circuito se realizarán dos estudios, uno en régimen de carga y otro en régimen de vacío, ya que éstos son los estados más significativos, aunque no los únicos.

1.4.1.1 Línea corta de transmisión de energía eléctrica en carga

Si se conecta una carga al extremo de una línea de transmisión de energía eléctrica, se cerrará el circuito fluyendo una corriente a lo largo de la misma. Esta corriente se mantendrá constante, al no existir las pérdidas transversales debidas a la capacidad o a la conductancia.

El tipo de carga que se conecte al final de la línea determinará el módulo y el ángulo de la intensidad, resultando ésta de origen óhmico, inductivo o capacitivo, si la carga al final de línea resulta ser óhmica, inductiva o capacitiva respectivamente.

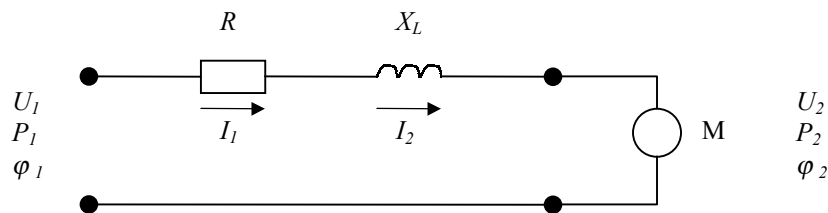


Figura 1.17 Representación de una línea corta de transporte de energía eléctrica en carga

Las ecuaciones que definen el régimen de carga son, para las tensiones e intensidades:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z} \cdot \bar{I}_2 \quad [1.72]$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 \quad [1.73]$$

1.4.1.2 Línea corta de transmisión de energía eléctrica en vacío

En vacío el circuito se simplifica, ya que al no existir ninguna carga conectada al final de la línea, el circuito permanece abierto, no circulando corriente a través del mismo.

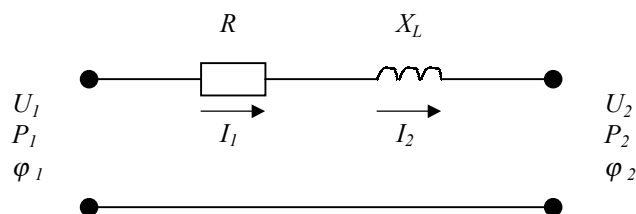


Figura 1.18 Representación de una línea corta de transporte de energía eléctrica en vacío

Si no circula intensidad, no puede existir caída de tensión, igualándose en este caso las tensiones del final y principio de la línea.

Las ecuaciones que definirán este régimen de vacío, para las tensiones e intensidades, son las siguientes:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_2 = 0 \quad [1.74]$$

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 \quad [1.75]$$

1.4.2 Línea de longitud media (longitudes comprendidas entre 80km y 240km)

Para el cálculo de las líneas de longitud media, ya no es suficiente con contemplar los efectos que ejercen la resistencia y la inductancia, debiéndose incluir el valor del efecto de la capacidad, debido a que con estas longitudes ya empieza a ser significativo. La conductancia sigue siendo de valor muy reducido y, dada la dificultad para su cálculo, puede despreciarse.

Existirá, por lo tanto, impedancia y admitancia en estas líneas de longitud media, aunque se seguirán considerando agrupadas o concentradas.

$$R, X \quad \rightarrow \quad \bar{Z}_L = (R + jX) \quad \text{Valores concentrados} \quad [1.76]$$

$$G=0 \quad B=w \cdot C \quad \rightarrow \quad \bar{Y}_L = (G + jB) \quad \text{Valores concentrados} \quad [1.77]$$

Como en el caso de líneas de longitud corta, siendo conocidas las magnitudes de un punto de la línea (normalmente el final de la línea), U_2, P_2 , y φ_2 , buscaremos los valores de las incógnitas U_1, P_1, φ_1 en otro punto de la misma (normalmente al principio de la línea). Asimismo, se seguirán considerando los dos regímenes de funcionamiento (el de plena carga y el de vacío).

Existen, al menos, dos formas de agrupar los parámetros eléctricos que influyen en una línea eléctrica de longitud media, no afectando su elección a la calidad de los resultados finales.

- **Método del circuito equivalente en “T”**
- **Método del circuito equivalente en “π”**

1.4.2.1 Método del circuito equivalente en “T”

Con este método se agrupan los parámetros transversales (conductancia y capacidad) en la parte central de la línea, dejándose los parámetros longitudinales (resistencia e inductancia) divididos en dos grupos iguales, mitad de los totales, colocados en los extremos de la línea. Con esta distribución el conjunto de la línea se asemeja a la letra (T), de donde deriva su nombre.

Con la inclusión de uno de los parámetros transversales, la capacidad, se trunca la idea de intensidad única, ya que ahora existirán tres intensidades: una final, una inicial y una transversal (que es la diferencia entre las dos anteriores) que circulará por la admitancia en paralelo.

1.4.2.1.1 Régimen en carga

La aparición de estas intensidades complica el estudio del problema, que abordaremos en primer lugar, considerando que existe una carga conectada en el extremo final de la línea.

Como en el caso de la línea corta se suponen conocidos los datos del extremo final de la línea (es decir conocida la carga), planteándose el problema con el objetivo de hallar los valores de las magnitudes eléctricas en el origen de la misma.

Con estas condiciones, el circuito resultante adquiere el siguiente aspecto, caracterizado por su similitud con la letra (T). Recordar que aunque en la figura aparece el parámetro conductancia (G), su valor se considera nulo.

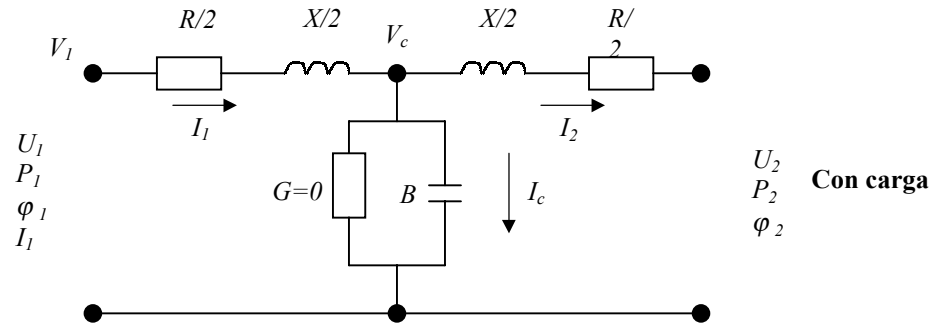
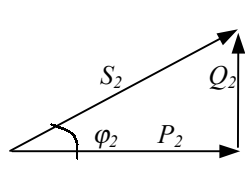


Figura 1.19 Circuito equivalente en "T", para una línea de longitud media en carga

Conocido el valor de la carga (potencia y ángulo) y el valor de la tensión al final de la línea, se pasan a calcular las restantes magnitudes en este extremo receptor de la misma, mediante las siguientes expresiones:



$$P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi_2 \quad \text{siendo} \quad P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2 \quad [1.78]$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \varphi_2 \quad \text{siendo} \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_2 \quad [1.79]$$

$$\bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \varphi_2} \quad \text{siendo} \quad \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = (P_2 + jQ_2) \quad [1.80]$$

Otra fórmula importante es la que nos determina el ángulo al final de la línea: $\varphi_2 = \varphi_{V_2} - \varphi_{I_2}$ [1.81]

Con estas fórmulas y conocidas las condiciones P_2 , U_2 , y φ_2 , la intensidad final de línea será:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{V_2} - \varphi_2) \quad [1.82]$$

La tensión en el centro de la línea estará definida por:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{\text{Linea}}}{2} \cdot \bar{I}_2 \quad [1.83]$$

Con esta tensión ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador:

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C \quad [1.84]$$

La intensidad total al principio de línea será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 \quad [1.85]$$

Siendo la tensión al principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{\text{Linea}}}{2} \bar{I}_1 \quad [1.86]$$

Y recordando que: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1\text{Fase}}$ y que la tensión es: $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1\text{Fase}} \cdot \sqrt{3}$ [1.87]

Con un ángulo total al inicio de línea de valor: $\varphi_1 = \varphi_{U_1} - \varphi_{I_1}$ [1.88]

Conocidas la tensión, la intensidad y ángulo inicial podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [1.89]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [1.90]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [1.91]$$

Finalmente la caída de tensión será: $\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100$ Este valor no excederá del 10%.

La pérdida de potencia valdrá: $\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100$ Este valor no excederá del 3% por cada 100km.

Y el rendimiento del sistema vendrá definido por: $\eta = \frac{P_2}{P_1} 100$ [1.92]

1.4.2.1.2 Régimen en vacío

En ese caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto la intensidad de final de línea es nula.

Considerando los mismos supuestos anteriores, es decir, conocidas las principales magnitudes al final de la línea (P_2 , U_2 y φ_2), buscaremos las condiciones al principio de la misma.

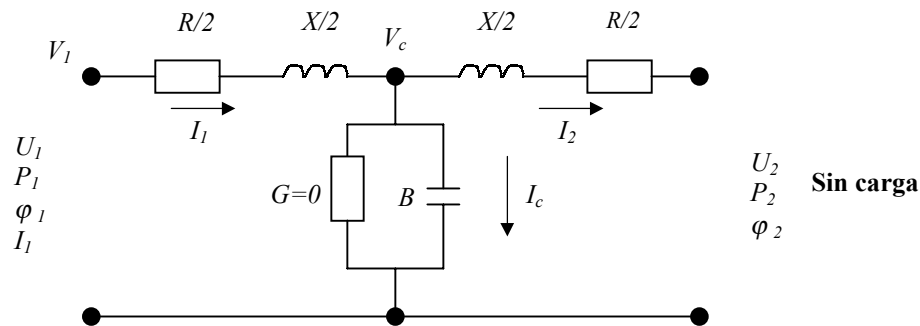


Figura 1.20 Circuito equivalente en "T", de una línea de longitud media en vacío

Si no existe carga todas las potencias al final de línea serán nulas: $P_2 = Q_2 = S_2 = 0$.

Las restantes expresiones quedarán como sigue:

Ángulo final: $\varphi_2 = \varphi_{v2} - \varphi_{l2} = 0$ [1.93]

La intensidad final de línea será:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{v2} - \varphi_2 = 0) \quad [1.94]$$

La tensión en el centro de la línea estará definida por:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{\text{Linea}}}{2} \cdot \bar{I}_2 = \bar{V}_2 \quad [1.95]$$

Con esta tensión ya es posible obtener la intensidad que se derivara por el condensador:

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_2 \quad [1.96]$$

La intensidad total al principio de línea será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = \bar{I}_C \quad [1.97]$$

Siendo la tensión al principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_c + \frac{\bar{Z}_{\text{Linea}}}{2} \bar{I}_1 = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}}{2} \bar{I}_c \quad [1.98]$$

Con una intensidad de línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1\text{Fase}}$ y con una tensión: $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1\text{Fase}} \cdot \sqrt{3}$ [1.99]

El ángulo total al inicio de línea será: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1}$ [1.100]

Conocidas la tensión, la intensidad y ángulo inicial, podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [1.101]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [1.102]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [1.103]$$

Finalmente la caída de tensión será: $\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100$ Este valor no excederá del 10%.

La pérdida de potencia valdrá: $\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100$ En este caso la pérdida será del 100%.

Y el rendimiento del sistema será nulo al no existir potencia: $\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = 0$ [1.104]

1.4.2.2 Método del circuito equivalente en Π

A diferencia del método anterior, este método divide a la línea por sus parámetros transversales, manteniendo unidos los parámetros longitudinales, es decir, en el tramo central se situarán la resistencia y la reactancia inductiva en forma concentrada, mientras que la conductancia y la susceptancia ocuparán las posiciones extremas estando sus valores divididos por la mitad ($G/2$ y $B/2$), tal como se representa en la figura:

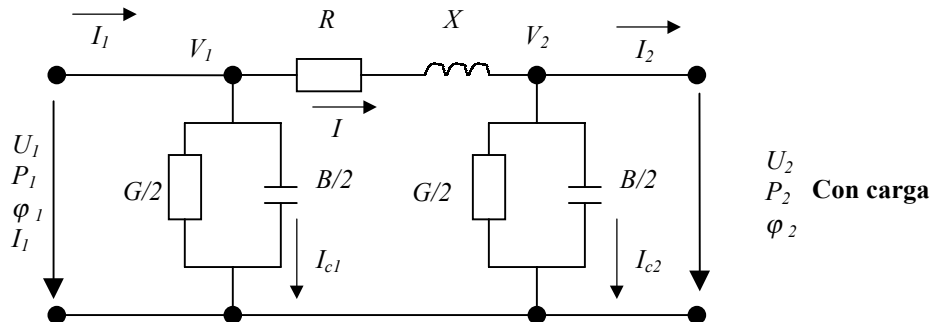


Figura 1.21 Circuito equivalente en “ π ”, para una línea de longitud media en carga

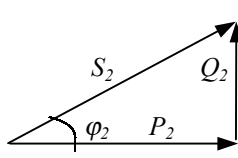
Con la inclusión de los parámetros transversales, se trunca la idea de intensidad única, ya que ahora existirán cinco intensidades: una final, una inicial, una intermedia (que pasa por los parámetros longitudinales), y dos transversales, que circularán por las admitancias en paralelo.

1.4.2.2.1 Régimen en carga

La aparición de estas intensidades complica el estudio del problema, que abordaremos en primer lugar, considerando que existe una carga conectada en el extremo final de la línea. Con estas condiciones el circuito resultante adquiere el aspecto mostrado en la figura 1.21.

Como en el caso de la línea corta, se suponen conocidos los datos en el extremo final de la línea (es decir, conocida la carga), planteándose el problema con el objetivo de hallar los valores de las magnitudes eléctricas en el origen de la misma.

Como en caso del circuito equivalente en “T”, conocido el valor de la carga (potencia y ángulo) y la tensión al final de la línea, se procede al cálculo de las restantes magnitudes eléctricas en este extremo de la línea, mediante las siguientes expresiones:



$$P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi_2 \quad \text{siendo} \quad P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2 \quad [1.105]$$

$$Q_2 = S_2 \cdot \sin \varphi_2 \quad \text{siendo} \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_2 \quad [1.106]$$

$$\bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \varphi_2} \quad \text{siendo} \quad \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = (P_2 + jQ_2) \quad [1.107]$$

Otra fórmula importante es la que nos determina el ángulo final: $\varphi_2 = \varphi_{v2} - \varphi_{I2}$ [1.108]

Con estas fórmulas y conocidas las condiciones P_2 , U_2 , y φ_2 , la intensidad al final de línea valdrá:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{v2} - \varphi_2) \quad [1.109]$$

La intensidad que se deriva por la segunda admitancia transversal será:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [1.110]$$

La intensidad que pasará por la resistencia y la reactancia de la línea estará definida por:

$$\bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 \quad [1.111]$$

Con el valor de esta intensidad es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad [1.112]$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [1.113]$$

Conocidas (I_{C1}) e (I), podemos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I} \quad [1.114]$$

Siendo el valor de la intensidad: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$ y de la tensión: $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$ [1.115]

El ángulo total al inicio de línea será: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1}$ [1.116]

Conocidas la tensión, la intensidad y ángulo inicial, podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [1.117]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [1.118]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [1.119]$$

Finalmente la caída de tensión será: $\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100$ Este valor no excederá del 10%.

La pérdida de potencia valdrá: $\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100$ Este valor no excederá del 3% por cada 100km.

Y el rendimiento del sistema estará definido por: $\eta = \frac{P_2}{P_1} 100$ [1.120]

1.4.2.2.2 Régimen de vacío

En ese caso los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto la intensidad del final de línea es nula:

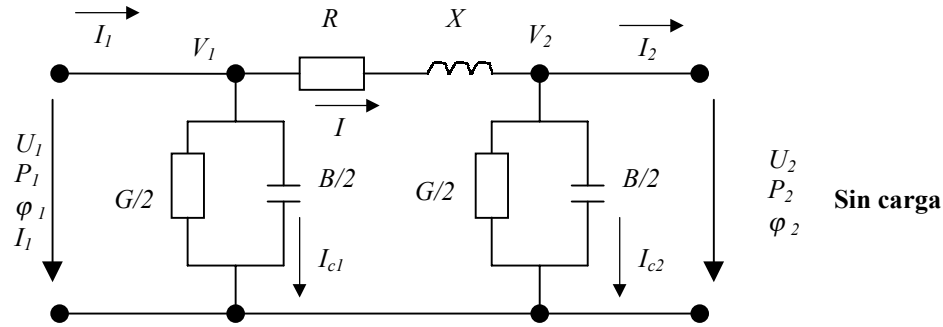


Figura 1.22 Circuito equivalente en “π”, para una línea de longitud media en vacío

Considerando los mismos supuestos anteriores, es decir, conocidas las principales magnitudes al final de la línea (P_2 , U_2 y φ_2), buscaremos las condiciones iniciales de la misma.

Si no existe carga, todas las potencias al final de línea tendrán valor nulo: $P_2 = Q_2 = S_2 = 0$.

Las restantes expresiones quedarán como sigue:

Ángulo al final de la línea: $\varphi_2 = \varphi_{v2} - \varphi_{l2} = 0$ [1.121]

La intensidad al final de línea será:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{v2} - \varphi_2 = 0) \quad [1.122]$$

La intensidad que se deriva por la segunda admitancia transversal es:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [1.123]$$

La intensidad que pasará por la resistencia y la reactancia de la línea será:

$$\bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 = \bar{I}_{C2} \quad [1.124]$$

Ya que la intensidad al final de línea es cero. Con el valor de esta intensidad central, es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, ésta vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad [1.125]$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad [1.126]$$

Conocidas (I_{c1}) e (I), podemos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I} \quad [1.127]$$

Siendo el valor de la intensidad: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$ y el de la tensión: $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$ [1.128]

Finalmente hallamos el ángulo total al inicio de línea: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1}$ [1.129]

Conocidas la tensión, la intensidad y ángulo inicial, podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad \text{Potencia activa} \quad [1.130]$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \text{Potencia reactiva} \quad [1.131]$$

$$\bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) \quad \text{Potencia aparente} \quad [1.132]$$

Finalmente la caída de tensión será: $\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100$ Este valor no excederá del 10%.

La pérdida de potencia valdrá: $\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100$ En este caso la pérdida será del 100%.

Y el rendimiento del sistema estará definido por: $\eta = \frac{P_2}{P_1} 100$ [1.133]

1.4.3 Líneas de longitud larga (longitudes superiores a 240km)

Para el cálculo de líneas eléctricas de gran longitud, no es suficiente con contemplar los efectos que ejercen la resistencia, la inductancia, la capacidad y la conductancia en su forma concentrada. La línea es demasiado larga para reunir los efectos de estos parámetros en un solo punto, siendo necesario para el cálculo de las magnitudes eléctricas, distribuir los parámetros transversales y longitudinales de forma continua, lo que conlleva la utilización de formulas más complejas y laboriosas.

De forma resumida tendremos:

$$R, X \rightarrow \bar{Z} = (R + jX) \quad \text{Valores distribuidos} \quad [1.134]$$

$$G=0 \quad B=w \cdot C \rightarrow \bar{Y} = (G + jB) \quad \text{Valores distribuidos} \quad [1.135]$$

Como siempre, partimos de la idea de que siendo conocidas las magnitudes de un punto de la línea (normalmente el final de la línea), U_2, P_2 , y φ_2 , pretendemos hallar los valores de las incógnitas U_1, P_1, φ_1 , en otro punto de la misma (normalmente el principio de la línea), considerando, como en el apartado anterior, dos regímenes de funcionamiento (el de plena carga y el de vacío).

Para realizar el cálculo de las citadas magnitudes eléctricas es necesario aplicar las fórmulas siguientes:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{aligned} \quad [1.136]$$

Si el sistema esta en vacío se simplifican las fórmulas anteriores, quedando como sigue:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} \end{aligned} \quad [1.137]$$

Ya que, $\bar{I}_2 = 0$.

Los valores de las tensiones son de fase (simples), por lo que trabajando con un sistema en estrella deberemos modificar la tensión y recordar que la intensidad no variará:

$$\begin{aligned}\bar{I}_{Linea} &= \bar{I}_{Fase} \\ \bar{U}_{Linea} &= \bar{V}_{Fase} \cdot \sqrt{3}\end{aligned} \quad [1.138]$$

Por tanto, todo el problema pasa por el cálculo de las constantes auxiliares. Para ello existen al menos dos métodos, no afectando a la calidad de los resultados su libre elección. Veamos las fórmulas a aplicar en cada caso, así como su posterior comprobación.

1.4.3.1 Método de las funciones hiperbólicas y circulares

Este método es quizás el más rápido; consiste en la aplicación directa de funciones hiperbólicas y circulares, considerándose las constantes (A), y (D) iguales, siempre que la línea funcione en régimen permanente y la carga sea equilibrada. Como normalmente éstas serán las condiciones de funcionamiento, esta igualdad podrá considerarse siempre que no se indique lo contrario.

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \cosh \bar{\Theta}_c = (\cosh \Theta'_c \cdot \cos \Theta''_c) + j(\sinh \Theta'_c \cdot \sin \Theta''_c) \quad [1.139]$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_c \cdot \sinh \bar{\Theta}_c = \bar{Z}_c \cdot ((\sinh \Theta'_c \cdot \cos \Theta''_c) + j(\cosh \Theta'_c \cdot \sin \Theta''_c)) \quad [1.140]$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \sinh \bar{\Theta}_c = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot ((\sinh \Theta'_c \cdot \cos \Theta''_c) + j(\cosh \Theta'_c \cdot \sin \Theta''_c)) \quad [1.141]$$

Definiéndose unos nuevos parámetros que responden a las siguientes características:

- **Impedancia característica**

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_{LINEA}}{\bar{Y}_{LINEA}}} \quad [5.84] \quad \text{con:} \quad \begin{aligned} \bar{Z}_{LINEA} &= (R_{LINEA} + jX_{LINEA}) \\ \bar{Y}_{LINEA} &= (G_{LINEA} + jB_{LINEA}) \end{aligned} \quad [1.142]$$

La impedancia característica responde a una serie de especificaciones:

- Es la impedancia natural que presentaría una línea en la que la relación (V/I) se mantuviera constante a lo largo de toda su longitud.
- La impedancia característica es independiente de su longitud.
- La impedancia característica se da en líneas muy largas, en las que el efecto de la onda reflejada puede considerarse despreciable, y sólo se tendrá en cuenta los efectos que introduce la onda directa.
- La impedancia característica es en realidad una resistencia y como tal se mide en (Ω).

- **Ángulo característico**

$$\bar{\Theta}_c = \sqrt{\bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{Y}_{LINEA}} \quad [5.86] \quad \text{con:} \quad \begin{aligned} \bar{Z}_{LINEA} &= (R_{LINEA} + jX_{LINEA}) \\ \bar{Y}_{LINEA} &= (G_{LINEA} + jB_{LINEA}) \end{aligned} \quad [1.143]$$

El ángulo característico responde a una serie de especificaciones:

- Si cerráramos una línea en su final con una carga que fuera la impedancia característica (una resistencia), la tensión y la intensidad decrecerían o aumentarían, siguiendo una función exponencial, con exponente formado por el ángulo característico.

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_1 e^{-\bar{\Theta}_c} \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_2 e^{+\bar{\Theta}_c} \quad \bar{V}_2 = \bar{V}_1 e^{-\bar{\Theta}_c} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 e^{+\bar{\Theta}_c} \quad [1.144]$$

- Es un ángulo complejo, siendo sus unidades, radianes/segundo.

$$\bar{\Theta}_c = (\Theta'_c + j\Theta''_c) = \sqrt{\bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{Y}_{LINEA}} = (\Omega \cdot \text{Siemens}) = \left(\frac{\Omega}{\Omega}\right) = \frac{\text{radianes}}{\text{segundo}} \quad [1.145]$$

- Es decir, es un ángulo en el cual la relación (V/I), se mantiene constante en cualquier punto de la longitud de la línea eléctrica.

Es importante recordar que con ($\cosh$) y ($\sinh$) (cosenos y senos hiperbólicos) es necesario operar con valores de (radianes/segundo), por tanto, los hallados con la fórmula anterior. En cambio para los senos y cosenos normales sus unidades deberán ser grados, resultando necesaria su conversión mediante la fórmula:

$$\bar{\Theta}_{c_{GRADOS}} = \frac{360^\circ}{2\pi} (\Theta'_c + j\Theta''_c) = \frac{360^\circ}{2\pi} \sqrt{\bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{Y}_{LÍNEA}} = \text{grados} \quad [1.146]$$

- **Potencia característica**

$$P_C = \frac{U_{LÍNEA}^2}{Z_c} \quad \text{Siendo el valor de la tensión, sólo en módulo: } \bar{U}_{LÍNEA} = \bar{V}_{FASE} \cdot \sqrt{3} \quad [1.147]$$

La potencia característica viene definida por las siguientes características:

- Es la potencia que tendría una línea si ésta se cerrara en su extremo con una carga resistiva (es decir con la impedancia característica).
- Es la potencia que mantiene el $\cos\varphi = \text{constante}$, es decir:

$$\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = \cos\varphi \quad [1.148]$$

- Es la potencia óptima para cada sistema.
- Para su cálculo se utilizarán los valores de los módulos de la tensión y la impedancia de la línea, no sus argumentos.

1.4.3.2 Método del desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares

Este método, quizás más lento que el anterior, permite obtener las constantes de una línea sin tener que utilizar las funciones hiperbólicas y circulares, es decir, es más lento, pero de más fácil aplicación. Consiste en el desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares del ángulo característico hallado anteriormente. Asimismo, sigue siendo válida la condición que las constantes (A), y (D) son iguales, siempre que la línea funcione en régimen permanente y sea equilibrada.

Las fórmulas a aplicar son:

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{2} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{4} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{6} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{8} + \dots \right] \quad [1.149]$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right] \quad [1.150]$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \bar{Y}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right] \quad [1.151]$$

Siendo $\bar{Z}_L$ y $\bar{Y}_L$ la impedancia y admitancia de la línea respectivamente.

Pero, ¿cuántos términos es necesario tomar de las expresiones anteriores? Aunque no existe una regla concreta, se acostumbra a seguir la siguiente recomendación.

- Un solo término si la línea es menor de 80km
- Dos términos si la línea esta comprendida entre los 80km y los 160km
- Tres términos si la línea dispone de una longitud entre los 160km y los 240km
- Y así sucesivamente

1.4.3.3 Comprobación de resultados

Es posible comprobar los resultados obtenidos por cualquiera de los dos métodos explicados, mediante las siguientes igualdades:

$$\begin{aligned}\overline{A}^2 - \overline{B} \cdot \overline{C} &= (1 + j0) \\ (a'^2 - a''^2) - (b' \cdot c') + (b'' \cdot c'') &= 1 \quad [1.152] \\ (2 \cdot a' \cdot a'') - (b' \cdot c'') - (b'' \cdot c') &= 0\end{aligned}$$

$$\text{Siendo: } \overline{A} = (a' + ja'') \quad \overline{B} = (b' + jb'') \quad \text{y} \quad \overline{C} = (c' + jc'') \quad [1.153]$$

Para poder considerar validos los resultados, es necesario que se cumplan las tres condiciones a la vez.

1.4.3.4 Fórmulas para hallar las magnitudes eléctricas

Cualquiera de los dos métodos nos llevará a valores muy semejantes, que nos permitirán, aplicando las fórmulas siguientes, encontrar las magnitudes eléctricas deseadas.

Las fórmulas dependerán de los parámetros que sean conocidos:

- Si conocemos las condiciones eléctricas al final de la línea y deseamos hallarlas al inicio de la misma, aplicaremos:

- Régimen de carga

$$\begin{aligned}\overline{V}_1 &= \overline{V}_2 \cdot \overline{A} + \overline{I}_2 \cdot \overline{B} \\ \overline{I}_1 &= \overline{V}_2 \cdot \overline{C} + \overline{I}_2 \cdot \overline{D}\end{aligned} \quad [1.154]$$

- Régimen de vacío

$$\begin{aligned}\overline{V}_1 &= \overline{V}_2 \cdot \overline{A} \\ \overline{I}_1 &= \overline{V}_2 \cdot \overline{C}\end{aligned} \quad [1.155]$$

- Si conocemos las condiciones eléctricas al inicio de la línea y deseamos hallarlas al final de la misma, aplicaremos:

- Régimen de carga

$$\begin{aligned}\overline{V}_2 &= \overline{V}_1 \cdot \overline{D} - \overline{I}_1 \cdot \overline{B} \\ \overline{I}_2 &= \overline{I}_1 \cdot \overline{A} - \overline{V}_1 \cdot \overline{C}\end{aligned} \quad [1.156]$$

- Régimen de vacío

$$\begin{aligned}\overline{V}_2 &= \overline{V}_1 \cdot \overline{D} \\ \overline{I}_2 &= -\overline{V}_1 \cdot \overline{C}\end{aligned} \quad [1.157]$$

Recordando que para pasar de valores de fase a valores de línea es necesario aplicar:

$$\begin{aligned}\overline{I}_{\text{Linea}} &= \overline{I}_{\text{Fase}} \\ \overline{U}_{\text{Linea}} &= \overline{V}_{\text{Fase}} \cdot \sqrt{3}\end{aligned} \quad [1.158]$$

Si deseamos encontrar valores intermedios de las magnitudes eléctricas (en cualquier punto de la línea), se realizará el cálculo de las constantes con las longitudes deseadas. Es decir, para cualquier tramo de línea es posible buscar las constantes (A, B, C, D) que lo definen, en función de la longitud de ese tramo. Con estas constantes, se aplican las fórmulas anteriores, lo que nos permitirá hallar las condiciones eléctricas de los nuevos puntos buscados.

1.4.3.5 Significado físico de las constantes

Primeramente veamos las unidades de estas constantes, para ello partimos de:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D}\end{aligned} \quad [1.159]$$

Si estamos en régimen de vacío (la intensidad final es nula):

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C}\end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned}\bar{A} &= \frac{\bar{V}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = \left(\frac{V}{V} \right) = (-) \\ \bar{C} &= \frac{\bar{I}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = \left(\frac{A}{V} \right) = (siemens)\end{aligned} \quad [1.160]$$

Si estamos en cortocircuito, las fórmulas iniciales quedan (al ser nula la tensión de salida):

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 &= \bar{I}_2 \cdot \bar{D}\end{aligned} \quad \longrightarrow \quad \begin{aligned}\bar{B} &= \frac{\bar{V}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2CORTO}} = \left(\frac{V}{A} \right) = (\Omega) \\ \bar{D} &= \frac{\bar{I}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2CORTO}} = \left(\frac{A}{A} \right) = (-)\end{aligned} \quad [1.161]$$

Las constantes (A) y (D), son adimensionales, mientras que la constante (B) tiene unidades de impedancia, y la constante (C) tiene unidades de admitancia.

Es decir, podemos definir estas constantes de la siguiente forma:

- A = tensión a aplicar al principio de línea para que, estando en vacío el final de la misma, se obtenga la tensión final nominal ($V_{2nominal}$).
- B = tensión a aplicar al principio de línea para que, estando en cortocircuito el final de la misma, se obtenga la intensidad final nominal ($I_{2nominal}$).
- C = intensidad a inyectar al principio de línea para que, estando en vacío el final de la misma, se obtenga la tensión final nominal ($V_{2nominal}$).
- D = intensidad a inyectar al principio de línea para que, estando en cortocircuito el final de la misma, se obtenga la intensidad final nominal ($I_{2nominal}$).

Si realizamos la comparación de estas fórmulas aplicadas a circuitos cortos, obtendremos para el régimen de vacío los resultados que siguen:

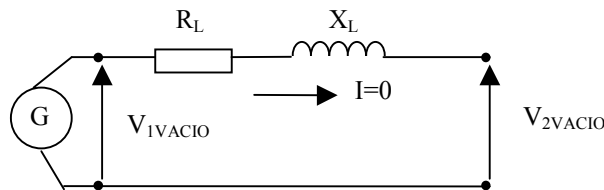


Figura 1.23 Circuito equivalente para una línea de longitud corta en vacío

$$\bar{A} = \frac{\bar{V}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = 1 \quad \text{ya que} \quad \bar{V}_{1VACIO} = \bar{V}_{2VACIO} \quad [1.162]$$

$$\bar{C} = \frac{\bar{I}_{1VACIO}}{\bar{V}_{2VACIO}} = 0 \quad \text{ya que} \quad \bar{I}_{1VACIO} = 0 \quad [1.163]$$

Y para el régimen de cortocircuito, las expresiones generales quedan de la siguiente forma:

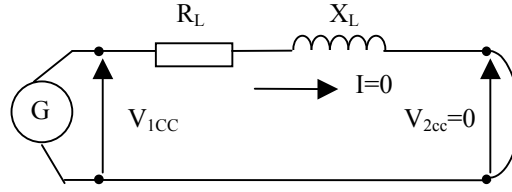


Figura 1.24 Circuito equivalente para una línea de longitud corta en cortocircuito

$$\bar{B} = \frac{\bar{V}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2NOMINAL}} = \bar{Z}_{LÍNEA} \quad \text{ya que} \quad \bar{V}_{1CORTO} = \bar{Z}_{LÍNEA} \cdot \bar{I}_{2NOMINAL} \quad [1.164]$$

$$\bar{D} = \frac{\bar{I}_{1CORTO}}{\bar{I}_{2NOMINAL}} = 1 \quad \text{ya que} \quad \bar{I}_{1CORTO} = \bar{I}_{2NOMINAL} \quad [1.165]$$

Por tanto, si consideramos los valores obtenidos, para líneas cortas, tendremos:

$$\bar{A} = (a' + ja'') = 1 = \bar{D} = (d' + jd'') \quad [1.166]$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_{LÍNEA} = (R_{LÍNEA} + jX_{LÍNEA}) \quad [1.167]$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \bar{Y}_{LÍNEA} = (G_{LÍNEA} + jB_{LÍNEA}) = 0 \quad [1.168]$$

Que aplicado a las fórmulas generales para líneas largas, resulta:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} = \bar{V}_2 + \bar{I}_2 \cdot \bar{Z}_{LÍNEA} \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} = \bar{I}_2 \end{aligned} \quad [1.169]$$

Lo que se corresponde con las ecuaciones dadas para líneas cortas.

El método de las constantes auxiliares representa un método exacto para el cálculo de cualquier línea eléctrica, sea cual sea su longitud, aunque para líneas cortas es más aconsejable aplicar las fórmulas dadas para ellas, ya que simplifican enormemente la complejidad y el tiempo de cálculo.

1.5 CUESTIONES Y PROBLEMAS

CUESTIONES

1. ¿Cuáles son los parámetros eléctricos que definen cualquier circuito? ¿Cómo están divididos? Indíquense unidades y magnitudes.
2. Anotar las fórmulas y unidades de las siguientes magnitudes: resistencia, reactancia inductiva, impedancia, conductancia, susceptancia, y admitancia.
3. ¿Qué es la resistencia de un conductor eléctrico? ¿Por qué entre una barra de madera y una de cobre, suponiendo igualdad de dimensiones, se presentan valores de resistencia diferentes? ¿Coincide la resistencia real con la teórica, de un conductor macizo? ¿Y coinciden estas resistencias si se trata de un cable formado por hilos?
4. La resistividad depende de la temperatura y del tipo de material empleado. Puede afirmarse que con aumentos de temperatura la resistividad siempre aumenta. Razonar la respuesta.
5. ¿Por qué no pudo utilizarse el aluminio para la construcción de líneas de transporte de energía eléctrica? Los cables de aleación aluminio-acero constituyen una buena alternativa al cobre, pero: ¿cuáles son las características principales que diferencian estos dos tipos de cables?
6. La resistencia de un conductor con un material determinado se obtiene en tablas (por km de línea). Si una línea de transmisión de energía dispone de dos circuitos triplex, ¿cómo se verá afectado el valor de la resistencia hallado en tablas para el conductor calculado?
7. En una bobina: ¿qué es la inductancia? ¿Cuáles son las leyes principales por las que se rige? ¿En qué forma se almacena la energía en la misma?
8. Indicar que fórmulas se aplican para hallar la inductancia por km, de una línea eléctrica formada por dos circuitos triplex.
9. ¿Es cierta la siguiente afirmación? Cuando existe más de un circuito en una línea de transmisión de energía, la reactancia total por fase de un circuito debe multiplicarse por el número total de circuitos existentes. Razonar la respuesta.
10. El cálculo de la distancia media geométrica entre fases: ¿es diferente si se trata de un circuito dúplex, o de un circuito cuadrúplex? ¿Y si el cálculo es entre una línea con un circuito simple ó con dos circuitos simples? Razonar las respuestas dando las fórmulas necesarias.
11. El radio equivalente se define como el radio que abarcaría a todos los conductores que forman una fase de una línea eléctrica. Dedúzcase matemáticamente el radio equivalente para un circuito triplex.
12. La inductancia por km hallada con las fórmulas dadas en el capítulo se mide en Henrios. Para el cálculo de líneas aéreas, interesa que ésta venga expresada en (Ω). ¿Cómo se efectúa la transición de unidades? ¿Qué magnitud se obtiene?
13. ¿Qué es la capacidad? ¿De qué depende? ¿Qué ley sirve de análisis para determinar la capacidad (dar fórmula)
14. Explicar el efecto Ferranti. ¿Cuándo se origina? ¿Qué efectos produce? ¿Puede darse en líneas cortas en vacío?, ¿por qué? ¿Cuál es su principal efecto negativo sobre las instalaciones eléctricas?
15. Indicar que fórmulas se aplicarían para hallar la capacidad por km de una línea eléctrica formada por dos circuitos dúplex.
16. ¿Es cierta la siguiente afirmación? Cuando existe más de un circuito en una línea de transmisión de energía, la susceptancia total de un circuito debe dividirse por el número total de circuitos existentes. ¿Por qué? (Razonar las respuestas).
17. La capacidad por km hallada con las fórmulas dadas en el capítulo se mide en faradios. Para el cálculo de líneas aéreas, interesa que ésta venga expresada en siemens. ¿Cómo se efectúa la transición de unidades y cómo se llama a la nueva magnitud obtenida? ¿Qué lugar le corresponde a esta magnitud dentro de la admitancia?
18. ¿De qué depende la conductancia referida a las líneas aéreas? ¿Es posible calcularla de forma exacta? ¿Qué efectos engloba la conductancia? ¿Cuándo se utiliza el cálculo de la conductancia?
19. ¿Qué es el efecto aislador? ¿El tamaño de los aisladores de las líneas de transporte de energía eléctrica de qué depende? ¿Qué materiales son utilizados para la construcción de los aisladores?
20. El efecto corona es quizás uno de los efectos más llamativos de los fenómenos eléctricos. ¿En qué consiste? ¿Qué colores puede adquirir, y qué significan? ¿La forma que adopta este efecto, de qué depende?
21. Indicar la fórmula de la tensión crítica disruptiva, así como los valores que cada término puede adoptar y sus unidades.
22. ¿Cuál es la fórmula que permite calcular las pérdidas por efecto corona de un conductor? ¿Qué se entiende por tensión más elevada? ¿Qué condición debe cumplirse para que existan pérdidas por efecto corona?

23. ¿Por qué es tan importante mantener la tensión, frecuencia y potencia dentro de unos valores controlados y constantes en un sistema de potencia?
24. ¿Cómo se expresa numéricamente una magnitud eléctrica en continua? ¿De cuántas formas puede expresarse una magnitud eléctrica en alterna?
25. ¿Qué valor, de entre todos los posibles, es el más utilizado para designar los valores de las magnitudes eléctricas en alterna? ¿Por qué? ¿Qué significado físico representa este valor?
26. Expresar los valores de la intensidad (suponiendo un ángulo φ para la tensión), para una carga óhmica, inductiva y capacitiva de una línea corta. Expresar ahora (suponiendo un ángulo φ para la intensidad) los valores de la tensión para tres cargas distintas anteriores (óhmica, inductiva y capacitiva).
27. Dibujar los tres diagramas eléctricos que definen una línea corta conectada sobre una carga óhmica, inductiva y capacitiva.
28. ¿Cuáles son las simplificaciones aceptadas para el cálculo de líneas eléctricas? ¿Qué puede afirmarse (considerando las simplificaciones expuestas), si se conocen todos los parámetros eléctricos en un punto de una línea?
29. ¿Cuándo puede considerarse una línea eléctrica como corta? ¿Por qué se adopta precisamente esa longitud? ¿Qué simplificaciones, en los parámetros eléctricos, son posibles considerar en una línea de longitud corta? ¿Qué diferencias se producen en la formulación entre líneas cortas en vacío y en carga?
30. ¿Cuándo puede considerarse una línea eléctrica como media? ¿Por qué se adopta precisamente esta longitud? ¿Qué simplificaciones, en los parámetros eléctricos, son posibles considerar en una línea de longitud media? ¿Qué métodos pueden aplicarse para calcular una línea de longitud media?
31. ¿Qué características definen el método del circuito equivalente en " π "? Dibujar el circuito equivalente con sus parámetros más importantes.
32. Realizar la formulación para el cálculo en vacío del circuito equivalente en " π ".
33. Realizar la formulación para el cálculo en carga del circuito equivalente en " π ".
34. ¿Qué características definen el método del circuito equivalente en "T"? Dibujar el circuito equivalente con sus parámetros más importantes.
35. Realizar la formulación para el cálculo en vacío del circuito equivalente en "T".
36. Realizar la formulación para el cálculo en carga del circuito equivalente en "T".
37. ¿Cuándo se considera que una línea es de longitud larga? ¿Cómo quedan expresados los parámetros eléctricos para el cálculo de líneas largas? ¿Cuáles son los métodos de cálculo empleados para estas líneas?
38. ¿Qué significa la impedancia característica de una línea eléctrica? ¿Puede darse en la realidad, por qué?
39. ¿Qué especificaciones son comunes a la impedancia característica? ¿Qué fórmula permite su cálculo?
40. ¿Qué significa el ángulo característico de una línea eléctrica? ¿En qué unidades viene dado este ángulo? ¿Puede darse en la realidad, por qué?
41. ¿Qué especificaciones son comunes al ángulo característico? ¿Qué fórmula permite su cálculo?
42. ¿Qué significa la potencia característica de una línea eléctrica? ¿Puede darse en la realidad, por qué?
43. ¿Qué especificaciones son comunes a la potencia característica? ¿Qué fórmula permite su cálculo?
44. Formulación del método de las constantes auxiliares mediante funciones hiperbólicas y circulares. ¿Con qué unidades deberá estar expresado el ángulo característico para aplicar estas fórmulas?
45. Formulación del método de las constantes auxiliares mediante el desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares. ¿Con qué unidades deberá estar expresado el ángulo característico para aplicar estas fórmulas? ¿Con una línea de 200km, cuántos términos de la fórmula de las constantes sería necesario adoptar para el cálculo?
46. ¿Qué condiciones permiten comprobar la autenticidad de las constantes auxiliares? ¿Cuántas de las citadas condiciones son necesarias para considerar correctas las constantes auxiliares halladas?
47. ¿Cuáles son las fórmulas que permiten hallar las magnitudes eléctricas al final de línea o al principio de la misma, una vez son conocidas las constantes auxiliares? ¿Cómo deben considerarse las constantes para la obtención de valores eléctricos intermedios en las líneas?
48. Indicar el significado físico de cada una de las constantes auxiliares (dar explicación y formulación).

PROBLEMAS

Para la consulta de problemas resueltos, remitimos al lector a los capítulos III y IV de esta obra. Es preferible empezar con problemas sencillos que permitan afianzar los conocimientos y ganar confianza en su resolución, para posteriormente acometer el cálculo de problemas más complejos.

CAPÍTULO II. REGULACIÓN DE LA TENSIÓN EN LÍNEAS ELÉCTRICAS

2.1 INTRODUCCIÓN A LA REGULACIÓN DE LA TENSIÓN EN LÍNEAS

Las líneas aéreas para el transporte de energía eléctrica deben cumplir unos requisitos de seguridad, calidad y economía. La seguridad siempre se cumplirá aun en las condiciones económicas más desfavorables. En cuanto a la calidad, existen una serie de limitaciones técnicas que condicionarán cualquier instalación; así, los aislantes sólo pueden soportar unas tensiones determinadas; asimismo, la intensidad que circula por las líneas no debe sobrepasar unos valores preestablecidos por el diámetro, el flujo de potencias no excederá de lo permitido por la ley para cada infraestructura, etc. Finalmente, y sólo cuando se hayan cumplido todos estos requisitos, velaremos por obtener los máximos beneficios económicos.

Todos estos condicionantes obligan al proyectista a realizar comprobaciones de los parámetros más característicos, que por ley nunca serán sobrepasados. De entre las muchas comprobaciones, destacan dos por su importancia: la caída de tensión y la pérdida de potencia.

La caída de tensión de una línea de transporte de energía eléctrica nunca sobrepasará el 10% en todo su recorrido, mientras que no se admitirán pérdidas de potencia superiores al 3%, pero esta vez por cada 100km.

Para expresar estas magnitudes, como cualquier otra, existen dos formas distintas, mediante valores absolutos o mediante valores relativos:

- Una magnitud expresada en valores absolutos tendrá valor y unidades, dándonos el valor exacto que adquiere dicha magnitud, pero no nos indicará la importancia de la misma.
- Una magnitud expresada en valores relativos no tendrá valor ni unidades, pero nos expresará la importancia del valor obtenido. Por esta razón, ésta es la forma más utilizada para expresar este tipo de limitaciones.

Por ejemplo: si una línea tiene una caída de tensión de 1.500V (valor absoluto), representará una pequeña pérdida de tensión si la línea es de 200.000V, o por el contrario, será un valor relevante si la línea es de 2.000V. Si estos cálculos se realizan con valores relativos (por comparación con otros valores de la línea, como por ejemplo, la tensión nominal), entonces en el primer caso la pérdida de tensión representa un 0.75% (valor relativo), mientras que la segunda tensión representa un 75% del total, dándonos idea de la importancia de la pérdida.

Las siguientes fórmulas nos expresan la caída de tensión y la pérdida de potencia en sus dos formas básicas, en valor absoluto y en valor relativo:

$$\Delta u = U_1 - U_2 \quad \text{Valor absoluto} \quad [2.1]$$

$$\Delta u = \frac{U_1 - U_2}{U} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.2]$$

$$\Delta P = P_1 - P_2 \quad \text{Valor absoluto.} \quad [2.3]$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.4]$$

Donde:

U_1, P_1 = Valores de la tensión y la potencia al principio de línea

U_2, P_2 = Valores de la tensión y la potencia al final de línea

U, P = Valores de la tensión y la potencia, tomados como referencia (estos valores pueden ser los nominales de la línea)

2.2 CÁLCULO DE LAS CONDICIONES ELÉCTRICAS EN UNA LÍNEA DE ENERGÍA ELÉCTRICA

Sin importar la opción escogida para representar la caída de tensión y la pérdida de potencia, las magnitudes a calcular siempre serán las mismas (las tensiones y las potencias al principio y al final de línea). Pero su cálculo se realizará de forma diferente dependiendo de cuáles son los condicionantes de operación conocidos; generalmente se supone conocida la tensión en uno de sus extremos y la demanda de potencia en el extremo receptor, pero no es el único caso. Así pues, existirán como mínimo tres casos, cuyo cálculo se explica a continuación, no sin antes recordar que:

- *El método empleado para el cálculo, será el de las constantes auxiliares, ya que permite el estudio de líneas eléctricas sin importar su longitud.*
- *Siempre supondremos sistemas conectados en estrella, o convertidos de triángulo a estrella. Por tanto, debe recordarse que las intensidades de línea son iguales a las de fase, pero que las tensiones de línea (U), son $\sqrt{3}$ veces mayores que las de fase (entre fase y neutro) (V).*
- *Las condiciones al principio de línea se simbolizan con el subíndice (1), mientras que las del final de línea lo hacen con el subíndice (2).*

2.2.1 Caso nº 1: conocidas las condiciones de funcionamiento en el final de línea (P_2 , U_2 , φ_2 , $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$)

Si conocemos los valores de las magnitudes al final de línea, el cálculo es inmediato a partir de cualquiera de los métodos estudiados en capítulos anteriores, aunque aquí se aplicará el método de las constantes auxiliares, que nos permite calcular cualquier línea independientemente de su longitud. Ya que aplicamos el método de las constantes auxiliares, las letras ($\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$), significarán los vectores que las definen.

Conocidas las magnitudes anteriores, la forma de operar para hallar las condiciones al principio de línea será la siguiente:

Conocidos (P_2 , U_2 , y φ_2), es fácil calcular las otras tres magnitudes que nos faltan para tener completamente definido un punto de la línea, para ello recordemos algunas relaciones entre potencias y el resto de magnitudes:

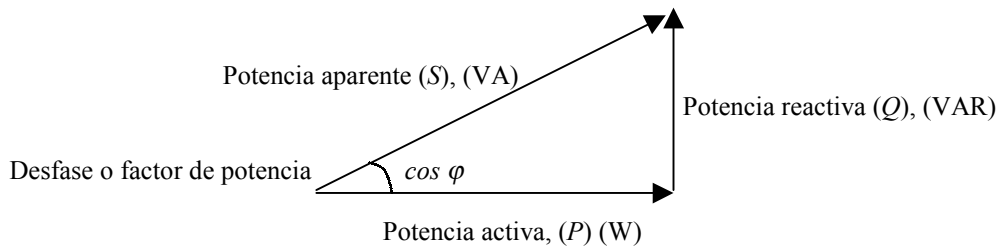


Figura 2.1 Triángulo de potencias de un sistema equilibrado

$$\text{Así: } P = S \cdot \cos \varphi \quad Q = S \cdot \sin \varphi \quad S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q}{\sin \varphi} \quad Q = P \cdot \tan \varphi \quad [2.5]$$

Y recordando que las expresiones totales de las potencias, por ejemplo al final de línea, son:

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2 \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_2 \quad \bar{S}_2 = (P_2 + jQ_2) = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = |S_2|(\varphi_2) \quad [2.6]$$

Cabe recordar que el ángulo de la potencia aparente es el ángulo total, que también puede obtenerse mediante la siguiente expresión:

$$\varphi_2 = \varphi_{U_2} - \varphi_{I_2} \quad [2.7]$$

Una vez resumidas estas expresiones, estamos ya en condiciones de proceder al cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea. Para ello seguiremos los pasos detallados a continuación:

- Gracias a la (P_2), y a (φ_2), hallamos el resto de potencias, es decir, (S_2 , y Q_2).
- El módulo de la tensión al final de línea es en muchas ocasiones conocido, pero no su ángulo. No hay problema, ya que puede asignársele un valor de 0° .
- La última magnitud que nos queda (I_2), se obtiene fácilmente aplicando la expresión:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{U_2} - \varphi_2) \quad [2.8]$$

- Aplicando finalmente las ecuaciones del método de las constantes auxiliares, conocidos los valores al final de línea, hallaremos la tensión y la intensidad al principio de la misma.

$$\begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{cases} \quad \text{Recordar que:} \quad \bar{V}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\sqrt{3}} \quad [2.9]$$

- Conocidas la tensión e intensidad al principio de línea, para hallar las restantes magnitudes en el inicio se procederá de la siguiente forma:

$$\bar{I}_{1\text{LINEA}} = \bar{I}_{1\text{FASE}} \quad \bar{U}_{1\text{LINEA}} = \bar{V}_{1\text{FASE}} \cdot \sqrt{3} \quad \varphi_1 = \varphi_{\bar{U}_1} - \varphi_{\bar{I}_1} \quad [2.10]$$

- Finalmente, se hallarán las potencias al principio de línea:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \bar{S}_1 = (P_1 + jQ_1) = \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = |S_1|(\varphi_1) \quad [2.11]$$

- Ya tenemos calculadas las seis magnitudes características al principio de línea, que a modo de resumen detallamos a continuación.

$$\left. \begin{matrix} P_2 \\ \varphi_2 \\ U_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} Q_2 \\ S_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \bar{I}_2 = \frac{P_2}{\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos \varphi_2} \angle \varphi_{U_2} - \varphi_2 \rightarrow \begin{cases} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{cases} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \\ \varphi_1 \\ P_1 \\ Q_1 \\ S_1 \end{matrix} \right\} \quad [2.12]$$

- Finalmente, sólo nos queda comprobar la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento de la línea. Ahora ya disponemos de todos los parámetros necesarios para su cálculo:

$$\Delta u = \frac{U_1 - U_2}{U} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.13]$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.14]$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 \quad [2.15]$$

- Recordar que no debe sobrepasarse el 10% en la caída de tensión en toda la longitud de la línea, el 3% de la pérdida de potencia por cada 100 km de línea, y que el rendimiento, al depender de esta potencia, suele ser muy elevado.

2.2.2 Caso nº 2: conocidas las condiciones de funcionamiento en el principio de línea (P_I , U_I , φ_I , $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$)

Si conocemos los valores de las magnitudes al principio de línea, el cálculo es inmediato a partir de cualquiera de los métodos estudiados en capítulos anteriores, aunque se vuelve a aplicar el método de las constantes auxiliares, que nos permite estudiar cualquier línea independientemente de su longitud. Como en el caso anterior, las letras ($\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$), significarán los vectores que definen a estas constantes auxiliares.

Conocidas las magnitudes anteriores, la forma de operar para hallar las condiciones al final de línea será la siguiente:

Conocidos (P_I , U_I , y φ_I), resulta fácil calcular las otras tres magnitudes eléctricas que nos faltan para tener completamente definido un punto de la línea, para ello se aplica:

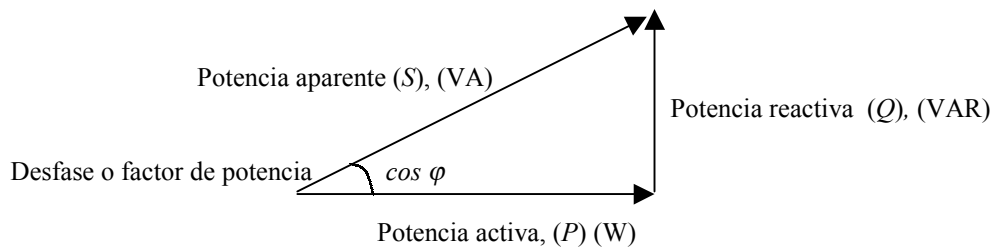


Figura 2.2 Triángulo de potencias de un sistema eléctrico

$$P = S \cdot \cos \varphi \quad Q = S \cdot \sin \varphi \quad S = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{Q}{\sin \varphi} \quad Q = P \cdot \tan \varphi \quad [2.16]$$

Y recordando que las expresiones totales de las potencias, por ejemplo al principio de línea, son:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \bar{S}_1 = (P_1 + jQ_1) = \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = |\bar{S}_1|(\varphi_1) \quad [2.17]$$

Cabe recordar que el ángulo de la potencia aparente es el ángulo total, que también puede obtenerse mediante la siguiente expresión:

$$\varphi_1 = \varphi_{\bar{U}_1} - \varphi_{\bar{I}_1} \quad [2.18]$$

- Gracias a la (P_I) y a (φ_I), hallamos el resto de potencias, es decir (S_I y Q_I).
- En este caso, debe ser conocido no sólo el módulo de la tensión al principio de línea, sino también su ángulo, ya que ahora este no puede considerarse nulo.
- La última magnitud que nos queda es la (I_I), obteniéndose mediante la expresión:

$$\bar{I}_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot \cos \varphi_1} (\varphi_{\bar{U}_1} - \varphi_1) \quad [2.19]$$

- Aplicando finalmente las ecuaciones del método de las constantes auxiliares, conocidos los valores al inicio de línea, hallaremos la tensión y la intensidad al final de ésta.

$$\begin{cases} \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{D} - \bar{I}_1 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{A} - \bar{V}_1 \cdot \bar{C} \end{cases} \quad \text{Recordar que: } \bar{V}_1 = \frac{\bar{U}_1}{\sqrt{3}} \quad [2.20]$$

- Conocidas la tensión e intensidad al final de línea, para hallar las restantes magnitudes se procederá de la siguiente forma:

$$\bar{I}_{2LINEA} = \bar{I}_{2FASE} \quad \bar{U}_{2LINEA} = \bar{V}_{2FASE} \cdot \sqrt{3} \quad \varphi_2 = \varphi_{\bar{U}_2} - \varphi_{\bar{I}_2} \quad [2.21]$$

- Finalmente, se hallarán las potencias al final de línea:

$$P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2 \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_2 \quad \bar{S}_2 = (P_2 + jQ_2) = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = |S_2|(\varphi_2) \quad [2.22]$$

- Ya tenemos calculadas las seis magnitudes características al final de línea, que a modo de resumen detallamos a continuación.

$$\left. \begin{matrix} P_1 \\ \varphi_1 \\ \bar{U}_1 \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} Q_1 \\ \bar{S}_1 \end{matrix} \right\} \rightarrow \bar{I}_1 = \frac{P_1}{\sqrt{3} \cdot U_1 \cdot \cos \varphi_1} \angle \varphi_{\bar{U}_1} - \varphi_1^\circ \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{D} - \bar{I}_1 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{A} - \bar{V}_1 \cdot \bar{C} \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \bar{U}_2 \\ \bar{I}_2 \\ \varphi_2 \\ P_2 \\ Q_2 \\ \bar{S}_2 \end{matrix} \right\} \quad [2.23]$$

- Finalmente, sólo nos queda comprobar la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento de la línea. Ahora ya disponemos de todos los parámetros necesarios para su cálculo:

$$\Delta u = \frac{U_1 - U_2}{U} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.24]$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P} \cdot 100 \quad \text{Valor relativo} \quad [2.25]$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 \quad [2.26]$$

- Recordar que no debe sobrepasarse el 10% en la caída de tensión en toda la longitud de la línea, el 3% de la pérdida de potencia por cada 100 km de línea, y que el rendimiento, al depender de esta potencia, suele ser muy elevado.

2.2.3 Caso nº 3: conocidas las condiciones de funcionamiento de forma combinada (P_2 , U_1 , φ_2 , $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$)

El cálculo de las magnitudes eléctricas es en este caso más complejo, ya que hasta ahora conocíamos (o como mínimo disponíamos) de los parámetros necesarios para definir completamente un punto de la línea (era posible determinar las seis magnitudes eléctricas). Sin embargo, ahora conocemos algunas magnitudes del principio de línea y algunas del final de la misma, resultando inoperantes las fórmulas utilizadas hasta el momento.

Vamos a desarrollar una fórmula que permita realizar este cálculo de forma rápida y directa, partiendo inicialmente de una línea corta (longitud menor a 80km). Posteriormente, se extenderá su cálculo a líneas de cualquier longitud.

Se ha visto que la ecuación de la tensión en una línea corta es la correspondiente a un circuito formado por la impedancia serie total de la línea:

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 - \bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{I}_{LINEA} \quad [2.27]$$

La impedancia de la línea esta formada por una resistencia y una reactancia inductiva:

$$\bar{Z}_l = R_l + j \cdot X_l \quad [2.28]$$

Tomando la tensión de fase al final de línea, como valor de referencia:

$$\bar{V}_2 = V_2 \angle 0^\circ \quad [2.29]$$

Comprobamos que se cumple la siguiente igualdad:

$$\bar{I}_2 = \left(\frac{\bar{S}_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right)^* = \left(\frac{\sqrt{3} \cdot \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^*}{3 \cdot \bar{V}_2} \right)^* = \left(\frac{\sqrt{3} \cdot \bar{V}_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \bar{I}_2^*}{3 \cdot \bar{V}_2} \right)^* = (\bar{I}_2^*)^* = \bar{I}_2 \quad [2.30]$$

Y finalmente, la potencia aparente conjugada (signo del asterisco) puede expresarse también como:

$$\bar{S}_2^* = P_2 - j \cdot Q_2 \quad [2.31]$$

Estamos ya en condiciones de empezar a calcular la expresión buscada. La tensión al principio de línea estará definida por:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 + \bar{Z}_l \cdot \bar{I}_2 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \left(\frac{\bar{S}_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right)^* = \\ \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \left(\frac{P_2 + jQ_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right)^* = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \left(\frac{P_2 - jQ_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right) \end{aligned} \quad [2.32]$$

El cambio de signo de las potencias es debido a que estaban conjugadas (signo del asterisco).

Nombraremos a partir de ahora a la resistencia y a la reactancia inductiva de la línea simplemente (R), y (X). Si se separan las partes reales y las imaginarias de la ecuación anterior, se obtiene:

$$\bar{V}_1 = \left(\bar{V}_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right) + j \cdot \left(\frac{X \cdot P_2 - R \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right) \quad [2.33]$$

Convirtiendo las tensiones de fase, en tensiones de línea, y dividiendo todos los términos por $\sqrt{3}$, resulta la siguiente ecuación:

$$\frac{\bar{U}_1}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} = \left(\frac{\bar{U}_2}{\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}} + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{U}_2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) + j \cdot \left(\frac{X \cdot P_2 - R \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{U}_2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \right) \quad [2.34]$$

Simplificando, obtenemos la ecuación que nos permitirá deducir tanto la caída de tensión aproximada de una línea como la fórmula para obtener, dadas las condiciones consideradas, la tensión al final de la misma.

$$\boxed{\bar{U}_1 = \left(\bar{U}_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{\bar{U}_2} \right) + j \cdot \left(\frac{X \cdot P_2 - R \cdot Q_2}{\bar{U}_2} \right)} \quad [2.35]$$

Si se multiplican ambos lados de esta ecuación por su conjugado complejo, y considerando que la tensión en el extremo final de línea es un vector sin ángulo de desfase (con 0°), siendo posible asimilarlo a un escalar, tendremos:

$$\bar{U}_1 \cdot \bar{U}_1^* = [(A + j \cdot B) \cdot (A - j \cdot B)] = [A^2 - j \cdot A \cdot B + j \cdot A \cdot B + B^2] = A^2 + B^2 \quad [2.36]$$

Que en nuestro caso representa:

$$\begin{aligned} U_1^2 &= \left[U_2^2 + \left(\frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{U_2} \right)^2 + 2 \cdot \left(U_2 \cdot \frac{(R \cdot P_2 + X \cdot Q_2)}{U_2} \right) \right] + \\ &\left[\frac{(P_2 \cdot X)^2 + (Q_2 \cdot R)^2 - 2 \cdot P_2 \cdot X \cdot Q_2 \cdot R}{U_2^2} \right] \end{aligned} \quad [2.37]$$

Operando y eliminando los términos comunes:

$$U_1^2 = \left[\begin{aligned} &U_2^2 + \frac{(R \cdot P_2)^2 + (X \cdot Q_2)^2 + 2 \cdot (R \cdot P_2 \cdot X \cdot Q_2)}{U_2^2} + 2 \cdot (R \cdot P_2 + X \cdot Q_2) + \\ &+ \frac{(P_2 \cdot X)^2 + (Q_2 \cdot R)^2 - 2 \cdot P_2 \cdot X \cdot Q_2 \cdot R}{U_2^2} \end{aligned} \right] \quad [2.38]$$

Agrupando términos, obtenemos:

$$U_1^2 = U_2^2 + 2 \cdot (R \cdot P_2 + X \cdot Q_2) + \frac{(R \cdot P_2)^2 + (X \cdot Q_2)^2 + (X \cdot P_2)^2 + (R \cdot Q_2)^2}{U_2^2} \quad [2.39]$$

Y recordando que:

$$(\bar{S} \cdot \bar{Z})^2 = |\bar{S}|^2 \cdot |\bar{Z}|^2 = (P^2 + Q^2) \cdot (R^2 + X^2) = (PR)^2 + (PX)^2 + (QR)^2 + (QX)^2 \quad [2.40]$$

Nos quedará la siguiente expresión:

$$U_1^2 = U_2^2 + \frac{(Z \cdot S_2)^2}{U_2^2} + 2 \cdot (R \cdot P_2 + X \cdot Q_2) \quad [2.41]$$

Siendo (Z) , y (S_2) , los módulos respectivos de la impedancia de línea y de la potencia aparente del final de línea.

De donde se obtiene la siguiente ecuación para líneas cortas:

$$U_2^4 + 2 \cdot [(R \cdot P_2 + X \cdot Q_2) - U_1^2] \cdot U_2^2 + (Z \cdot S_2)^2 = 0 \quad [2.42]$$

En esta ecuación todos los términos son conocidos, excepto la tensión al final de línea (U_2), por lo que ésta puede obtenerse fácilmente. Las unidades empleadas son:

- Tensiones en kV
- Potencias en MW , $MVAR$, o MVA
- Resistencias, reactancias o impedancias en Ω

Como se ha podido seguir en la demostración de la fórmula, en ella sólo se opera con los módulos de los vectores. Por tanto, el valor de la tensión al final de línea obtenido también será un módulo (no conoceremos el ángulo), aunque puede asignársele (al ser la tensión al final de línea) un ángulo de 0° , con lo que el vector estará perfectamente definido.

La generalización de esta ecuación para cualquier tipo de línea es inmediata. A partir de la ecuación de la tensión al principio de línea para líneas cortas tenemos:

$$\bar{V}_1 \equiv \bar{V}_2 + \bar{Z} \cdot \bar{I}_2 \quad [2.43]$$

Si la comparamos con la misma ecuación, pero dada para líneas largas (método de las constantes auxiliares):

$$\bar{V}_1 = \bar{A} \cdot \bar{V}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 \quad [2.44]$$

Se obtiene:

$$\frac{\bar{V}_1}{\bar{A}} = \bar{V}_2 + \frac{\bar{B}}{\bar{A}} \cdot \bar{I}_2 \quad [2.45]$$

Que no es más que la expresión de la ecuación de la tensión en el circuito equivalente de Thevenin de la línea, visto desde el extremo receptor, la cual podemos anotar de la siguiente forma:

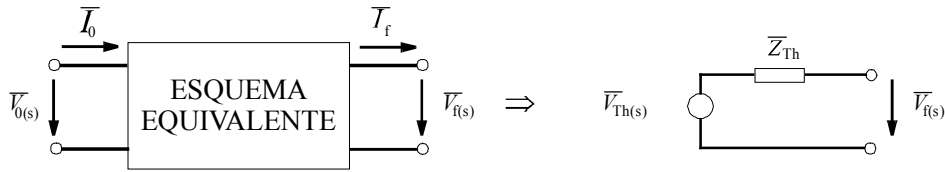


Figura 2.3. Equivalente de Thevenin de una línea visto desde el extremo receptor.

Donde:

$$\bar{V}_{1Th} = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{Th} \cdot \bar{I}_2 \quad [2.46]$$

Siendo:

$$\bar{U}_{1Th} = \frac{\bar{U}_1}{A} \quad Y \quad \bar{Z}_{Th} = \frac{\bar{B}}{A} = (R_{Th} + jX_{Th}) \quad [2.47]$$

Teniendo en cuenta este resultado, el cálculo de la tensión al final de línea puede realizarse a partir de la ecuación final obtenida para líneas cortas, con solo sustituir estos últimos términos:

$$U_2^4 + [2 \cdot (R_{Th} \cdot P_2 + X_{Th} \cdot Q_2) - U_{1Th}^2] \cdot U_2^2 + (Z_{Th} \cdot S_2)^2 = 0 \quad [2.48]$$

Ésta es la ecuación que nos permitirá obtener, para cualquier longitud, la tensión compuesta o tensión de línea, al final de la misma, conocidos todos los restantes parámetros.

Como en el caso de líneas cortas, las unidades empleadas serán:

- Tensiones en kV
- Potencias en MW , $MVAR$, o MVA
- Resistencias, reactancias o impedancias en Ω

También en este caso el valor de la tensión al final de línea obtenida, será un módulo (no conoceremos el ángulo), aunque puede asignársele (al ser la tensión al final de línea) un ángulo de 0° , con lo que el vector estará perfectamente definido.

Con estos requisitos el problema se convierte en el resuelto para el caso nº 1. Ya que ahora conocemos: $(\bar{U}_1, \bar{U}_2, P_2, \varphi_2)$. Es decir, y a modo de resumen:

$$\left. \begin{matrix} P_2 \\ \varphi_2 \\ \bar{U}_2 = U_2 \angle 0^\circ \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} Q_2 \\ \bar{S}_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{matrix} \right\} \rightarrow \left\{ \begin{matrix} \bar{U}_1 \\ \bar{I}_1 \\ \varphi_1 \\ P_1 \\ Q_1 \\ \bar{S}_1 \end{matrix} \right\} \quad [2.49]$$

Y con estos parámetros es posible hallar la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento:

$$\left\{ \begin{matrix} \Delta v = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \cdot 100 \\ \Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} \cdot 100 \\ \eta = \frac{P_2}{P_1} \cdot 100 \end{matrix} \right. \quad [2.50]$$

Recordar, también en este caso, que no debe sobrepasarse el 10% en la caída de tensión en toda la longitud de la línea, ni el 3% de la pérdida de potencia por cada 100 km de línea, y que el rendimiento, al depender de esta potencia, suele ser muy elevado.

Si en lugar de los parámetros del circuito equivalente de Thevenin se desea obtener la tensión final de línea utilizando la tensión real en el origen de línea y las constantes auxiliares de transmisión, la ecuación a resolver obedecerá a la siguiente expresión:

$$U_2^4 + \left(2 \cdot \operatorname{Re} \left[\frac{\bar{B}}{\bar{A}} \cdot \bar{S}_2^* \right] - \left| \frac{\bar{U}_1}{\bar{A}} \right|^2 \right) \cdot U_2^2 + \left| \frac{\bar{B}}{\bar{A}} \right|^2 \cdot S_2^2 = 0 \quad [2.51]$$

Una vez hallada la tensión al final de línea, se procederá de igual forma al seguido en el caso anterior del equivalente de Thevenin.

2.3 CÁLCULO APROXIMADO DE LA CAÍDA DE TENSIÓN EN UNA LÍNEA CORTA

En el apartado anterior se ha visto que utilizando las siguientes notaciones:

- Tensión al final de línea: $\bar{V}_2 = V_2 \cdot (1 + 0 \cdot j)$ [2.52]
- Impedancia serie total por fase: $\bar{Z}_t = (R_t + j \cdot X_t)$ [2.53]
- Demanda de potencia aparente de línea: $\bar{S}_2 = (P_2 + j \cdot Q_2)$. [2.54]

Y sustituyendo la expresión de la intensidad de corriente por fase:

$$\bar{I}_2 = \left(\frac{\bar{S}_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right)^* = \frac{P_2 - j \cdot Q_2}{3 \cdot V_2} \quad [2.55]$$

En la ecuación de la línea corta:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_L \cdot \bar{I}_L \quad [2.56]$$

Resultaba la siguiente expresión para la tensión inicial:

$$\bar{V}_1 = \left(\bar{V}_2 + \frac{R_t \cdot P_2 + X_t \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right) + j \cdot \left(\frac{X_t \cdot P_2 - R_t \cdot Q_2}{3 \cdot \bar{V}_2} \right) \quad [2.57]$$

Pasando las tensiones de fase (simples) a tensiones de línea y dividiendo cada término por $\sqrt{3}$, se obtiene la expresión ya conocida del apartado anterior:

$$\bar{U}_1 = \left(\bar{U}_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{\bar{U}_2} \right) + j \cdot \left(\frac{X \cdot P_2 - R \cdot Q_2}{\bar{U}_2} \right) \quad [2.58]$$

El módulo de la tensión de línea en el origen se puede obtener a partir de la siguiente expresión:

$$|U_1| = \sqrt{\left(U_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{U_2} \right)^2 + \left(\frac{X \cdot P_2 - R \cdot Q_2}{U_2} \right)^2} = \left(U_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{U_2} \right) \quad [2.59]$$

Considerando que $\bar{U}_2 = U_2 \angle 0^\circ = U_2$ y que la aportación de la parte imaginaria, cuando las condiciones de operación son normales, suele ser muy pequeña o despreciable, el módulo de la tensión en el origen de línea puede obtenerse, de forma aproximada, mediante la expresión anterior.

Si se define la caída de tensión, de forma relativa o en tanto por ciento, como la diferencia de tensiones compuesta entre el origen y el final de la línea, referidas a la tensión al final de la línea, tendremos:

$$\Delta v = \frac{U_1 - U_2}{U_2} \cdot 100 \quad [2.60]$$

Este valor puede aproximarse, mediante las fórmulas obtenidas, a la siguiente expresión:

$$\Delta v = \frac{U_2 + \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{U_2} - U_2}{U_2} \cdot 100 = \frac{R \cdot P_2 + X \cdot Q_2}{U_2^2} \cdot 100 \quad [2.61]$$

Esta expresión resulta muy útil, ya que no sólo permite obtener de forma rápida la caída de tensión, sino que también nos servirá para introducir los distintos métodos de regulación de la tensión.

Se comprueba que el signo de la caída de tensión depende del signo que tenga el término del numerador (ya que el denominador está al cuadrado). Si analizamos esta expresión podremos extraer algunas conclusiones importantes:

- La caída de tensión en una línea corta será positiva, siempre que el factor de potencia de la demanda de potencia sea inductivo, es decir, que el término ($Q_2 > 0$).
- Una caída de tensión negativa o nula, sólo puede obtenerse si la potencia reactiva al final de línea es de signo negativo, es decir, capacitiva ($Q_2 < 0$).
- Incluso con una carga capacitiva, la caída de tensión puede ser positiva; bastará con que se cumpla la siguiente desigualdad:

$$|R_t \cdot P_2| > |X_t \cdot Q_2| \quad [2.62]$$

2.4 FLUJO DE POTENCIA EN UNA LÍNEA ELÉCTRICA

De las ecuaciones de transmisión de energía de una línea aérea, pueden deducirse las relaciones existentes entre las tensiones y los flujos de potencia en los extremos de la misma.

Estas relaciones son importantes, ya que permiten el cálculo de las tensiones compuestas al principio y final de línea para diversos supuestos de parámetros conocidos. Si sabemos calcular las tensiones compuestas en los extremos de la línea, en sus más diversas condiciones de operación, entonces ¿por qué no expresar las potencias en función de estas tensiones, siempre conocidas?

Ya sabemos, de apartados anteriores, que las ecuaciones generales de una línea, expresadas por el método de las constantes auxiliares, respondían a las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{A} \cdot \bar{V}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 \\ \bar{I}_1 &= \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2 \end{aligned} \quad [2.63]$$

Estas expresiones eran válidas para cualquier longitud. De la primera expresión puede despejarse la intensidad de corriente en el final de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{A} \cdot \bar{V}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 \quad \rightarrow \quad \bar{I}_2 = \frac{\bar{V}_1 - \bar{A} \cdot \bar{V}_2}{\bar{B}} \quad [2.64]$$

Mientras que de la segunda expresión se obtiene:

$$\bar{I}_1 = \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2 = \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \frac{\bar{D} \cdot \bar{V}_1 - \bar{D} \cdot \bar{A} \cdot \bar{V}_2}{\bar{B}} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{D}}{\bar{B}} - \bar{V}_2 \cdot \left(\frac{\bar{D} \cdot \bar{A}}{\bar{B}} - \bar{C} \right) \quad [2.65]$$

Recordando que una de las tres comprobaciones, para conocer la bondad de los resultados del método de las constantes auxiliares, era:

$$\bar{D} \cdot \bar{A} - \bar{B} \cdot \bar{C} = (1 + j0) \quad [2.66]$$

Nos permitirá resolver:

$$\frac{\bar{D} \cdot \bar{A} - \bar{B} \cdot \bar{C}}{\bar{B}} = \frac{1}{\bar{B}} \quad [2.67]$$

Quedando la expresión [2.65] de la siguiente forma:

$$\bar{I}_1 = \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \bar{D} \cdot \left(\frac{\bar{V}_1 - \bar{A} \cdot \bar{V}_2}{\bar{B}} \right) = \frac{\bar{D}}{\bar{B}} \cdot \bar{V}_1 - \frac{1}{\bar{B}} \cdot \bar{V}_2 \quad [2.68]$$

2.4.1 Flujo de potencia al inicio de una línea eléctrica en función de sus tensiones terminales

Utilizando las dos relaciones [2.64 y 2.68] anteriores, puede obtenerse una expresión de la potencia en el inicio de línea en función de las tensiones en sus dos extremos, para ello recordar que la potencia de línea es tres veces la potencia de fase:

$$\begin{aligned} \bar{S}_{1LINEA} &= 3 \cdot \bar{S}_{1FASE} = 3 \cdot \bar{V}_1 \cdot \bar{I}_1^* = 3 \cdot \left(\frac{\bar{V}_1 \cdot \bar{V}_1^* \cdot \bar{D}^*}{\bar{B}^*} - \frac{\bar{V}_1 \cdot \bar{V}_2^*}{\bar{B}^*} \right) = \\ &= 3 \cdot \left(\frac{V_1^2 \cdot D}{B} \angle \alpha_B - \alpha_D - \frac{V_1 \cdot V_2}{B} \angle \alpha_B + \delta_1 \right) \end{aligned} \quad [2.69]$$

Para realizar el último paso se ha considerado que: $\bar{V}_2 = V_2 \angle 0^\circ$ y $\bar{V}_1 = V_1 \angle \delta_1$ [2.70]

Pasando las tensiones de fase a tensiones de línea, obtenemos:

$$\bar{S}_{1LINEA} = 3 \cdot \bar{S}_{1FASE} = \left(\frac{U_1^2 \cdot D}{B} \angle \alpha_B - \alpha_D - \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \angle \alpha_B + \delta_1 \right) \quad [2.71]$$

Asimismo las potencias activa y reactiva al principio de línea serán:

$$P_1 = \bar{S}_1 \cdot \cos \varphi = \frac{U_1^2 \cdot D}{B} \cos(\alpha_B - \alpha_D) - \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \cos(\alpha_B + \delta_1) \quad [2.72]$$

$$Q_1 = \bar{S}_1 \cdot \sin \varphi = \frac{U_1^2 \cdot D}{B} \sin(\alpha_B - \alpha_D) - \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \sin(\alpha_B + \delta_1) \quad [2.73]$$

2.4.2 Flujo de potencia al final de una línea eléctrica en función de sus tensiones terminales

Utilizando nuevamente las dos relaciones [2.64 y 2.68] anteriores de las intensidades en función de las tensiones, obtendremos ahora una expresión de la potencia al final de línea en función de las tensiones en sus dos extremos, para ello recordar que la potencia de línea es tres veces la potencia de fase:

$$\begin{aligned}\bar{S}_{2LINEA} &= 3 \cdot \bar{S}_{2FASE} = 3 \cdot \bar{V}_2 \cdot \bar{I}_2^* = 3 \cdot \left(\frac{\bar{V}_2 \cdot \bar{V}_1^*}{\bar{B}^*} - \frac{\bar{V}_2 \cdot \bar{V}_2^* \cdot \bar{A}}{\bar{B}^*} \right) = \\ &3 \cdot \left(\frac{V_1 \cdot V_2}{B} \angle \alpha_B - \delta_1 - \frac{V_2^2 \cdot A}{B} \angle \alpha_B - \alpha_A \right)\end{aligned}\quad [2.74]$$

Para realizar el último paso se ha considerado que: $\bar{V}_2 = V_2 \angle 0^\circ$ y $\bar{V}_1 = V_1 \angle \delta_1$ [2.75]

Si en lugar de expresar la potencia en función de las tensiones de fase, se emplean las tensiones compuestas o de línea, tendremos:

$$\bar{S}_{2LINEA} = 3 \cdot \bar{S}_{2FASE} = \left(\frac{U_1 \cdot U_2}{B} \angle \alpha_B - \delta_1 - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \angle \alpha_B - \alpha_A \right) \quad [2.76]$$

La deducción de las potencias activa y reactiva al final de línea es ahora inmediata:

$$P_2 = \bar{S}_2 \cdot \cos \varphi = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \cos(\alpha_B - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \cos(\alpha_B - \alpha_A) \quad [2.77]$$

$$Q_2 = \bar{S}_2 \cdot \sin \varphi = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \sin(\alpha_B - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \sin(\alpha_B - \alpha_A) \quad [2.78]$$

Los resultados así obtenidos son de aplicación general, y por tanto válidos para cualquier línea eléctrica independientemente de su longitud, ya que han sido obtenidos a partir del método exacto de las constantes auxiliares.

2.4.3 Conclusiones a las fórmulas del flujo de potencia en función de las tensiones terminales

Las fórmulas halladas en el apartado anterior nos permiten, con sólo conocer las tensiones terminales y las constantes auxiliares de la línea, obtener sus flujos de potencia tanto al principio como al final de la línea.

Pero estas ecuaciones también permiten obtener unas conclusiones interesantes, que nos ayudarán a comprender mejor el funcionamiento de las líneas de transporte de energía eléctrica:

- Si se mantienen constantes los valores de las tensiones en los dos extremos de una línea, la máxima potencia activa que puede atenderse en su extremo receptor será aquella para la que se cumpla:

$$\delta_1 = \alpha_B \quad \text{Por tanto} \quad \cos(\alpha_B - \delta_1) = \cos 0^\circ = 1 \quad [2.79]$$

Debe recordarse que δ_1 es el ángulo formado por las dos tensiones (la inicial de la línea y la del final de la misma). Este ángulo es el único parámetro variable, ya que el resto de parámetros corresponden a los ángulos de las constantes auxiliares que son fijos, a menos que modifiquemos la línea.

Ahora la expresión de esta potencia máxima vendrá dada por la ecuación:

$$P_{2MAX} = \frac{U_2 \cdot U_1}{B} - \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) \quad [2.80]$$

Esta será la máxima potencia exacta que podrá ser recibida al final de la línea.

- Si consideramos que el sistema se comporta como una línea corta (aproximación del caso anterior) y se desprecia el efecto de la admitancia transversal de la línea, suponiendo que ésta tiene un comportamiento ideal (no disipa potencia), entonces las constantes auxiliares valdrán:

$$\bar{A} = (1 + j0) \quad \bar{B} \approx \bar{Z}_L = (R_L + jX_L) \approx X_L \quad \bar{C} = 0 \quad \bar{D} = (1 + j0) \quad [2.81]$$

La fórmula de la potencia será:

$$\begin{aligned}
 P_2 &= \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \cos(\alpha_B - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \cos(\alpha_B - \alpha_A) = \\
 &= \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \cos(90^\circ - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot 1}{X_L} \cos(90^\circ - 0^\circ) = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \text{sen} \delta_1
 \end{aligned} \quad [2.82]$$

Esta potencia será máxima cuando del ángulo $\delta_1 = 90^\circ$, entonces el $\text{sen} 90^\circ = 1$, es decir:

$$P_{2MAX} = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \cdot \text{sen}(\delta_1) = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \quad [2.83]$$

Según estos resultados, la condición necesaria y suficiente para que el flujo de potencia activa vaya en un determinado sentido (aquí se ha considerado del extremo "origen" al extremo "final") es que ($\text{sen} \delta_1$) sea positivo, o dicho de otra forma, que la tensión en el extremo emisor vaya adelantada con respecto a la tensión en el extremo receptor. Obsérvese que no es necesario que el módulo de (U_1) sea más grande que el módulo de (U_2).

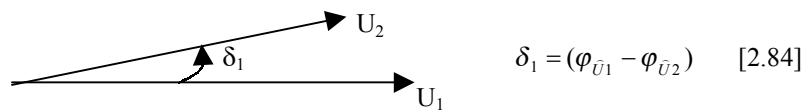


Figura 2.4 Ángulo (δ_1), que relaciona las tensiones inicial y final de línea

Este es un resultado muy importante, ya que nos determina que cumpliéndose la condición de que el ángulo (δ_1) vaya en aumento a medida que nos acerquemos al origen de la línea es suficiente, tanto para que (δ_1) como ($\text{sen} \delta_1$) sean positivos, y por tanto para que la potencia fluya de forma normal desde el origen hasta el final de línea.

Si, por el contrario, aunque la tensión en el principio de línea sea mayor (en módulo) que al final de la misma, si el ángulo va decreciendo a medida que avanzamos hacia el principio de línea, la potencia fluirá desde el final de línea hacia el principio de la misma.

Este resultado es válido en cualquier red o sistema cuyo circuito equivalente sea una reactancia inductiva. Uno de estos circuitos es el que corresponde a una máquina síncrona de rotor liso en el que se desprecia el efecto de la resistencia de los circuitos del estator frente al elevado valor que adopta la reactancia inductiva.

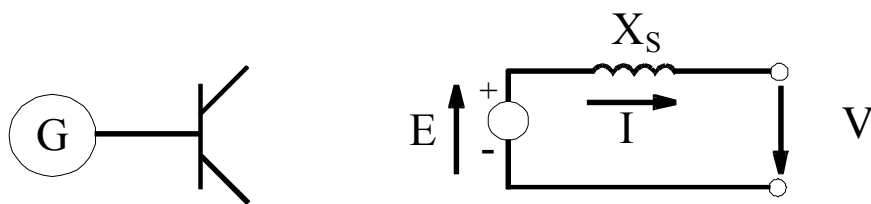


Figura 2.5 Circuito equivalente de una máquina síncrona

Según el resultado anterior, la máquina funciona como generador, es decir, el flujo de potencia activa va hacia la red, (de E a V) cuando el vector de f.e.m. interna (E) está en adelanto con respecto a la tensión terminal en la máquina. Inversamente, la máquina síncrona funcionará como motor, y el flujo de potencia activa irá desde la red hacia la f.e.m. (generador), si es la tensión terminal en la máquina la que se encuentra adelantada. Nótese que no se especifica para nada los valores de los módulos de las tensiones.

Otra conclusión interesante es la que permite obtener el límite de potencia máxima que puede atender una línea. Este límite, según la expresión definida anteriormente, es directamente proporcional al

producto de las tensiones terminales e inversamente proporcional a la reactancia total de la línea; de aquí se deducen inmediatamente dos formas de aumentar la potencia de transporte de una línea eléctrica:

- Aumentando el nivel de tensión de la línea. La potencia, en este caso, aumentará con el cuadrado de la tensión.
- Disminuyendo la reactancia equivalente entre los dos extremos terminales de la línea. Esto puede conseguirse, por ejemplo, insertando un banco de condensadores en serie con la línea, de forma que:

$$P_{2MAX} = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \cdot \text{sen}(\delta_1) = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} = \frac{U^2}{(X_L - X_C)} \quad [2.85]$$

Siendo (U), el nivel de tensión de la línea y (X_C) la reactancia por fase del banco de condensadores.

Teóricamente, según la fórmula anterior, se podría conseguir (incluyendo tantos condensadores que eliminarán la reactancia de la bobina) que el denominador fuera cero, y que por tanto la potencia activa resultara infinita. Esto no es posible, ya que no se debe olvidarse que la ecuación anterior es una aproximación de la real. En aquella (fórmula 2.80), no se despreciaba el efecto óhmico, y por tanto el denominador incluía una resistencia que nunca sería nula.

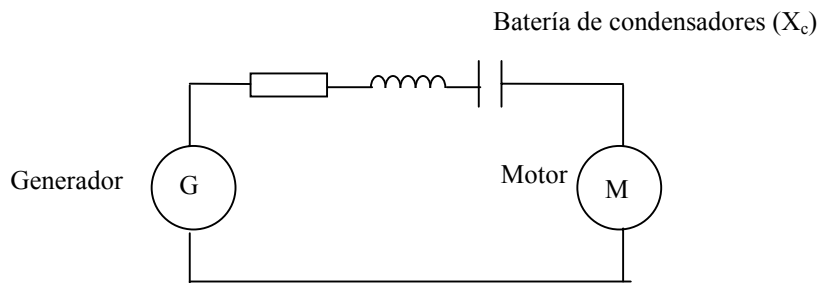


Figura 2.6 Inclusión de una batería de condensadores en serie con la línea

- Sin la batería de condensadores: $\bar{Z} = (R_L + jX_L)$ [2.86]
- Con la batería de condensadores: $\bar{Z}^* = (R_L + jX_L - X_C)$ [2.87]
- En general se cumplirá: $\bar{Z} > \bar{Z}^*$ [2.88]

2.5 REGULACIÓN DE LA TENSIÓN EN LÍNEAS ELÉCTRICAS

Hasta ahora hemos visto como calcular y cuantificar la caída de tensión. Se han introducido ecuaciones que nos permiten su cálculo de formas muy diversas, y en distintos regímenes de funcionamiento, pero poco se ha hablado de los métodos existentes para eliminar su efecto, o como mínimo, reducirlo a valores despreciables, manteniéndola siempre dentro de los márgenes establecidos por la ley.

Normalmente la caída de tensión suele significar una pérdida de potencial en los receptores, aunque no siempre es así. Por ello es posible encontrarnos al menos dos casos, dependiendo del signo adquirido por la caída de tensión:

- Una caída de tensión muy elevada y positiva es generalmente debida a un exceso en la demanda de potencia; en tal caso es necesario tomar alguna medida que evite una tensión muy baja, ya que esto puede provocar problemas en los receptores. Así, por ejemplo, el par de arranque de un motor es proporcional al cuadrado de la tensión de alimentación; si ésta es muy baja, en determinadas condiciones, el motor puede no arrancar.
- En líneas muy largas, en las que el efecto de su capacidad es importante (efecto Ferranti), puede originarse una caída de tensión negativa, es decir, la tensión al final de línea puede elevarse por encima del valor nominal; dependiendo del nivel alcanzado, esta tensión puede llegar a ser peligrosa. El nivel de tensión en los nudos de una red de potencia es una medida de la calidad de servicio.

Aunque una caída de tensión superior al margen tolerable puede darse en cualquier línea, la introducción de los métodos de regulación de tensión se realizará analizando primeramente la fórmula de la caída de tensión en una línea corta, para posteriormente ampliar los conceptos a no importa qué tipo de

línea. Pero, y por ahora, con objeto de no enmascarar los fenómenos más importantes de los cuales depende la caída de tensión, emplearemos la fórmula aproximada dada para líneas cortas, que como se vio, podía expresarse mediante la siguiente ecuación:

$$\Delta u = \frac{R_L \cdot P_2 + X_L \cdot Q_2}{U_2^2} 100 \quad [2.89]$$

Si se acepta que la demanda de potencia dispone de un factor de potencia inductivo (lo que ocurre en la práctica totalidad de los casos), la caída de tensión siempre será positiva; de esta expresión se deduce que existen al menos tres métodos diferentes para reducir la caída de tensión:

- Elevando el nivel de tensión en la línea. Si esta atiende o está previsto que atienda una demanda de potencia muy grande, puede ser conveniente elevar su tensión nominal, con lo que se elevará el denominador de la expresión anterior, reduciéndose la caída de tensión.
- Compensación de la potencia reactiva. Disponiendo en paralelo con la carga de un banco de condensadores que contrarreste el efecto de las bobinas, disminuirá el término de la potencia reactiva total en el final de línea (Q_2), disminuyendo también la caída de tensión.
- Compensación de la reactancia de la línea mediante un banco de condensadores en serie. Si disminuimos el término (X_L) disminuirá la caída de tensión.

Nunca se regula la caída de tensión actuando sobre la resistencia o la potencia activa total.

- Sobre la resistencia no se actúa, ya que sólo es posible modificarla cambiando los cables que transportan el fluido eléctrico o disminuyendo su temperatura. Como cualquiera de estos métodos resulta extremadamente caro, no suele ponerse en práctica su uso.
- La potencia tampoco suele modificarse, ya que ésta es precisamente una magnitud que debemos mantener constante, para cubrir en cada momento las necesidades de los receptores (es uno de los factores de calidad).

Si la caída de tensión es negativa (caso muy poco frecuente, con excepción de líneas largas funcionando en vacío), los métodos a aplicar serán los siguientes:

- Elevando el nivel de tensión en la línea. Si ésta atiende o está previsto que atienda una demanda de potencia muy grande, puede ser conveniente elevar su tensión nominal, con lo que se elevará el denominador de la expresión anterior, reduciéndose la caída de tensión. Conviene aclarar que esto último es válido si la línea es corta y el efecto de su capacidad transversal despreciable.
- Compensando la potencia reactiva. Se deberá realizar la compensación mediante reactancias inductivas en lugar de condensadores, ya que una caída de tensión negativa sólo puede originarse con una carga capacitiva. Por tanto, se dispondrá en paralelo con la carga de un banco de bobinas que contrarreste el efecto de los condensadores, disminuyendo el término de la potencia reactiva total en el final de línea (Q_2).

Además de los métodos mencionados existen otros sistemas que aumentan sustancialmente el número de opciones. La clasificación de los distintos métodos, así como algunas de sus ventajas e inconvenientes serán comentados en los apartados siguientes.

2.5.1 Métodos para la regulación de la tensión de una línea eléctrica

Los métodos de regulación de tensión mencionados en el apartado anterior pueden clasificarse en dos grandes grupos, dependiendo de si la regulación de la tensión se realiza sin compensar de carga o, por el contrario, si esta regulación se realiza actuando sobre la carga.

2.5.1.1 Métodos para la regulación de la tensión sin compensar la carga

Si no actuamos sobre la carga, existen al menos tres métodos para regular la tensión.

2.5.1.1.1 Control del nivel de tensión

La tensión en el extremo receptor de una línea aérea puede regularse mediante el control de la tensión en origen. Un ejemplo de este tipo de regulación sería una central de la que parte una línea en antena, el control de la tensión en bornes del generador permitiría regular la tensión en el extremo receptor de la línea. Este método es poco eficaz, ya que no existe proporcionalidad entre la variación de tensión en

origen y la variación de tensión en el final del sistema. Aparte, resulta imprescindible disponer de líneas en antena, no pudiéndose aplicar en instalaciones con líneas en malla, ya que en estas últimas una elevación de la tensión en el origen representaría una elevación de la tensión en todos los receptores (conexión en malla), tanto de los que necesitan esta elevación como de los que se encontraban bien alimentados.

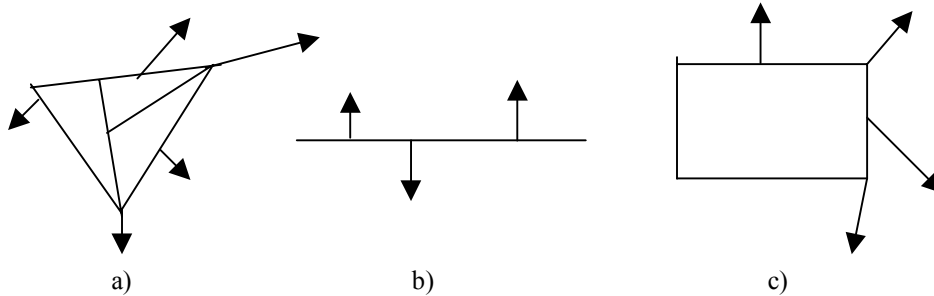


Figura 2.7 Estructura en: a) malla b) antena y c) en anillo

Otra alternativa más eficaz consiste en elevar el nivel de la tensión nominal de la línea (es decir, al final de la misma). Esta opción sólo es aconsejable si está previsto un aumento sustancial de la demanda de potencia. El inconveniente principal de este método lo constituye el coste económico que representa la instalación de una fuente generadora adicional o de la infraestructura de una línea adicional para alimentar al receptor, aparte del sistema de control automático de potencia.

2.5.1.1.2 Empleo de transformadores y autotransformadores con regulación de la relación de transformación

Opción frecuentemente empleada, ya que permite, además de regular el nivel de tensión, controlar los flujos de potencia activa, reactiva, aparente y la intensidad que circula por la línea. En realidad ambos parámetros, nivel de tensión y flujo de potencia activa, van estrechamente unidos en el funcionamiento de una red de potencia.

2.5.1.1.3 Compensación mediante condensadores colocados en serie con la línea

Las líneas aéreas introducen efectos inductivos importantes que provocan un aumento de la impedancia de las líneas con la consiguiente caída de tensión. La inclusión de una o varias baterías de condensadores en serie con la línea aérea reduce la reactancia inductiva total y permite reducir la caída de tensión. Esta opción además dispone de una aplicación adicional, como ya se vio en la sección anterior, la de aumentar el flujo de potencia activa al máximo.

$$P_{2MAX} = \frac{U^2}{(X_L - X_C)} \quad [2.90]$$

Si colocamos una batería de condensadores con una (X_C) que haga disminuir la (X_L) existente, el denominador de la fórmula anterior se hace menor, aumentando el valor de la potencia.

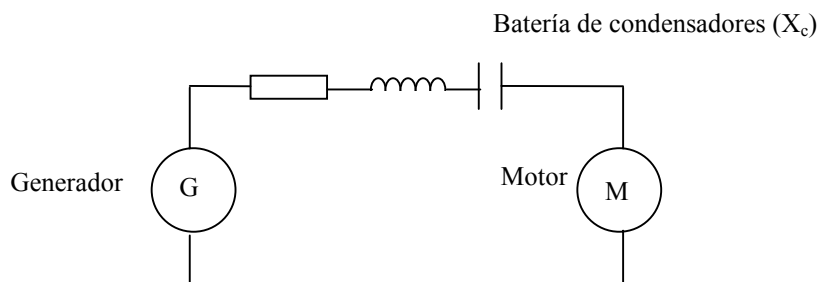


Figura 2.8 Condensadores colocados en serie para compensar la reactancia inductiva de una línea

- Sin compensar tendremos: $X_L = X_{BOBINA}$

- Compensando con los condensadores: $X_L^* = X_{BOBINA} - X_{CONDENSADOR}$
- Cumpliéndose pues: $X_L > X_L^*$, disminuyendo la caída de tensión y aumentando la potencia.

A pesar de sus ventajas, esta opción sólo se utiliza en líneas muy largas debido a diversos problemas que surgen con su uso. Por otra parte, tiene un efecto colateral muy peligroso; una línea compensada en serie mediante un banco de condensadores y alimentada desde una central térmica o nuclear (centrales difíciles de regular) puede originar, en caso de perturbación o variación de la frecuencia, resonancia subsíncrona en el eje mecánico de algún generador de la central, lo que provoca esfuerzos tan elevados que pueden terminar provocando su ruptura.

2.5.1.2 Métodos para la regulación de tensión compensando la carga

En este caso se incidirá directamente sobre la carga, compensándola de distinta forma dependiendo del tipo de carga que lleve acumulada (inductiva o capacitiva). Los métodos más empleados se basan en la compensación paralelo de la demanda de potencia reactiva, en los compensadores síncronos y en los compensadores estáticos.

Es importante recordar que las potencias se suman tanto si estas colocadas en serie como en paralelo. Por tanto, y para no perturbar la carga, se acostumbra a colocar las baterías de compensación en paralelo con la carga, no afectando este hecho a la eficacia de la compensación.

2.5.1.2.1 Compensación paralelo mediante batería de condensadores

En general, las instalaciones eléctricas disponen de factores de potencia inductivos (los motores, generadores, transformadores, líneas etc. están formados por bobinas), por lo que la potencia reactiva de compensación debe ser capacitiva. Existen varias formas de obtener esta potencia reactiva de compensación, una batería de condensadores es uno de los métodos más utilizados, pero no el único. En algunos casos las compañías eléctricas utilizan la capacidad propia de las líneas aéreas para cumplir con este cometido; si se dispone de alguna línea fuera de operación, ésta puede ser utilizada para compensar potencia reactiva desde la subestación a la que está conectada manteniéndola simplemente bajo tensión (efecto Ferranti).

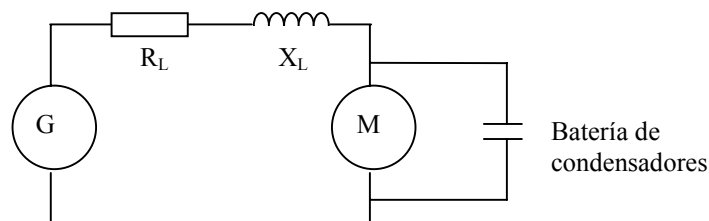


Figura 2.9 Compensación paralelo de la carga mediante una batería de condensadores

- Antes de la compensación teníamos: $Q_{TOTAL} = Q_L$
- Después de la compensación, la potencia reactiva será: $Q_{TOTAL}^* = Q_L - Q_C$
- Cumpliéndose que: $Q_{TOTAL} > Q_{TOTAL}^*$
- Hemos disminuido la Q_2 , y por tanto el término de la caída de tensión.

2.5.1.2.2 Compensación paralelo mediante baterías de bobinas

En líneas muy largas, funcionando en vacío o con una demanda de potencia muy baja, puede producirse el efecto Ferranti (elevación de tensión en el extremo receptor). Este efecto es fundamentalmente debido a la capacidad transversal de la línea, que puede ser importante en líneas largas. En estas situaciones, la regulación de la tensión tiene como objetivo evitar una elevación peligrosa del nivel de tensión. Esto puede conseguirse mediante baterías de bobinas colocadas en paralelo con la carga.

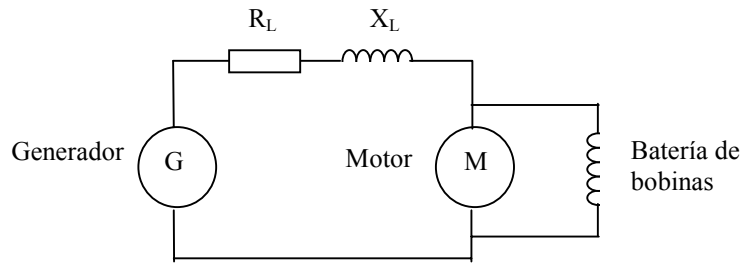


Figura 2.10 Compensación paralelo de la carga mediante una batería de bobinas

- Antes de la compensación teníamos: $Q_{TOTAL} = -Q_C$
- Después de la compensación, la potencia reactiva será: $Q_{TOTAL}^* = Q_L - Q_C$
- Cumpliéndose que: $Q_{TOTAL} > Q_{TOTAL}^*$
- Hemos disminuido la Q_2 , y por tanto el término de la caída de tensión.

Aparte de compensar la línea y disminuir la caída de tensión, lo importante de esta compensación radica en disminuir el efecto Ferranti, ya que una elevación peligrosa de la tensión en el extremo receptor de la línea puede provocar efectos destructivos en las instalaciones.

2.5.1.2.3 Compensadores síncronos

Ya se ha visto que es necesaria la compensación de potencia reactiva en sus dos sentidos: inductiva y capacitiva. Además, son frecuentes los casos en los que se necesita una compensación de ambos tipos en una misma línea. Un ejemplo muy claro lo constituye una línea muy larga. Si ésta se deja en vacío o con poca carga, el efecto Ferranti puede llevar las tensiones del final de línea a valores extremadamente peligrosos. Por el contrario, la misma línea atendiendo una demanda de potencia muy grande puede provocar caídas de tensión inaceptables que, incluso dependiendo del factor de potencia de la carga, pueden provocar valores de potencias inferiores a las de la potencia nominal de la línea. Es evidente que en estos casos resulta muy útil un dispositivo que permita compensar la potencia reactiva en ambos sentidos.

Un compensador síncrono no es más que una máquina síncrona funcionando como motor en vacío, es decir, sin carga mecánica acoplada a su eje. Mediante el control de su excitación es posible conseguir que el compensador se comporte como una carga capacitiva o como una carga inductiva. La figura ilustra el comportamiento de un compensador síncrono ideal, en el que se suponen nulas las pérdidas eléctricas y mecánicas. Funcionando como un motor alimentado desde barras de una subestación, la ecuación del compensador en régimen permanente será la siguiente:

$$\bar{V} = \bar{E} + jX_L \cdot \bar{I} \quad [2.91]$$

Donde:

V = La tensión fase-neutro en bornes del compensador

E = La f.e.m. interna

X_L = La reactancia síncrona

I = La intensidad por fase del estátor

Según se muestra en la figura 2.11, la intensidad que la red inyecta en el compensador estará atrasada o adelantada $\pi/2$ radianes, según el módulo de la tensión en bornes sea más grande o más pequeño que el de la f.e.m. interna. Así por tanto, el compensador funcionará como:

- Una demanda de potencia reactiva o una carga de potencia reactiva inductiva. Si el motor está subexcitado y la tensión en bornes es más elevada que la f.e.m. interna, ($V > E$).
- Una fuente de potencia reactiva o una carga de potencia reactiva capacitiva. Si el compensador está sobreexcitado y la f.e.m. interna es más elevada que la tensión en bornes, ($V < E$).

Para entender su funcionamiento, es necesario recordar que en un circuito inductivo la intensidad siempre retrasa 90° , respecto a la tensión. Así la intensidad de este circuito, influido por la reactancia del generador, siempre retrasará 90° respecto a (ΔV) . Lo que permite que esta intensidad esté avanzada o

atrasada 90° respecto a la tensión del compensador (V), es la dirección que tome (ΔV), y ésta dependerá de lo excitado que este el motor (si $V > E$, o si $V < E$).

En la sección anterior se ha visto que el flujo de potencia activa a través de una inductancia es proporcional al seno del desfase que existe entre las tensiones terminales. Los diagramas de la figura 2.11, muestran dos casos en los que ambas tensiones terminales están en fase, esto significa que el compensador no inyecta ni absorbe potencia activa, elevando el nivel de calidad del sistema. No debe olvidarse que esta es una fórmula aproximada, ya que en realidad existe una resistencia que introduciría un pequeño ángulo de desfase, y por tanto, una pequeña variación de la potencia activa.

$$P_{2MAX} = \frac{U_1 \cdot U_2}{X_L} \cdot \text{sen}(\delta_1) \quad [2.92]$$

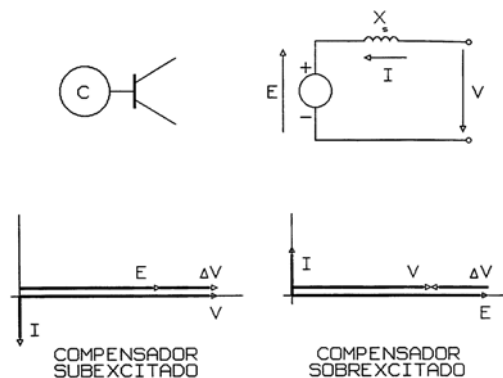


Figura 2.11 Compensador síncrono ideal. a) funcionando como motor. b) funcionando como generador

2.5.1.2.4 Compensadores estáticos de potencia reactiva

La electrónica de potencia también está presente en la regulación de la energía reactiva. Uno de los métodos más empleados consiste en el compensador estático. Este es un dispositivo basado en el control electrónico de potencia reactiva. Un compensador de este tipo puede funcionar como un compensador síncrono; es decir, puede compensar potencia reactiva inductiva o reactiva capacitiva.

Existen muchos diseños de compensadores estáticos, la figura muestra uno de los más populares, un banco de condensadores fijo más una reactancia inductiva (bobinas), controlado mediante tiristores.

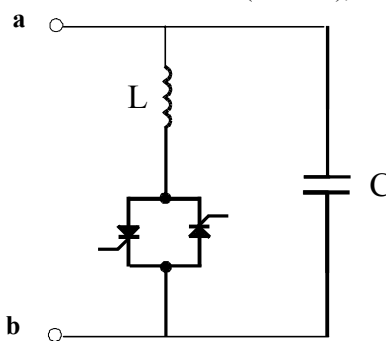


Figura 2.12 Compensador estático de potencia reactiva

El principio de funcionamiento es sencillo. El tiristor es un semiconductor cuyo funcionamiento puede asimilarse al de un interruptor ideal, en el que es necesario diferenciar un circuito de potencia y un circuito de control. El interruptor se cierra mediante una señal de control en la puerta y se abre cuando no existe señal de control y la intensidad de corriente en el circuito de potencia se anula. Un tiristor permite el paso de la energía eléctrica sólo en un sentido, por esta razón se hace indispensable la presencia de dos tiristores colocados en antiparalelo, ya que así se permite la conducción de corriente en ambos sentidos.

Mediante el control del instante de cierre del tiristor es posible controlar la intensidad que circula por la reactancia inductiva y, por tanto, la potencia reactiva que ésta representa. De esta forma la potencia reactiva total del compensador puede variar entre:

- La potencia reactiva capacitiva de condensador, cuando los tiristores no conducen.
- La potencia reactiva de la inductancia menos la del condensador, si los tiristores conducen.

Por ejemplo, es posible conseguir un margen de variación de potencia reactiva simétrico si la potencia reactiva de la inductancia es el doble que la de la capacidad. Es decir, cuando pase la intensidad nominal por los dos elementos, bobina y condensador, la potencia reactiva total valdrá:

$$Q_{TOTAL} = -Q + 2Q = Q \quad [2.93]$$

En cambio, si por la bobina solo pasa la mitad de su intensidad nominal, tendremos también la mitad de la carga reactiva inductiva, es decir:

$$Q_{TOTAL} = -Q + Q = 0 \quad [2.94]$$

Finalmente, si anulamos por completo la intensidad que circula por la bobina, anularemos también su potencia reactiva inductiva (sólo actuará la potencia reactiva capacitiva de los condensadores) con lo cual:

$$Q_{TOTAL} = -Q + 0 = -Q \quad [2.95]$$

2.5.2 Ventajas e inconvenientes de los métodos de compensación más utilizados

Como cualquier otro método, los sistemas analizados para compensar energía reactiva presentan ventajas e inconvenientes, siendo las más destacables:

- El compensador estático es un dispositivo de regulación muy rápida, que puede compensar la potencia reactiva en ambos sentidos y de forma muy precisa. Al no disponer de contactos mecánicos, no exige prácticamente mantenimiento. Una desventaja de este método es la generación de armónicos que se inyecta en la corriente de la red, lo que hace inevitable la presencia de filtros en su diseño.
- El compensador síncrono también permite compensar potencia reactiva en ambos sentidos, sin embargo es de regulación más lenta, no tan preciso, y su mantenimiento resulta más caro. No presenta problemas en lo referente a armónicos, no siendo necesaria la utilización de filtros.
- Los bancos de condensadores y de bobinas presentan similares ventajas e inconvenientes: sólo permiten compensar potencia reactiva en un sólo sentido. Tienen un elevado mantenimiento al disponer de contactos mecánicos. La conexión o desconexión de etapas debe realizarse mediante contactos mecánicos, no permitiendo una compensación muy fina ni rápida y, finalmente, su maniobra puede originar sobretensiones muy serias en la red.

2.6 CÁLCULO DE LA POTENCIA REACTIVA DE COMPENSACIÓN PARALELO

Ya se ha descrito el problema de la pérdida de potencia y de la caída de tensión en las líneas de transporte de energía eléctrica. También se han explicado algunos de los métodos empleados con más frecuencia para reducir sus efectos: así bancos de bobinas o condensadores, compensadores síncronos, puentes de tiristores y el uso de transformadores, entre otros, son métodos ampliamente utilizados. Pero nos queda aún la parte más importante por estudiar. ¿Cómo calcularemos el valor de la (Q_{comp}) (potencia reactiva de compensación)? Vamos a desarrollar un método, basado en las fórmulas deducidas para el flujo de potencia en una línea eléctrica, que nos permita calcular la potencia reactiva que es necesario disponer en paralelo con la carga para obtener unas condiciones determinadas de funcionamiento.

El problema planteado puede formularse de la siguiente forma: conocida la demanda de potencia en el extremo receptor de la línea:

$$\bar{S}_{carga} = (P_{carga} + j \cdot Q_{carga}) \quad [2.96]$$

Así como la tensión en su origen (U_1), debe determinarse la potencia reactiva de compensación (Q_{comp}) que es necesario disponer en paralelo con la carga para obtener una tensión (U_2) en el extremo receptor. Nótese que no se modifica la potencia activa de la línea, que como se indicó en su momento, es un factor de calidad y por tanto debe mantenerse constante.

Puesto que la compensación sólo afecta a la potencia reactiva, puede utilizarse la siguiente notación para designar la potencia activa y reactiva en el final de línea:

$$P_2 = P_{carga} \quad Q_2 = Q_{carga} + Q_{comp} \quad [2.97]$$

La relación entre las tensiones de los dos extremos de una línea con las potencias activa y reactiva en el extremo receptor fueron obtenidas en la sección anterior:

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \cos(\alpha_B - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \cos(\alpha_B - \alpha_A) \\ Q_2 &= \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \sin(\alpha_B - \delta_1) - \frac{U_2^2 \cdot A}{B} \sin(\alpha_B - \alpha_A) \end{aligned} \right\} \quad [2.98]$$

Se recuerda que en estas fórmulas, (P_2) y (Q_2), representan a las potencias activa y reactiva trifásicas al final de la línea, mientras que (U_1) y (U_2) son las tensiones compuestas en origen y final de línea respectivamente.

En las dos expresiones anteriores se conocen los valores de todas las variables y parámetros, excepto el de la potencia reactiva al final de línea (Q_2) y el del desfase entre las tensiones fase-neutro del origen y final de línea. Así pues, puede operarse de la siguiente forma:

$$\left. \begin{aligned} P_2 &= k \cdot \cos(\alpha_B - \delta_1) - k_p \\ Q_2 &= k \cdot \sin(\alpha_B - \delta_1) - k_q \end{aligned} \right\} \quad [2.99]$$

Las constantes (k , k_p y k_q) representan la agrupación de las magnitudes conocidas y constantes, tal y como queda reflejado a continuación:

$$k = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} \quad k_p = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) \quad k_q = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \sin(\alpha_B - \alpha_A) \quad [2.100]$$

Debe recordarse que para líneas cortas pueden asimilarse las constantes auxiliares a los siguientes valores:

$$\bar{A} = \bar{D} = (1 + j0) = 1 \quad \bar{B} \approx \bar{Z}_{LINEA} = (R_L + jX_L) \quad \bar{C} \approx (0 + j0) \quad [2.101]$$

Con estos valores, los coeficientes (K_{ij}) quedan:

$$k = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} = \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_L} \quad [2.102]$$

$$k_p = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_2^2}{Z_L} \cos \varphi_{Z, LINEA} \quad [2.103]$$

$$k_q = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \sin(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_2^2}{Z_{LINEA}} \sin \varphi_{Z, LINEA} \quad [2.104]$$

Todos los parámetros son módulos, el ángulo sólo se usa para el sen, o el cos.

Despejando los términos en seno y coseno queda:

$$k \cdot \cos(\alpha_B - \delta_1) = P_2 + k_p \quad k \cdot \sin(\alpha_B - \delta_1) = Q_2 + k_q \quad [2.105]$$

Si disponemos las ecuaciones en forma de sumandos, las elevamos al cuadrado y sumamos sus términos, obtendremos:

$$\begin{aligned} (P_2 + k_p)^2 &= k^2 \cdot \cos^2(\alpha_B - \delta_1) \\ (Q_2 + k_q)^2 &= k^2 \cdot \sin^2(\alpha_B - \delta_1) \end{aligned} \quad [2.106]$$

$$\overline{(P_2 + k_p)^2 + (Q_2 + k_q)^2} = k^2$$

Operando con esta expresión hasta obtener una ecuación de segundo grado que nos permita obtener la variable desconocida (Q_2), tendremos:

$$Q_2^2 + k_q^2 + 2 \cdot Q_2 \cdot k_q = k^2 - (P_2 + k_p)^2 \quad [2.107]$$

$$Q_2^2 + 2 \cdot k_q \cdot Q_2 + k_q^2 - k^2 + (P_2 + k_p)^2 = 0 \quad [2.108]$$

$$Q_2^2 + 2 \cdot k_q \cdot Q_2 + [k_q^2 - k^2 + (P_2 + k_p)^2] = 0 \quad [2.109]$$

La resolución de esta ecuación de segundo grado nos permite obtener una expresión de la potencia reactiva que debemos tener en el final de la línea para conseguir las condiciones de funcionamiento deseadas:

$$Q_2 = \frac{-2 \cdot k_q \pm \sqrt{4 \cdot k_q^2 - 4 \cdot 1 \cdot [k_q^2 - k^2 + (P_2 + k_p)^2]}}{2} = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (P_2 + k_p)^2} \quad [2.110]$$

Es decir:

$$\boxed{Q_2 = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (P_2 + k_p)^2}} \quad [2.111]$$

Es importante notar que en la expresión anterior se busca la nueva potencia reactiva que deberá de existir en un punto determinado de la línea, para que en ese punto se obtenga una tensión determinada. Pero no se modifica para ello ni la tensión en el origen de la línea, ni la potencia activa en el punto buscado (recordar que es un factor de calidad), ni las condiciones de la línea (resistencias, reactancias inductivas, ángulos, etc.), tal como indican los parámetros (k , k_p , y k_q). Es decir, sólo se nos permite modificar la potencia reactiva (Q_2) del punto buscado.

Una vez obtenida la nueva potencia reactiva total que es necesario en el final de línea (Q_2), conocida también la potencia reactiva que teníamos antiguamente (Q_{CARGA}), se puede calcular la potencia reactiva de compensación, es decir, la diferencia entre la potencia reactiva que teníamos y la potencia reactiva que deberíamos tener para conseguir las nuevas condiciones de funcionamiento:

$$Q_2 = Q_{CARGA} + Q_{comp} \Rightarrow \boxed{Q_{comp} = Q_2 - Q_{CARGA}} \quad [2.112]$$

Siendo el valor del condensador a colocar:

$$Q_{comp} = \frac{u_2^2}{X_C} \Rightarrow \boxed{C = \frac{Q_{comp}}{\omega \cdot U_2^2}} \quad [2.113]$$

Quizás un esquema nos ayudará a comprender esta compensación:

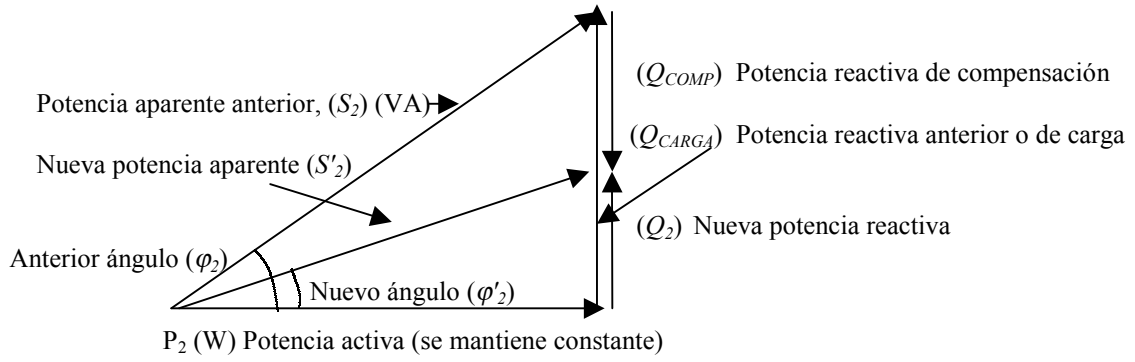


Figura 2.13 Diagrama de potencias, antes y después de compensar la potencia reactiva

Es decir, al cambiar (Q_2), cambia la potencia aparente total (S'_2) y el ángulo total (φ'_2) al final de línea. Este cambio en el ángulo total provocará un cambio en el módulo y en el ángulo de la intensidad.

$$\bar{I}_{LINEA} = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi'_2} \langle \varphi_U - \varphi'_2 \rangle \quad [2.114]$$

Y este cambio en el valor de la intensidad será el responsable del cambio de valor de la tensión al final de línea, que tomará el valor predeterminado por los cálculos.

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_1 + \bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{I}_{LINEA} \quad [2.115]$$

2.7 CUESTIONES Y PROBLEMAS

CUESTIONES

1. ¿Qué requisitos deben cumplir las líneas de transporte de energía eléctrica? ¿Cuáles son los condicionantes eléctricos y mecánicos del transporte de energía eléctrica? ¿Qué condicionantes son los dados por ley?
2. ¿De cuántas formas puede expresarse una magnitud eléctrica? ¿Cuál es la más recomendable? ¿Por qué?
3. ¿Qué suposiciones se toman en consideración para la obtención de las fórmulas de cálculo de las líneas eléctricas aéreas?
4. ¿Cuáles son los pasos a seguir si son conocidas las siguientes magnitudes eléctricas ($\underline{U}_2$, $\underline{P}_2$, $\underline{\varphi}_2$ y las constantes de línea $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, y $\underline{D}$), para la obtención de los restantes valores de las magnitudes eléctricas, tanto del principio de línea como del final de la misma?
5. ¿Cuáles son los pasos a seguir si son conocidas las siguientes magnitudes eléctricas ($\underline{U}_1$, $\underline{P}_1$, $\underline{\varphi}_1$ y las constantes de línea $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, y $\underline{D}$), para la obtención de los restantes valores de las magnitudes eléctricas, tanto del principio de línea como del final de la misma?
6. ¿Cuáles son los pasos a seguir si son conocidas las siguientes magnitudes eléctricas ($\underline{U}_1$, $\underline{P}_2$, $\underline{\varphi}_2$ y las constantes de línea $\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, y $\underline{D}$), para la obtención de los restantes valores de las magnitudes eléctricas, tanto del principio de línea como del final de la misma?
7. Indicar las fórmulas a aplicar para obtener la caída de tensión aproximada de una línea eléctrica de corta longitud.
8. De la fórmula anterior: ¿qué parámetros podemos modificar? ¿Cuáles no son modificables y por qué? ¿Cuándo es positiva la caída de tensión de una línea? ¿En qué supuesto puede ser esta caída de tensión negativa?
9. Demostrar cómo se pueden obtener las potencias ($\underline{P}_1$, $\underline{Q}_1$, y $\underline{S}_1$) (flujo de potencia al inicio de una línea eléctrica), en función de las tensiones de línea ($\underline{U}_1$, y $\underline{U}_2$) y de las constantes auxiliares ($\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$).
10. Demostrar cómo se pueden obtener las potencias ($\underline{P}_2$, $\underline{Q}_2$, y $\underline{S}_2$) (flujo de potencia al final de una línea eléctrica), en función de las tensiones de línea ($\underline{U}_1$, y $\underline{U}_2$) y de las constantes auxiliares ($\underline{A}$, $\underline{B}$, $\underline{C}$, $\underline{D}$).
11. ¿Cómo se obtiene la fórmula que nos determina la potencia activa máxima exacta que puede existir al final de una línea eléctrica? ¿Y la fórmula de la potencia activa simplificada del final de línea considerando una línea corta?
12. Con referencia a la potencia aproximada que puede transportar una línea eléctrica: ¿qué condición es indispensable para que el flujo de potencia vaya en un sentido determinado? ¿Cómo puede aumentarse el flujo de potencia de una línea eléctrica (indicar dos formas)?
13. ¿En qué condiciones puede darse una caída de tensión muy elevada? ¿Qué efectos produce una caída de tensión muy elevada?
14. ¿En qué condiciones puede darse una caída de tensión negativa? ¿Qué efectos produce una caída de tensión negativa?
15. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión por medio del control de la tensión? ¿Qué ventajas ofrece la regulación de la tensión desde el principio de línea? ¿Y cuáles son sus limitaciones? ¿Qué ventajas ofrece la regulación de la tensión desde el final de línea? ¿Y cuáles son sus limitaciones?
16. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión por medio del empleo de los transformadores? ¿Qué ventajas e inconvenientes ofrece este método?
17. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión mediante el empleo de condensadores colocados en serie con la línea? ¿Qué ventajas e inconvenientes ofrece este método?
18. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión mediante el empleo de baterías de condensadores colocados en paralelo con una carga inductiva? ¿Qué ventajas e inconvenientes ofrece este método? ¿De qué otra forma es posible regular la tensión de un sistema con cargas inductivas mediante el mismo método?
19. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión mediante el empleo de baterías de bobinas colocadas en paralelo con una carga capacitiva? ¿Qué ventajas e inconvenientes ofrece este método?
20. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión mediante el empleo de compensadores síncronos? ¿Cómo puede conseguirse que un motor represente una carga capacitiva? ¿Y una carga inductiva? ¿Por qué el motor debe funcionar en vacío? ¿Se modifica la potencia activa con este método?

21. ¿En qué consiste el método de la regulación de la tensión mediante el empleo de compensadores estáticos? ¿Cómo funciona un tiristor? ¿Por qué debe de existir una formación antiparalelo de tiristores para que el sistema sea eficaz en alterna? ¿Cómo puede conseguirse un margen de variación de potencia reactiva simétrico?
22. Enumerar las ventajas e inconvenientes de los métodos de compensación de energía reactiva (actuando sobre la carga), indicando en orden decreciente desde el método más efectivo hasta el método más sencillo.
23. ¿Indicar cuál es la fórmula a aplicar para determinar la potencia reactiva de compensación a efectuar en una línea? ¿Qué significa cada término?
24. Con referencia a la pregunta 23 ¿cuáles son los parámetros que mantendremos constante en la ecuación anterior?. ¿Cómo es posible, con sólo modificar la potencia reactiva, obtener las tensiones deseadas?
25. ¿Qué significado tiene, que la potencia reactiva de compensación hallada, sea mayor que cero? ¿Qué significado tiene, que la potencia reactiva de compensación hallada, sea menor de cero?

PROBLEMAS

Para la consulta de problemas resueltos, remitimos al lector a los capítulos III y IV de esta obra. Es preferible empezar con problemas sencillos que permitan afianzar los conocimientos y ganar confianza en su resolución, para posteriormente acometer el cálculo de problemas más complejos.

MÓDULO II. PROBLEMAS RESUELTOS Y PROPUESTOS DE CÁLCULO DE LÍNEAS ELÉCTRICAS

PRESENTACIÓN

Con este segundo módulo, formado por los capítulos III y IV, se pretende, una vez asimilados los conceptos teóricos dados para líneas eléctricas en régimen permanente, que el lector pueda llevar sus conocimientos a la práctica mediante la resolución de problemas más o menos complejos. Para conseguir este fin, el módulo se ha dividido en dos capítulos bien diferenciados; así, mientras que el capítulo III (problemas resueltos de cálculo de líneas de transmisión de energía eléctrica) lo componen problemas totalmente resueltos y comentados que permiten ganar confianza en el cálculo de las líneas eléctricas industriales, el capítulo IV (problemas propuestos de cálculo de líneas de transmisión de energía eléctrica) lo forman unos enunciados de problemas complementarios con sus respectivas soluciones, dejando para el lector su resolución.

Concretamente en el capítulo III, se resuelven de forma completa y razonada los problemas correspondientes al funcionamiento normal de los sistemas eléctricos. Así, el cálculo de los parámetros eléctricos, caídas de tensión, pérdidas de potencia, efecto aislador, efecto corona, regulación de la tensión en los sistemas potencia o el cálculo de la potencia reactiva de compensación, tendrán cabida en este capítulo. Para la resolución de estos problemas se han utilizado los métodos obtenidos y analizados en los capítulos I y II de teoría, recordándose que aunque son métodos ampliamente utilizados, no son los únicos, remitiéndose al lector a otras obras afines para su consulta. En concreto, el capítulo está formado por diez problemas totalmente resueltos y comentados, estructurados de forma que la dificultad aumenta de forma progresiva. Es por ello que se aconseja seguir el orden establecido para una mejor comprensión y más rápida asimilación, ya que en cada problema se exponen nuevos conceptos que en los problemas posteriores ya se dan por conocidos. El capítulo está formado por dos problemas de cálculo de los parámetros eléctricos para diversas configuraciones de las líneas eléctricas. Los problemas tercero y cuarto lo forman; un problema referente a las pérdidas debidas a los efectos corona y aislador, y un problema de ampliación de una línea eléctrica, en el cual se introducen los conceptos de momento eléctrico, pérdida de potencia porcentual y límite de potencia transportada por efecto térmico. Los seis problemas restantes, más complejos, nos acercan a los sistemas eléctricos más reales constituidos por generadores, transformadores con diferentes niveles de tensión, motores, acometidas, líneas, etc. En estos seis últimos problemas se calcula la regulación de la tensión y la potencia reactiva de compensación, estando estructurados de forma que en los dos primeros se trabaja con líneas conectadas en serie, mientras que en los dos problemas siguientes se trabaja ya con líneas conectadas en paralelo y de forma mixta, finalmente, los dos últimos problemas hacen referencia a redes que incorporan transformadores con tres niveles de tensión, lo que acrecienta la dificultad de su cálculo.

El capítulo IV está formado por enunciados de problemas con sus respectivas soluciones. Los primeros enunciados corresponden a problemas de cálculo de parámetros eléctricos muy sencillos para terminar con enunciados de problemas de redes complejas con elementos eléctricos de diferente naturaleza interconectados de las más diversas formas. Entre los dos extremos, se sitúan los problemas de cálculo de las condiciones eléctricas en cualquier punto de una línea eléctrica, los efectos Corona o Aislador, la ampliación de líneas aéreas, las caídas de tensión, los sistemas para la regulación de la tensión o el cálculo de la potencia reactiva de compensación mediante la colocación de baterías de condensadores, bobinas o compensadores síncronos. El capítulo acaba con la introducción de problemas con diferentes niveles de tensión mediante transformadores de dos devanados primero, y finalmente mediante el empleo de transformadores con tres devanados (tres niveles de tensión). Este es un capítulo extenso al que se han dedicado 45 enunciados de problemas con sus respectivas soluciones.

CONTENIDOS

- Capítulo III: Problemas resueltos de cálculo de líneas de transmisión de energía eléctrica.
- Capítulo IV: Problemas propuestos de cálculo de líneas de transmisión de energía eléctrica.

OBJETIVOS

Problemas resueltos de cálculo de líneas de transmisión de energía eléctrica

- Conocer y calcular los parámetros eléctricos longitudinales (resistencia e inductancia) y transversales (capacidad y conductancia).
- Calcular el radio equivalente y la distancia media geométrica entre fases de cualquier tipo de línea.
- Identificar los tipos de circuitos eléctricos de las redes de transporte de energía: simples, dúplex, tríplex y cuádruplex. Con circuitos simples o dobles,
- Conocer y calcular la resistencia, reactancia inductiva, susceptancia y la conductancia para los diversos tipos de circuitos eléctricos.
- Calcular la impedancia, admitancia, impedancia característica, ángulo característico y la potencia característica de una red eléctrica.
- Saber calcular las magnitudes eléctricas en un punto cualquiera de una línea de longitud corta.
- Saber calcular las magnitudes eléctricas en un punto cualquiera de una línea de longitud media mediante los métodos del circuito equivalente en " π " y del método del circuito equivalente en "T".
- Saber calcular las magnitudes eléctricas en un punto cualquiera de una línea de longitud larga mediante el método de las constantes auxiliares.
- Saber calcular las pérdidas producidas por el efecto corona o por el efecto aislador en las líneas.
- Conocer los métodos a aplicar para efectuar los cálculos de ampliaciones de líneas ya construidas. Método del momento eléctrico, potencia máxima a transportar por pérdida porcentual de potencia, potencia máxima a transportar por límite térmico, etc.
- Saber regular la tensión y calcular la potencia reactiva de compensación en sistemas de potencia formados por transformadores con dos niveles de tensión y líneas conectadas en serie.
- Saber regular la tensión y calcular la potencia reactiva de compensación en sistemas de potencia formados por transformadores con dos niveles de tensión y líneas interconectadas en paralelo o formación mixta.
- Saber regular la tensión y calcular la potencia reactiva de compensación en sistemas de potencia formados por transformadores con tres niveles de tensión y líneas conectadas en cualquier disposición.

Problemas propuestos de cálculo de líneas de transmisión de energía eléctrica

- Identificar los diversos tipos de circuitos eléctricos de transporte de energía: simples, dúplex, tríplex, cuádruplex. Con circuitos simples o dobles.
- Conocer y calcular los parámetros eléctricos longitudinales (resistencia e inductancia) y transversales (capacidad y conductancia). Calcular el radio equivalente y la distancia media geométrica entre fases de cualquier tipo de línea.
- Conocer y calcular la resistencia, reactancia inductiva, susceptancia y la conductancia para los diversos tipos de circuitos eléctricos. Calcular la impedancia, admitancia, impedancia característica, ángulo característico y la potencia característica de una red eléctrica.
- Saber calcular las pérdidas producidas por el efecto corona o el efecto aislador en líneas eléctricas.
- Conocer los métodos a aplicar para efectuar los cálculos de ampliaciones de líneas ya construidas. Método del momento eléctrico, potencia máxima a transportar por pérdida porcentual de potencia, potencia máxima a transportar por límite térmico, etc.
- Saber calcular las magnitudes eléctricas en un punto cualquiera de una línea de longitud media mediante los métodos del circuito equivalente en " π " y del método del circuito equivalente en "T".
- Saber calcular las magnitudes eléctricas en un punto cualquiera de una línea de longitud larga mediante el método de las constantes auxiliares.
- Saber regular la tensión y calcular la potencia reactiva de compensación en sistemas de potencia formados por transformadores con dos y tres niveles de tensión y líneas interconectadas en serie, paralelo o formación mixta.

CAPÍTULO III. PROBLEMAS RESUELTOS DE CÁLCULO DE LÍNEAS ELÉCTRICAS

PROBLEMA 3.1

Disponemos de una línea eléctrica destinada al suministro de energía para un conjunto de consumidores a ella conectados. Los datos más importantes de la misma, así como su disposición y tipo de conductores, son los detallados a continuación.

DATOS

- Categoría: 1º (380 KV) = U_2
- Longitud: 250 Km. → Línea de longitud media
- Composición cables: Un circuito cuádruplex
- Tipo de cable: cable tipo Halcón
- Potencia a transportar por la línea: 200MVA
- Factor de potencia: 0,9 inductivo
- La disposición de los cables obedece a un circuito cuádruplex, con la siguiente relación:

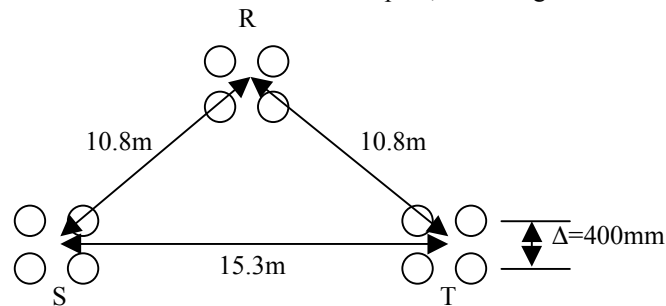


Figura 3.1 Distancias y disposición de los conductores

HALLAR

Conocidas las condiciones al final de línea, hallar para los regímenes de carga y vacío las condiciones al inicio de la línea, la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema mediante los métodos dados para líneas medias y largas.

RESOLUCIÓN

Al tratarse de una línea de longitud media (está en el límite, ya que a partir de 240km ó 250km empieza a considerarse a una línea como de longitud larga), puede calcularse por cualquiera de los métodos de teoría correspondientes a líneas medias o largas. Pero para comenzar los cálculos, debemos previamente, conocer los valores de los parámetros eléctricos.

1 Cálculo de los parámetros eléctricos

• Resistencia

En tablas (anexo V) se obtiene el valor de la resistencia por km para los conductores tipo Halcón. Como existe un circuito cuádruplex, a cada fase le corresponderán cuatro conductores, por tanto el valor de la resistencia por km y fase será:

$$R_{k-fase} = \frac{R_k}{n^{\circ} \text{ circuitos} \bullet n^{\circ} \text{ conductores}} = \frac{0.119}{1 \cdot 4} = 0.0297. \Omega / km$$

Recordar que si, por ejemplo, existieran dos circuitos triplex, el valor de la resistencia hallada en tablas se debería dividir por 6 (2 circuitos x 3 conductores por circuito).

- **Reactancia inductiva**

Para el cálculo de la reactancia inductiva utilizaremos las ecuaciones dadas para un circuito cuádruplex, es decir:

$$X_k = \frac{2\pi f}{n^\circ \text{ circuitos}} \left[0.125 + 4.6 \cdot \log \frac{De}{\sqrt[4]{(\sqrt{2} \cdot \Delta^3 \cdot r)}} \right] 10^{-4} (\Omega / km)$$

Que aplicada a nuestro caso resulta:

$$X_k = \frac{2\pi 50}{1} \left[0.125 + 4.6 \cdot \log \frac{12130}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot 400^3 \cdot 10.9}} \right] 10^{-4} = 0.269 (\Omega / km)$$

Con un radio de valor (tablas anexo V): $r = \frac{\phi_{\text{diámetro}}}{2} = \frac{21.8}{2} = 10.9 mm$

Siendo la distancia media geométrica entre fases (cálculo para un circuito cuádruplex):

$$D = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{ST}} = \sqrt[3]{10.8 \cdot 10.8 \cdot 15.3} = 12.13 m = 12130 mm$$

- **Susceptancia**

Para el cálculo de la susceptancia, utilizaremos las ecuaciones dadas para un circuito cuádruplex, es decir:

$$B_k = \frac{24.2 \cdot 2\pi f}{\log \frac{De}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot \Delta^3 \cdot r}}} 10^{-9} \cdot n^\circ \text{ circuitos} = \frac{24.2 \cdot 2\pi 50}{\log \frac{12130}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot 400^3 \cdot 10.9}}} 10^{-9} \cdot 1 = 4.1424 \cdot 10^{-6} (\text{siemens} / km)$$

- **Conductancia**

Para hallar la conductancia aplicaremos la siguiente fórmula:

$$G_{\text{Fase-km}} = \frac{P_{\text{fase 7km}}}{U_{\text{LÍNEA}}^2} 10^{-3} = 0$$

Siempre es posible despreciar el efecto corona y el efecto aislador, excepto cuando precisemos cálculos muy exactos.

- **Parámetros eléctricos totales**

Para hallar los parámetros eléctricos totales, será suficiente con multiplicar por la longitud total cada uno de los valores hallados por km y fase, así:

$$R = R_k \cdot L = 0.0297 \cdot 250 = 7.425 \Omega$$

$$X_L = X_k \cdot L = 0.269 \cdot 250 = j67.25 \Omega \text{ (La "j", indica un desfase de } 90^\circ \text{ positivos)}$$

$$B = B_k \cdot L = 4.1424 \cdot 10^{-6} \cdot 250 = j1.0356 \cdot 10^{-3} \text{ siemens}$$

$$G = G_k \cdot L = 0 \cdot 150 = 0 \text{ siemens}$$

Estos valores representarán una impedancia y una admitancia de valor:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_L &= (R_L + jX_L) = (7.425 + j67.25) = 67.66 \angle 83.7^\circ \Omega \\ \bar{Y}_L &= (G_L + jB_L) = jB = (0 + j1.0356 \cdot 10^{-3}) = 1.0356 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ S\end{aligned}$$

La impedancia, potencia y ángulos característicos son:

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_L}{\bar{Y}_L}} = \sqrt{\frac{67.66 \angle 83.7^\circ}{1.0356 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ}} = 255.61 \angle -3.15^\circ \Omega$$

$$P_c = \frac{U_{LÍNEA}^2}{Z_c} = \frac{380^2}{255.61} = 564.92 MW$$

$$\bar{\Theta}_c = \sqrt{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L} = \sqrt{67.66 \angle 83.7^\circ \cdot 1.0356 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ} = 0.26468 \angle 86.85^\circ = (0.014544 + j0.26428) \text{radianes}$$

Dado en radianes. Si lo expresamos en grados tendremos:

$$\bar{\Theta}_{c \text{ GRADOS}} = \frac{360}{2\pi} \bar{\Theta}_c = 15.1652 \angle 86.85^\circ = (0.8333 + j15.1422) \text{grados}$$

2 Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea por el método de las constantes auxiliares

Se resolverá primeramente el problema aplicando el método de las constantes auxiliares, este método es el más preciso y aplicable a cualquier circuito, independientemente de su longitud.

Se calcularán las constantes primeramente por el método de las funciones hiperbólicas y circulares, para posteriormente realizar su cálculo mediante el desarrollo en series de funciones.

• Cálculo de las constantes auxiliares mediante funciones hiperbólicas y circulares

Se aplicarán las siguientes relaciones, con los valores hallados en los apartados anteriores:

$$\begin{aligned}\bar{A} = \bar{D} &= (a' + ja'') = \cosh \bar{\Theta}_c = (\cosh \Theta'_c \cdot \cos \Theta''_c) + j(\sinh \Theta'_c \cdot \sin \Theta''_c) = \\ &= (0.96538 + j3.80 \cdot 10^{-3}) = 0.965389 \angle 0.225^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{B} &= (b' + jb'') = \bar{Z}_c \cdot \sinh \bar{\Theta}_c = \bar{Z}_c \cdot ((\sinh \Theta'_c \cdot \cos \Theta''_c) + j(\cosh \Theta'_c \cdot \sin \Theta''_c)) = \\ &= (7.2576 + j66.483) = 66.878 \angle 83.77^\circ \Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{C} &= (c' + jc'') = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \sinh \bar{\Theta}_c = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot ((\sinh \Theta'_c \cdot \cos \Theta''_c) + j(\cosh \Theta'_c \cdot \sin \Theta''_c)) = \\ &= (-1.3218 \cdot 10^{-6} + j1.02343 \cdot 10^{-3}) = 1.02343 \cdot 10^{-3} \angle 90.07^\circ S\end{aligned}$$

Recordar que los cosenos y senos hiperbólicos se operan con valores en radianes/segundo, mientras que los cosenos y senos normales se operan con grados.

• Cálculo de las constantes auxiliares mediante el desarrollo en serie de funciones hiperbólicas y circulares

Para aplicar este método es necesario delimitar el número de términos a escoger en función de la longitud de la línea. En nuestro caso, la longitud es de 250km, siendo suficientes tres términos de cada expresión para obtener una precisión aceptable.

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{2} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{4} \right] = (0.96518 + j3.8437 \cdot 10^{-3}) = 0.96519 \angle 0.228^\circ$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} \right] = (7.101 + j65.771) = 66.15 \angle 83.84^\circ \Omega$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \bar{Y}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} \right] = (-2.29698 \cdot 10^{-6} + j1.0123637) = 1.012366 \angle 90.13^\circ S$$

Puede observarse que los resultados obtenidos por ambos métodos son prácticamente iguales. Vamos a proceder, de todos modos, a la comprobación.

- **Comprobación de los valores de las constantes auxiliares halladas**

La comprobación se ha realizado con los resultados obtenidos mediante la aplicación de las fórmulas para funciones hiperbólicas y circulares, aunque con los valores obtenidos mediante el desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares, los resultados serían idénticos.

$$\begin{aligned} \bar{A}^2 - \bar{B} \cdot \bar{C} &= (1.00028 + j3.7377 \cdot 10^{-3}) \approx (1 + j0) \\ (a'^2 - a''^2) - (b' \cdot c') + (b'' \cdot c'') &= 0.999998 \approx 1 \\ (2 \cdot a' \cdot a'') - (b' \cdot c'') - (b'' \cdot c') &= -2.9 \cdot 10^{-6} \approx 0 \end{aligned}$$

Damos por buenos los resultados obtenidos con las fórmulas halladas por cualquiera de los dos métodos, ya que éstos coinciden, y con la comprobación se ha demostrado que cumplen con las tres condiciones simultáneamente.

Una vez obtenidos y comprobados los valores de las constantes de la línea, procedemos al cálculo de las magnitudes eléctricas asociadas tanto en el régimen de carga como en vacío.

2.1 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de carga

Para el régimen de carga aplicaremos las siguientes fórmulas, en el buen entendido de que conocemos los datos al final de línea y deseamos hallarlos al principio de la misma.

Buscamos los valores que son datos:

$$\begin{aligned} P_2 &= S_2 \cdot \cos \varphi_2 = 200 \cdot 0.9 = 180 MW \\ Q_2 &= S_2 \cdot \sin \varphi_2 = 200 \cdot 0.436 = 87.18 MVAR \\ \bar{S}_2 &= 200 \angle 25.84^\circ MVA \\ \varphi_2 &= 25.84^\circ \\ \bar{U}_2 &= 380000 \angle 0^\circ V \end{aligned}$$

Normalmente, si no se indica lo contrario, es posible suponer 0° como valor del ángulo de la tensión al final de línea. Siendo la intensidad al final de línea:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \kappa_2} \angle (\varphi_{V_2} - \varphi_2) = \frac{180000000}{380000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.9} \angle (0 - 25.84^\circ) = 303.87 \angle -25.84^\circ A$$

Con un valor de la tensión de fase final de línea:

$$\bar{V}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\sqrt{3}} = \frac{380000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 219393.1 \angle 0^\circ V$$

Recordar que siempre se trabaja con sistemas en estrella, si los sistemas están conectados en triángulo se procede a la conversión de triángulo a estrella, siendo válidas las mismas expresiones. Es decir, siempre se trabajará con intensidades y tensiones de fase ($I_{fase} = I_{línea}$; $V_{fase} = U_{línea} / \sqrt{3}$) aunque los resultados se darán en valores de línea.

Obteniéndose los siguientes resultados para la tensión e intensidades iniciales:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 = 211800\angle 0.225^\circ + 20322.22\angle 57.93^\circ = 223319.4\angle 4.64^\circ V \\ \bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2 = 224.53\angle 90.07^\circ + 293.35\angle -25.615^\circ = 281.71\angle 20.29^\circ A\end{aligned}$$

Calculamos ahora los valores de las restantes magnitudes al principio de línea:

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \sqrt{3}\bar{V}_1 = 386800.5\angle 4.64^\circ V \\ \bar{U}_2 &= 380000\angle 0^\circ V \\ \bar{I}_1 &= 281.71\angle 20.29^\circ A \\ \bar{I}_2 &= 303.87\angle -25.84^\circ A \\ \varphi_1 &= \varphi_{V_1} - \varphi_{I_1} = 4.64^\circ - 20.29^\circ = -15.65^\circ \\ \varphi_2 &= 25.84^\circ \\ P_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 = 181.74 MW \\ Q_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 = -50.9 MVAR \\ \bar{S}_1 &= \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) = 188.74\angle -15.65^\circ MVA \\ P_2 &= 180 MW \\ Q_2 &= 87.17 MVAR \\ \bar{S}_2 &= 200\angle 25.84^\circ MVA\end{aligned}$$

Finalmente, calcularemos la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento total mediante las siguientes expresiones:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 = \frac{386800 - 380000}{386800} 100 = 1.76\%$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 = \frac{181.74 - 180}{181.74} 100 = 0.96\%$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{180}{181.74} 100 = 99\%$$

Según el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, los valores de $\Delta u < 10\%$ y de $\Delta P < 3\%$ para cada 100 Km se cumplen, siendo correctos por tanto los valores obtenidos.

2.2 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de vacío

Para el régimen de vacío se aplicarán las mismas fórmulas, recordando que conocemos los datos al final de línea y deseamos hallarlos en su inicio.

La tensión del final de línea no ha cambiado con respecto al valor que tenía en el régimen de carga. En cambio la intensidad del final de línea ha pasado a tener un valor nulo, al quedar el circuito en vacío. Todas las potencias (P_2 , Q_2 , S_2) son también nulas. Las constantes auxiliares no dependen de los regímenes eléctricos o magnéticos sino del número y disposición de los conductores, por tanto no cambian. Con todos estos datos, tendremos para el principio de línea:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 = 211800\angle 0.225^\circ V \\ \bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2 = 224.53\angle 90.07^\circ A\end{aligned}$$

El resto de valores de los parámetros eléctricos al principio de línea serán:

$$\bar{U}_1 = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_1 = 366848 \angle 0.225^\circ V$$

$$\bar{U}_2 = 380000 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{I}_1 = 224.53 \angle 90.07^\circ A$$

$$\bar{I}_2 = 0 \angle 0^\circ A$$

$$\varphi_1 = \varphi_{V1} - \varphi_{I1} = 0.225^\circ - (90.07^\circ) = -89.85^\circ$$

$$\varphi_2 = 0^\circ$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 = 0.3735 MW$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 = -142.67 MVAR$$

$$\bar{S}_1 = \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) = 142.7 \angle -89.85^\circ MVA$$

$$P_2 = 0 MW$$

$$Q_2 = 0 MVAR$$

$$\bar{S}_2 = 0 \angle 0^\circ MVA$$

Finalmente, calculamos la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 = \frac{366848 - 380000}{366848} 100 = -3.6\%$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 = \frac{0.3735 - 0}{0.3735} 100 = 100\%$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{0}{0.113738} 100 = 0\%$$

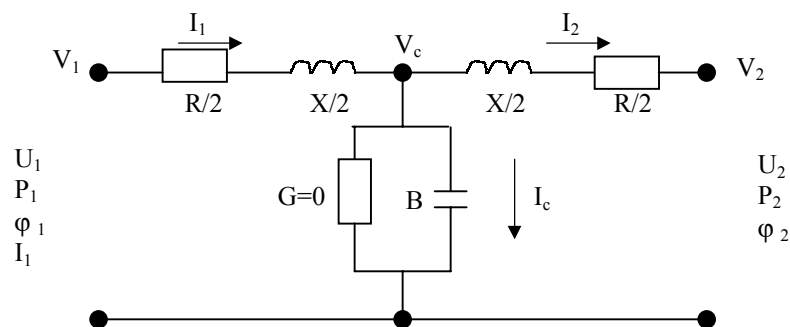
Obsérvese que la caída de tensión es negativa, por tanto se da el efecto Ferranti.

Según el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, los valores del $\Delta u < 10\%$, mientras que la $\Delta P = 100\%$, lo que resulta normal si tenemos presente que la línea está en vacío.

3 Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea por método en “T”

Para realizar el cálculo utilizaremos el siguiente circuito equivalente, donde se especifican los parámetros empleados, así como la posición que ocupan. Este método no es tan preciso (al igual que el método en π), pero para longitudes medias es lo suficientemente exacto, aunque debe recordarse que siempre que sea posible y para cualquier longitud, se utilizará el método de las constantes auxiliares:

- Circuito eléctrico empleado para el método del circuito equivalente en “T”



Recordar que para desplazarnos por el circuito se utilizarán los valores de la tensión y la intensidad de fase. Las potencias no cambian.

3.1 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de carga

Los datos de partida son los mismos que para el método anterior, es decir:

$$\begin{aligned}P_2 &= S_2 \cdot \cos \varphi_2 = 200 \cdot 0.9 = 180 \text{ MW} \\Q_2 &= S_2 \cdot \sin \varphi_2 = 200 \cdot 0.436 = 87.177 \text{ MVAR} \\\bar{S}_2 &= 200 \angle 25.84^\circ \text{ MVA} \\\varphi_2 &= 25.84^\circ \\\bar{U}_2 &= 380000 \angle 0^\circ \text{ V} \\\bar{I}_2 &= 303.87 \angle -25.84^\circ \text{ A} \\\bar{V}_2 &= 219393.1 \angle 0^\circ \text{ V} \\\bar{Z}_L &= 67.66 \angle 83.7^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (7.425 + j67.25) \Omega \\\bar{Y}_L &= 1.03541 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j1.03541 \cdot 10^{-3}) \text{ S}\end{aligned}$$

Con estos valores y aplicando las fórmulas dadas para este método, obtendremos:

La tensión en el centro de la línea será:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_L}{2} \cdot \bar{I}_2 = 225030.4 \angle 2.22^\circ \text{ V}$$

Con esta tensión, ya es posible obtener la intensidad que se derivara por el condensador (no se deriva intensidad por la conductancia, ya que su valor es nulo):

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C = 233 \angle 92.22^\circ \text{ A}$$

La intensidad total o primaria será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = 282.87 \angle 20.78^\circ \text{ A}$$

Siendo la tensión al principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_L}{2} \bar{I}_1 = 223194.3 \angle 4.62^\circ \text{ V}$$

La intensidad de línea será: $I_{1L} = \bar{I}_{1\text{Fase}}$, mientras que la tensión al inicio de línea valdrá:

$$\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1\text{Fase}} = 386583.8 \angle 4.62^\circ \text{ V}$$

El ángulo total inicial será:

$$\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1} = -16.16^\circ$$

Comprobamos que los valores coinciden plenamente con los hallados con el método de las constantes auxiliares para el régimen de carga.

3.2 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de vacío

Los datos de partida son los mismos que para el método anterior, es decir, los podemos resumir de la siguiente forma:

$$P_2 = S_2 = Q_2 = 0$$

$$\varphi_2 = 0^\circ$$

$$\bar{U}_2 = 380000 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{I}_2 = 0 A$$

$$\bar{V}_2 = 219393.1 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{Z}_L = 67.66 \angle 83.7^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (7.425 + j67.25) \Omega$$

$$\bar{Y}_L = 1.03541 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j1.03541 \cdot 10^{-3}) S$$

Con estos valores y aplicando las fórmulas dadas para este método, obtendremos:

La tensión en el centro de la línea será:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_L}{2} \cdot \bar{I}_2 = \bar{V}_2 = 219393.1 \angle 0^\circ V$$

Con esta tensión, ya es posible obtener la intensidad que se derivara por el condensador:

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C = 227.16 \angle 90^\circ A$$

La intensidad total o primaria será, recordando que $I_2 = 0 A$:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = \bar{I}_2 = 227.16 \angle 90^\circ A$$

Siendo la tensión al principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_L}{2} \bar{I}_1 = 211756.4 \angle 0.228^\circ V$$

Con los valores de línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase} = 227.16 \angle 90^\circ A$, y $\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1Fase} = 366772.15 \angle 0.228^\circ V$

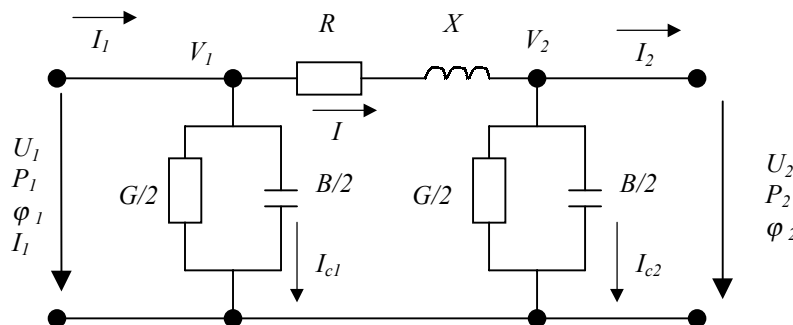
El ángulo inicial total será: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1} = (0.228^\circ - 90^\circ) = -89.772^\circ$

Comprobamos que los valores coinciden plenamente con los hallados con el método de las constantes auxiliares para el régimen de vacío, produciéndose efecto Ferranti.

4 Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea por método en “II”

Vamos a aplicar este método también en los dos regímenes, de carga y vacío. Siendo el circuito equivalente el mostrado en la figura.

- Circuito eléctrico empleado para el método del circuito equivalente en “II”



4.1 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de carga

Partimos, como en los demás casos, de unas condiciones iniciales al final de línea, que son:

$$\begin{aligned}P_2 &= S_2 \cdot \cos \varphi_2 = 200 \cdot 0.9 = 180 \text{ MW} \\Q_2 &= S_2 \cdot \sin \varphi_2 = 200 \cdot 0.436 = 87.177 \text{ MVAR} \\\bar{S}_2 &= 200 \angle 25.84^\circ \text{ MVA} \\\varphi_2 &= 25.84^\circ \\\bar{U}_2 &= 380000 \angle 0^\circ \text{ V} \\\bar{I}_2 &= 303.87 \angle -25.84^\circ \text{ A} \\\bar{V}_2 &= 219393.1 \angle 0^\circ \text{ V} \\\bar{Z}_L &= 67.66 \angle 83.7^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (7.425 + j67.25) \Omega \\\bar{Y}_L &= 1.03541 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j1.03541 \cdot 10^{-3}) \text{ S}\end{aligned}$$

Con estos datos obtendremos el valor de la intensidad que se deriva por la admitancia transversal (recordar que no existe intensidad por la conductancia, ya que tiene un valor nulo):

$$\bar{I}_{c_2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 113.58 \angle 90^\circ \text{ A}$$

La intensidad que pasa por la resistencia y la reactancia de la línea será:

$$\bar{I} = \bar{I}_c + \bar{I}_2 = 274.13 \angle -3.94^\circ \text{ A}$$

Con el valor de esta intensidad es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, ésta vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} = 223437 \angle 4.68^\circ \text{ V}$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{c_1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 115.67 \angle 94.68^\circ \text{ A}$$

Conocidas I_{c_1} e I , podemos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{c_1} + \bar{I} = 281.18 \angle 20.06^\circ \text{ A}$$

Siendo los valores de la intensidad al inicio de la línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$

Y la tensión de línea al principio de la misma: $\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1Fase} = 387004.2 \angle 4.68^\circ \text{ V}$

Finalmente hallamos el ángulo total inicial: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1} = (4.68^\circ - 20.06^\circ) = -15.38^\circ$

Valores muy similares a los hallados con los métodos anteriores (método en "T", y método de las constantes auxiliares). Las potencias finales y el resto de parámetros eléctricos han sido ya hallados en el método de las constantes auxiliares.

4.2 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de vacío

En este caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto la intensidad final de línea es nula:

Si no existe carga, todas las potencias serán nulas: $P_2 = Q_2 = S_2 = 0$.

Las restantes expresiones quedarán como sigue:

Ángulo al final de la línea: $\varphi_2 = \varphi_{V_2} - \varphi_{I_2} = 0$

La intensidad final:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} \angle(\varphi_{U_2} - \varphi_2) = 0$$

La intensidad que se deriva por la segunda admitancia transversal será:

$$\bar{I}_{c_2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 113.58 \angle 90^\circ A$$

La intensidad que pasa por la resistencia y la reactancia de la línea es igual a la intensidad anterior, ya que $I_2 = 0$:

$$\bar{I} = \bar{I}_c + \bar{I}_2 = \bar{I}_c = 113.58 \angle 90^\circ A$$

Con el valor de esta intensidad, es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, que vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} = 211755 \angle 0.23^\circ V$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{c_1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 109.62 \angle 90.23^\circ A$$

Conocidas I_{c_1} e I , podremos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{c_1} + \bar{I} = 223.22 \angle 90.11^\circ A$$

Siendo los valores de línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$

Y la tensión será al inicio de línea será: $\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1Fase} = 366770.4 \angle 0.23^\circ V$

Finalmente hallamos el ángulo total inicial: $\varphi_1 = \varphi_{U_1} - \varphi_{I_1} = (0.23^\circ - 90.11^\circ) = -89.88^\circ$

Valores que coinciden con los hallados por otros métodos.

Podemos observar que se produce efecto Ferranti, ya que se observa que $U_1 < U_2$. Por lo tanto, como más larga es la línea, más importante será este efecto.

Concluyendo, con los tres métodos se obtienen valores prácticamente idénticos, aconsejándose, no obstante, la utilización del método de las constantes auxiliares, ya que con los otros métodos, si la línea fuese más larga, cada vez los resultados se desviarían más de los valores reales.

PROBLEMA 3.2

Disponemos de una línea eléctrica destinada al suministro de energía de un conjunto de consumidores a ella conectados. Los datos más importantes de la misma, así como su disposición y tipo de conductores son los detallados a continuación.

DATOS

- Categoría: 1° (220 KV) = U_2
- Longitud: 150 Km. → Línea de longitud media
- Composición cables: 30 Al + 7 Acero
- Diámetro exterior del cable: 15,75 mm
- Resistencia del cable por km: 0,154 Ω /Km
- Potencia a transportar por la línea: 140MVA
- Factor de potencia: 0,8 inductivo
- La disposición de los cables obedece a dos circuitos simples, con la siguiente relación (longitudes dadas en metros):

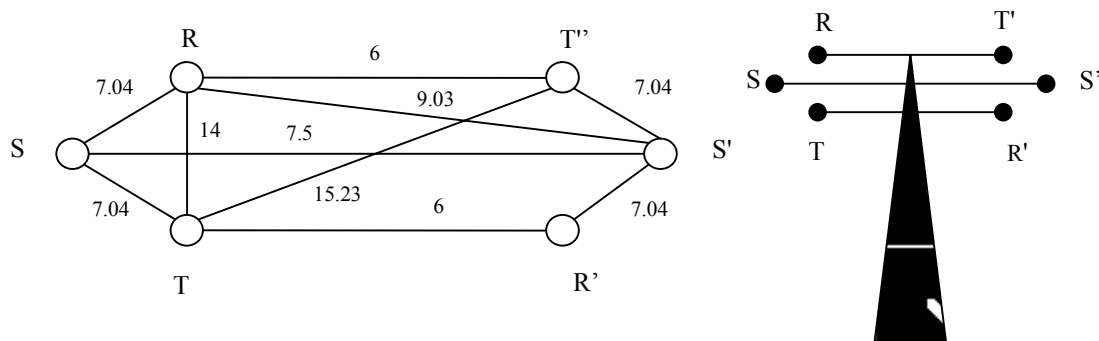


Figura 3.2 Distancias y disposición de los conductores

HALLAR

Conocidas las condiciones al final de línea, hallar para los regímenes de carga y vacío: las condiciones al inicio de la línea, la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema, mediante los métodos dados para líneas medias y largas.

RESOLUCIÓN

Al tratarse de una línea de longitud media, podría calcularse por cualquiera de los métodos de teoría correspondientes a líneas medias o largas. Pero para comenzar los cálculos, debemos previamente conocer los valores de los parámetros eléctricos.

1. Cálculo de los parámetros eléctricos.

• Resistencia

Ya nos indican el valor de la resistencia por km para los conductores empleados. Como existen dos circuitos simples, a cada fase, le corresponderán dos conductores (R,R'; S,S'; T,T'), por tanto el valor de la resistencia por km y fase será:

$$R_{k-fase} = \frac{R_k}{n^{\circ} \text{ circuitos} \bullet n^{\circ} \text{ conductores}} = \frac{0.154}{2 \cdot 1} = 0.077 \Omega / km$$

Recordar que si, por ejemplo, existieran dos circuitos cuádruplex, el valor de la resistencia hallada en tablas, se debería dividir por 8 (2 circuitos x 4 conductores por circuito).

- Reactancia inductiva**

Para el cálculo de la reactancia inductiva, utilizaremos las ecuaciones dadas para circuitos simples, es decir:

$$X_k = \frac{2\pi f}{n^\circ \text{ circuitos}} \left[0.5 + 4.6 \cdot \log \frac{De}{r} \right] 10^{-4} (\Omega / km)$$

Que aplicada a nuestro caso resulta:

$$X_k = \frac{2\pi 50}{2} \left[0.5 + 4.6 \cdot \log \frac{5801}{7.875} \right] 10^{-4} = j0.215 (\Omega / km)$$

Con un radio de valor: $r = \frac{\phi_{\text{diámetro}}}{2} = \frac{15.75}{2} = 7.875 mm$

Siendo la distancia media geométrica entre fases de valor (cálculo para dos circuitos simples):

$$d_R = \frac{\sqrt{d_{RS} \cdot d_{RT} \cdot d_{RS'} \cdot d_{RT'}}}{d_{RR'}} = \frac{\sqrt{7.04 \cdot 14 \cdot 9.03 \cdot 6}}{15.23} = 4.8 m$$

$$d_S = \frac{\sqrt{d_{SR} \cdot d_{ST} \cdot d_{SR'} \cdot d_{ST'}}}{d_{SS'}} = \frac{\sqrt{7.04 \cdot 7.04 \cdot 9.03 \cdot 9.03}}{7.5} = 8.48 m$$

$$d_T = \frac{\sqrt{d_{TR} \cdot d_{TS} \cdot d_{TR'} \cdot d_{TS'}}}{d_{TT'}} = \frac{\sqrt{7.04 \cdot 14 \cdot 9.03 \cdot 6}}{15.23} = 4.8 m$$

Por tanto: $D = \sqrt[3]{d_R \cdot d_S \cdot d_T} = \sqrt[3]{4.8 \cdot 8.48 \cdot 4.8} = 5.801 m = 5801 mm$

- Susceptancia**

Para el cálculo de la susceptancia, utilizaremos las ecuaciones dadas para circuitos simples, es decir:

$$B_k = \frac{24.2 \cdot 2 \cdot \pi \cdot f}{\log \frac{De}{r}} 10^{-9} \cdot n^\circ \text{ circuitos} = \frac{24.2 \cdot 2\pi \cdot 50}{\log \frac{5801}{7.875}} 10^{-9} \cdot 2 = 5.303 \cdot 10^{-6} (\text{siemens} / km)$$

- Conductancia**

Para hallar la conductancia aplicaremos la siguiente fórmula:

$$G_{\text{Fase-km}} = \frac{P_{\text{fase 7km}}}{U_{\text{LÍNEA}}^2} 10^{-3} = 0$$

Siempre es posible despreciar el efecto corona y el efecto aislador, excepto cuando precisemos cálculos muy exactos.

- Parámetros eléctricos totales**

Para hallar los parámetros eléctricos totales, es suficiente con multiplicar por la longitud total cada uno de los valores hallados por km, así:

$$R = R_k \cdot L = 0.077 \cdot 150 = 11.55 \Omega$$

$$X_L = X_k \cdot L = 0.215 \cdot 150 = j32.25 \Omega \text{ (La "j", indica un desfase de } 90^\circ \text{ positivos).}$$

$$B = B_k \cdot L = 5.303 \cdot 10^{-6} \cdot 150 = j7.9546 \cdot 10^{-4} \text{ siemens}$$

$$G = G_k \cdot L = 0 \cdot 150 = 0 \text{ siemens}$$

Estos valores representarán una impedancia y una admitancia de línea de valor:

$$\begin{aligned}\bar{Z}_L &= (R_L + jX_L) = (11.55 + j32.25) = 34.256 \angle 70.3^\circ \Omega \\ \bar{Y}_L &= (G_L + jB_L) = jB = j7.9546 \cdot 10^{-4} = 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ S\end{aligned}$$

La impedancia, potencia y ángulos característicos son:

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_L}{\bar{Y}_L}} = \sqrt{\frac{34.256 \angle 70.3^\circ}{7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ}} = 207.52 \angle -9.85^\circ \Omega$$

$$P_c = \frac{U_{\text{LÍNEA}}^2}{Z_c} = \frac{220^2}{207.52} = 233.3 \text{ MW}$$

$$\bar{\Theta}_c = \sqrt{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L} = \sqrt{34.256 \angle 70.3^\circ \cdot 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ} = 0.16507 \angle 80.15^\circ = (0.02823 + j0.1626) \text{ radianes}$$

Dado en radianes. Si lo damos en grados, tendremos:

$$\bar{\Theta}_{c \text{ GRADOS}} = \frac{360}{2\pi} \bar{\Theta}_c = 9.45805 \angle 80.15^\circ = (1.61798 + j9.3186) \text{ grados}$$

2. Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea por el método de las constantes auxiliares

Se resolverá primeramente el problema aplicando el método de las constantes auxiliares, éste método es el más preciso y aplicable a cualquier circuito, independientemente de su longitud.

Se calcularán las constantes primeramente por el método de las funciones hiperbólicas y circulares, para posteriormente realizar su cálculo mediante el desarrollo en series de funciones.

• Cálculo de las constantes auxiliares mediante funciones hiperbólicas y circulares

Se aplicarán las siguientes relaciones, con los valores hallados en los apartados anteriores:

$$\begin{aligned}\bar{A} = \bar{D} &= (a' + ja'') = \cosh \bar{\Theta}_c = (\cosh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\sinh \Theta_c' \cdot \sin \Theta_c'') = \\ &= (0.98719 + j4.573 \cdot 10^{-3}) = 0.9872 \angle 0.26^\circ\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{B} &= (b' + jb'') = \bar{Z}_c \cdot \sinh \bar{\Theta}_c = \bar{Z}_c \cdot ((\sinh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta_c' \cdot \sin \Theta_c'')) = \\ &= (11.447 + j32.13) = 34.108 \angle 70.39^\circ \Omega\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\bar{C} &= (c' + jc'') = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \sinh \bar{\Theta}_c = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot ((\sinh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta_c' \cdot \sin \Theta_c'')) = \\ &= (-1.244 \cdot 10^{-6} + j7.9202 \cdot 10^{-4}) = 7.9202 \cdot 10^{-4} \angle 90.09^\circ S\end{aligned}$$

Recordar que los cosenos y senos hiperbólicos se operan con valores en radianes/segundo, mientras que los cosenos y senos normales se operan con grados.

• Cálculo de las constantes auxiliares mediante el desarrollo en serie de funciones hiperbólicas y circulares

Para aplicar este método es necesario delimitar el número de términos a escoger en función de la longitud de la línea. En nuestro caso, la longitud es de 150km, siendo suficientes dos términos de cada expresión para obtener una precisión aceptable.

$$\bar{A} = \bar{D} = (a' + ja'') = \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{2} \right] = (0.98718 + j4.5912 \cdot 10^{-3}) = 0.9872 \angle 0.27^\circ$$

$$\bar{B} = (b' + jb'') = \bar{Z}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} \right] = (11.36 + j32.02) = 33.97 \angle 70.47^\circ \Omega$$

$$\bar{C} = (c' + jc'') = \bar{Y}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} \right] = (0.000001 + j7.88 \cdot 10^{-4}) = 7.88 \cdot 10^{-4} \angle 90.1^\circ S$$

Se puede observar que los resultados obtenidos por ambos métodos son prácticamente iguales. Vamos a proceder, de todos modos, a la comprobación.

- **Comprobación de los valores de las constantes auxiliares halladas**

La comprobación se ha realizado con los resultados obtenidos mediante la aplicación de las fórmulas para funciones hiperbólicas y circulares, aunque con los valores obtenidos mediante el desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares los resultados serían idénticos.

$$\begin{aligned} \bar{A}^2 - \bar{B} \cdot \bar{C} &= (0.999998 - j1.8 \cdot 10^{-4}) \approx (1 + j0) \\ (a'^2 - a''^2) - (b' \cdot c') + (b'' \cdot c'') &= 0.99998 \approx 1 \\ (2 \cdot a' \cdot a'') - (b' \cdot c'') - (b'' \cdot c') &= 2.51 \cdot 10^{-6} \approx 0 \end{aligned}$$

Damos por buenos los resultados obtenidos con las fórmulas halladas por cualquiera de los dos métodos, ya que éstos coinciden, y con la comprobación se ha demostrado que cumplen con las tres condiciones simultáneamente.

Una vez obtenidos y comprobados los valores de las constantes de la línea, procedemos al cálculo de las magnitudes eléctricas asociadas, tanto en el régimen de carga como de vacío.

2.1 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen en carga

Para el régimen de carga aplicaremos las siguientes fórmulas, en el buen entendido que conocemos los datos al final de línea y deseamos hallarlos al principio de la misma.

Buscamos los valores que son datos:

$$\begin{aligned} P_2 &= S_2 \cdot \cos \varphi_2 = 140 \cdot 0.8 = 112 MW \\ Q_2 &= S_2 \cdot \sin \varphi_2 = 140 \cdot 0.6 = 84 MVAR \\ \bar{S}_2 &= 140 \angle 36.87^\circ MVA \\ \varphi_2 &= 36.87^\circ \\ \bar{U}_2 &= 220000 \angle 0^\circ V \end{aligned}$$

Normalmente, si no se indica lo contrario, es posible suponer 0° como valor del ángulo de la tensión al final de línea. Siendo la intensidad del secundario o final de línea:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} \angle (\varphi_{V_2} - \varphi_2) = \frac{112000000}{220000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.8} \angle (0 - 36.87^\circ) = 367.4 \angle -36.87^\circ A$$

Con un valor de la tensión de fase final de línea:

$$\bar{V}_2 = \frac{\bar{U}_2}{\sqrt{3}} = \frac{220000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 127017 \angle 0^\circ V$$

Recordar que siempre se trabaja con sistemas en estrella (si los sistemas están conectados en triángulo, se procede a la conversión de triángulo a estrella), siguiendo siendo válidas las mismas expresiones. Es decir, siempre se trabajará con intensidades y tensiones de fase ($I_{fase}=I_{línea}$; $V_{fase}=U_{línea}/\sqrt{3}$). Los valores de las potencias no cambian con estas conversiones.

Obteniéndose los siguientes resultados para la tensión e intensidades iniciales:

$$\begin{aligned}\bar{V}_1 &= \bar{A}\bar{V}_2 + \bar{B}\bar{I}_2 = 125391\angle 0.26^\circ + 12531\angle 33.5^\circ = 136043.5\angle 3.16^\circ V \\ \bar{I}_1 &= \bar{C}\bar{V}_2 + \bar{D}\bar{I}_2 = 100.6\angle 90.09^\circ + 362.7\angle -36.61^\circ = 313.4\angle -21.68^\circ A\end{aligned}$$

Calculamos ahora los valores de las restantes magnitudes al principio de línea:

$$\begin{aligned}\bar{U}_1 &= \sqrt{3}\bar{V}_1 = 235634\angle 3.16^\circ V \\ \bar{U}_2 &= 220000\angle 0^\circ V \\ \bar{I}_1 &= 313.14\angle -21.68^\circ A \\ \bar{I}_2 &= 367.4\angle -36.87^\circ A \\ \varphi_1 &= \varphi_{V1} - \varphi_{I1} = 3.16^\circ - (-21.68^\circ) = 24.84^\circ \\ \varphi_2 &= 36.87^\circ \\ P_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 = 115.98 MW \\ Q_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 = 53.69 MVAR \\ \bar{S}_1 &= \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) = 127.8\angle 24.84^\circ MVA \\ P_2 &= 112 MW \\ Q_2 &= 84 MVAR \\ \bar{S}_2 &= 140\angle 36.87^\circ MVA\end{aligned}$$

Finalmente, calcularemos la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento total, mediante las siguientes expresiones:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 = \frac{235634 - 220000}{235634} 100 = 6.63\%$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 = \frac{115.98 - 112}{115.98} 100 = 3.43\%$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{112}{115.98} 100 = 96.56\%$$

Según el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, los valores de $\Delta u < 10\%$ y de $\Delta P < 3\%$ para cada 100 Km se cumplen, siendo correctos por tanto, los valores obtenidos.

2.2 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de vacío

Para el régimen de vacío, se aplicarán las mismas fórmulas, recordando que conocemos los datos al final de línea y deseamos hallarlos en su inicio.

La tensión del final de línea no ha cambiado con respecto al valor que tenía en el régimen de carga. En cambio la intensidad del final de línea ha pasado a tener un valor nulo, al quedar el circuito en vacío.

Todas las potencias (P_2 , Q_2 , S_2) son también nulas. Las constantes auxiliares tampoco cambian, ya que dependen de la geometría del sistema y no de sus condiciones eléctricas. Por tanto tendremos:

$$\bar{V}_1 = \bar{A} \cdot \bar{V}_2 + \bar{B} \cdot \bar{I}_2 = 125391 \angle 0.26^\circ V$$

$$\bar{I}_1 = \bar{C} \cdot \bar{V}_2 + \bar{D} \cdot \bar{I}_2 = 100.6 \angle 90.09^\circ A$$

Con estos valores, obtendremos los siguientes resultados:

$$\bar{U}_1 = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_1 = 217184 \angle 0.26^\circ V$$

$$\bar{U}_2 = 220000 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{I}_1 = 100.6 \angle 90.09^\circ A$$

$$\bar{I}_2 = 0 \angle 0^\circ A$$

$$\varphi_1 = \varphi_{V1} - \varphi_{I1} = 0.26^\circ - (90.09^\circ) = -89.83^\circ$$

$$\varphi_2 = 0^\circ$$

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 = 0.113738 MW$$

$$Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 = -37.84 MVAR$$

$$\bar{S}_1 = \bar{U}_1 \cdot \bar{I}_1^* \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1) = 37.84 \angle -89.82^\circ MVA$$

$$P_2 = 0 MW$$

$$Q_2 = 0 MVAR$$

$$\bar{S}_2 = 0 \angle 0^\circ MVA$$

Finalmente, se volverán a calcular la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 = \frac{217184 - 220000}{217184} 100 = -1.29\%$$

$$\Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 = \frac{0.113738 - 0}{0.113738} 100 = 100\%$$

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} 100 = \frac{0}{0.113738} 100 = 0\%$$

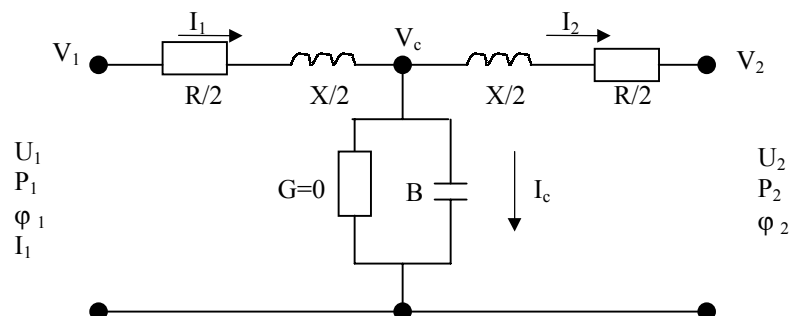
Obsérvese que la caída de tensión es negativa, por lo que se da el efecto Ferranti.

Según el Reglamento de Líneas Aéreas de Alta Tensión, los valores de $\Delta u < 10\%$, mientras que la $\Delta P = 100\%$ y el rendimiento es nulo, lo que resulta normal si tenemos presente que la línea está en vacío, siendo por tanto, correctos los valores obtenidos.

3 Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea por el método en “T”

Para realizar este cálculo, utilizaremos el siguiente circuito equivalente, donde se especifican los parámetros empleados, así como la posición que ocupan. Este método no es tan preciso (al igual que el método en π), pero para longitudes medias es lo suficientemente exacto, aunque debe recordarse que siempre que sea posible y para cualquier longitud, se utilizará el método de las constantes auxiliares:

- Circuito eléctrico empleado para el método del circuito equivalente en “T”



Recordar que para movernos por el circuito se utilizarán los valores de la tensión y la intensidad de fase, en cambio para los resultados finales se darán en valores de línea. Por su parte las potencias no cambian.

3.1 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de carga

Los datos de partida son los mismos que para el método anterior, es decir:

$$\begin{aligned}P_2 &= S_2 \cdot \cos \varphi_2 = 140 \cdot 0.8 = 112 \text{ MW} \\Q_2 &= S_2 \cdot \sin \varphi_2 = 140 \cdot 0.6 = 84 \text{ MVAR} \\\bar{S}_2 &= 140 \angle 36.87^\circ \text{ MVA} \\\varphi_2 &= 36.87^\circ \\\bar{U}_2 &= 220000 \angle 0^\circ \text{ V} \\\bar{I}_2 &= 367.4 \angle -36.87^\circ \text{ A} \\\bar{V}_2 &= 127017 \angle 0^\circ \text{ V} \\\bar{Z}_L &= 34.256 \angle 70.3^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (11.55 + j32.25) \Omega \\\bar{Y}_L &= 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j7.9546 \cdot 10^{-4}) \text{ S}\end{aligned}$$

Con estos valores y aplicando las fórmulas dadas para este método, obtendremos:

La tensión en el centro de la línea será:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_L}{2} \cdot \bar{I}_2 = 132314 \angle 1.5^\circ \text{ V}$$

Con esta tensión, ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador (recordar que sólo pasará intensidad por el condensador, ya que la conductancia tiene un valor nulo):

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C = 105.25 \angle 91.5^\circ \text{ A}$$

La intensidad total o primaria será:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = 313.13 \angle -21.59^\circ \text{ A}$$

Siendo la tensión al principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_L}{2} \bar{I}_1 = 136015 \angle 3.16^\circ \text{ V}$$

La intensidad de línea será: $I_{1L} = \bar{I}_{1\text{Fase}}$, mientras que la tensión al inicio de línea valdrá:

$$\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1\text{Fase}} = 235584 \angle 3.16^\circ \text{ V}$$

El ángulo total inicial será:

$$\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1} = 24.75^\circ$$

Comprobamos que los valores coinciden plenamente con los hallados con el método de las constantes auxiliares para el régimen de carga.

3.2 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de vacío

Los datos de partida son los mismos que para el método anterior, es decir:

$$P_2 = S_2 = Q_2 = 0$$

$$\varphi_2 = 0^\circ$$

$$\bar{U}_2 = 220000 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{I}_2 = 0$$

$$\bar{V}_2 = 127017 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{Z}_L = 34.256 \angle 70.3^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (11.55 + j32.25) \Omega$$

$$\bar{Y}_L = 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j7.9546 \cdot 10^{-4}) S$$

Con estos valores y aplicando las fórmulas dadas para este método, obtendremos:

La tensión en el centro de la línea será:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_L}{2} \cdot \bar{I}_2 = 127017 \angle 0^\circ V$$

Con esta tensión, ya es posible obtener la intensidad que se derivará por el condensador:

$$\bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C = 101 \angle 90^\circ A$$

La intensidad total o primaria será, recordando que $I_2=0A$:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = 101 \angle 90^\circ A$$

Siendo la tensión al principio de línea:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_L}{2} \bar{I}_1 = 125389.7 \angle 0.27^\circ V$$

Con los valores de línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$, y de la tensión de línea que valdrá:

$$\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1Fase} = 217181 \angle 0.27^\circ V$$

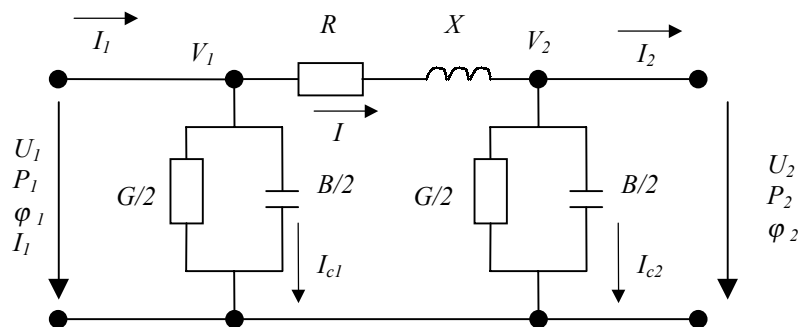
El ángulo inicial total será: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1} = -89.73^\circ$

Comprobamos que los valores coinciden plenamente con los hallados con el método de las constantes auxiliares para el régimen de vacío, produciéndose efecto Ferranti.

4 Cálculo de las magnitudes eléctricas al principio de línea por el método en "II"

Vamos a aplicar este método también en los dos regímenes, carga y vacío. Siendo el circuito equivalente el mostrado en la figura.

- Circuito eléctrico empleado para el método del circuito equivalente en "II"



Recordar que para movernos por el circuito se utilizarán los valores de la tensión y la intensidad de fase. Los resultados finales, no obstante, se darán en valores de línea. Por su parte las potencias no cambian.

4.1 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de carga

Partimos, como en los demás casos, de unas condiciones iniciales al final de línea, que son:

$$\begin{aligned}P_2 &= S_2 \cdot \cos \varphi_2 = 140 \cdot 0.8 = 112 \text{ MW} \\Q_2 &= S_2 \cdot \sin \varphi_2 = 140 \cdot 0.6 = 84 \text{ MVAR} \\\bar{S}_2 &= 140 \angle 36.87^\circ \text{ MVA} \\\varphi_2 &= 36.87^\circ \\\bar{U}_2 &= 220000 \angle 0^\circ \text{ V} \\\bar{I}_2 &= 367.4 \angle -36.87^\circ \text{ A} \\\bar{V}_2 &= 127017 \angle 0^\circ \text{ V} \\\bar{Z}_L &= 34.256 \angle 70.3^\circ \Omega = (R_L + jX_L) = (11.55 + j32.25) \Omega \\\bar{Y}_L &= 7.9546 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ \text{ siemens} = (G_L + jB_L) = (0 + j7.9546 \cdot 10^{-4}) \text{ S}\end{aligned}$$

Con estos datos obtendremos el valor de la intensidad que se deriva por la admitancia transversal (no existen intensidades por las conductancias, ya que éstas presentan un valor nulo):

$$\bar{I}_{c2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 50.518 \angle 90^\circ \text{ A}$$

La intensidad que pasa por la resistencia y la reactancia de la línea será:

$$\bar{I} = \bar{I}_c + \bar{I}_2 = 339.56 \angle -30^\circ \text{ A}$$

Con el valor de esta intensidad es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, ésta vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} = 136098.5 \angle 3.17^\circ \text{ V}$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{c1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 54.13 \angle 93.17^\circ \text{ A}$$

Conocidas I_{c1} e I , podemos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{c1} + \bar{I} = 313.23 \angle -21.68^\circ \text{ A}$$

Siendo los valores de la intensidad al inicio de la línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1\text{Fase}}$

Y la tensión de línea al principio de la misma: $\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1\text{Fase}} = 235730 \angle 3.17^\circ \text{ V}$

Finalmente hallamos el ángulo total inicial: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1} = 24.85^\circ$

Valores muy similares a los hallados con los métodos anteriores (método en “T” y método de las constantes auxiliares). Las potencias finales y el resto de parámetros ya han sido hallados en el método de las constantes auxiliares.

4.2 Cálculo de las condiciones eléctricas al principio de línea en régimen de vacío

En este caso los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto la intensidad de final de línea es nula:

Si no existe carga, todas las potencias tendrán valor nulo: $P_2 = Q_2 = S_2 = 0$.

Las restantes expresiones quedarán como sigue:

Ángulo al final de la línea: $\varphi_2 = \varphi_{V_2} - \varphi_{I_2} = 0$

La intensidad final:

$$\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{V_2} - \varphi_2 = 0)$$

La intensidad que se deriva por la segunda admitancia transversal será:

$$\bar{I}_{C_2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 50.518 \angle 90^\circ A$$

La intensidad que pasa por la resistencia y la reactancia de la línea es igual a la intensidad anterior, ya que $I_2 = 0$:

$$\bar{I} = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = \bar{I}_C = 51.518 \angle 90^\circ A$$

Con el valor de esta intensidad, es posible hallar la tensión en el extremo inicial de la línea, que vendrá dada por:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} = 125389 \angle 0.27^\circ V$$

Conocido el valor de la tensión en el origen, podemos hallar la intensidad que se deriva por la primera admitancia transversal:

$$\bar{I}_{C_1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} = 49.87 \angle 90.27^\circ A$$

Conocidas I_{C_1} e I , podremos hallar la intensidad en el origen:

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{C_1} + \bar{I} = 101.4 \angle 90.13^\circ A$$

Siendo los valores de línea: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$

Y la tensión será al inicio de línea será: $\bar{U}_{1L} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1Fase} = 217180 \angle 0.27^\circ V$

Finalmente hallamos el ángulo total inicial: $\varphi_1 = \varphi_{U_1} - \varphi_{I_1} = -89.86^\circ$

Valores que coinciden con los hallados por otros métodos.

Podemos observar que se produce efecto Ferranti, ya que se observa que $U_1 < U_2$. Por lo tanto, como más larga es la línea, más importante será este efecto.

Concluyendo, con los tres métodos se obtienen valores prácticamente idénticos, aconsejándose, no obstante, la utilización del método de las constantes auxiliares, ya que con los otros métodos, si la línea fuese más larga, cada vez los resultados se desviarían más de los valores reales.

PROBLEMA 3.3

Una línea eléctrica, que transporta energía desde una central hidroeléctrica a un polígono industrial, dispone de las siguientes características.

DATOS

- Categoría línea – 1ª ($U > 66$ KV)
- Tensión – 200 KV
- Longitud – 160 km (las líneas discurren por las siguientes alturas topográficas, que se corresponden con unas temperaturas medias determinadas)
 - 30 km. – 800 m. - $\theta = 12^\circ\text{C}$
 - 80 km. – 1000 m. - $\theta = 10^\circ\text{C}$
 - 50 km. – 700 m. - $\theta = 13^\circ\text{C}$
- Cable Cóndor – 54 Al. + 7 acero
- Potencia – 150 MVA
- Factor de potencia – 0.8 (i)
- 1 circuito simple.
- Distancia entre apoyos – 250 m
- Pérdida por aislador – 8 W (estimada)

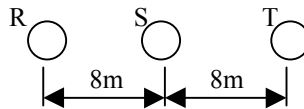


Figura 3.3 Distancias y disposición de los conductores

Los postes o torres a lo largo de la línea se distribuyen según la siguiente tabla:

Tabla 3.1 Tipos y número de apoyos. Número de aisladores por fase

Tipo Torre	Nº Torres	Fases/Torre	Cadenas/Fase	Aisladores/Cadena	Total Aisladores
Alineación	488	3	1	18	26352
Ángulo	60	3	2	20	7200
Anclaje	80	3	2	20	9600
Principio y fin de línea.	2	3	3	22	396
Especiales	10	3	4	24	2880

HALLAR

Las pérdidas por efecto aislador y efecto corona, en tiempo seco y húmedo, en toda la longitud de la línea (considérese la línea dividida en los tramos que se especifican en los datos).

1 Cálculo de las pérdidas debidas al efecto Aislador

Primeramente calcularemos la potencia total pérdida por efecto aislador. El cálculo es sencillo, ya que consiste simplemente en multiplicar el número de aisladores por la pérdida unitaria de cada uno de ellos.

Lo difícil es determinar la pérdida unitaria, ya que ésta depende de las condiciones atmosféricas y de la contaminación del aire, y estas condiciones son variables a lo largo del tiempo y la situación geográfica.

En este caso, se ha supuesto una pérdida de 8W/aislador, siendo un valor intermedio entre los extremos con ambiente húmedo y ambiente seco.

- $N^\circ \text{ de aisladores} = 488 \cdot 1 \cdot 3 \cdot 18 + 60 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 20 + 80 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 20 + 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 22 + 10 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 24 = 46428 \text{ aisladores}$

Ahora ya es posible determinar la potencia total pérdida por la línea.

$$P_{TOTAL-AISLADOR} = 46428 \times 8W/aislador = 371424 W$$

Para entrar en el cálculo de la conductancia es necesario determinar la potencia por fase y km. Por tanto previamente:

- $P_{Total-fase} = \frac{P_t}{3} = 123808W$
- $P_{Total-km-fase} = \frac{P_{t-FASE}}{160km} = 773.8W$

$$G_{Fase-km} = \frac{P_{Fase-Km} (kW)}{\left(\frac{U_{Linea} (kV)}{\sqrt{3}} \right)^2} \cdot 10^{-3} = \frac{0.7738}{\left(\frac{200}{\sqrt{3}} \right)^2} \cdot 10^{-3} = 5.8035 \cdot 10^{-8} Siemens / km.fase$$

Siendo el valor total para toda la longitud de la línea y para las tres fases:

$$G_{Total-Aislador} = 5.8035 \cdot 10^{-8} \cdot 160 \cdot 3 = 2.786 \cdot 10^{-5} Siemens$$

Estos serán los valores obtenidos para el conjunto del efecto aislador. Pasemos ahora a calcular las pérdidas por efecto corona.

2 Cálculo de las pérdidas debidas al efecto Corona

Para calcular las pérdidas debidas al efecto corona, lo primero que hay que considerar es si este efecto se producirá, es decir, si la tensión crítica disruptiva será menor a la tensión más elevada de la línea.

La tensión crítica disruptiva obedece a la expresión:

$$U_c = 84 \cdot m_c \cdot m_t \cdot r \cdot \delta \cdot \log \frac{D}{r} (KV)$$

Con: $m_c = 0.85$ (valor promedio para cables)
 $m_t = 1$ o 0.8 (según si el tiempo es húmedo ó seco. Consideraremos los dos casos)
radio (tablas cable cóndor) = $r = 2.7762 / 2 = 1.388$ cm (recordar las unidades, en cm)

Por otra parte, la distancia media geométrica entre fases vale para un circuito simple:

$$D_e = \sqrt[3]{d_{RS} \cdot d_{ST} \cdot d_{TR}} = \sqrt[3]{8 \cdot 8 \cdot 16} = 10.079m = 1007.9cm$$

Y la densidad relativa del aire adopta los siguientes valores (uno para cada altura, ya que a cada una de estas alturas le corresponderá una temperatura media):

Las temperaturas medias en cada tramo son:

$$\begin{aligned} \theta(800) &= 12^\circ C \\ \theta(1000) &= 10^\circ C \\ \theta(700) &= 13^\circ C \end{aligned}$$

Las alturas de presión en cm de Hg, que se corresponden con cada altura, se determinan mediante la fórmula de Halley ("y" es la altura topográfica de la zona de línea estudiada):

$$\log h = \log 76 - \frac{y}{18336}$$

Que da como resultado los siguientes valores:

$$\begin{aligned}h(800) &= 68.73 \text{ cm Hg.} \\h(1000) &= 67 \text{ cm Hg.} \\h(700) &= 69.6 \text{ cm Hg.}\end{aligned}$$

Ahora ya podemos hallar las densidades relativas del aire para cada temperatura y cada altura de presión, mediante la fórmula:

$$\delta = \frac{25 + 273 \cdot h}{76(\theta + 273)} = \frac{3.921 \cdot h}{273 + \theta}$$

Obteniéndose los siguientes valores:

$$\begin{aligned}\delta(800) &= 0.9455 \\ \delta(1000) &= 0.9282 \\ \delta(700) &= 0.9542\end{aligned}$$

- **Aplicando finalmente la fórmula de Peek, para las distintas densidades relativas, obtendremos para tiempo seco:**

$$\begin{aligned}\text{Tiempo seco} \Rightarrow U_c(800) &= 268.07 \text{ KV} \\ U_c(1000) &= 263.17 \text{ KV} \\ U_c(700) &= 270.5 \text{ KV}\end{aligned}$$

- **Y para tiempo húmedo:**

$$\begin{aligned}\text{Tiempo húmedo} \Rightarrow U_c(800) &= 214.5 \text{ KV} \\ U_c(1000) &= 210.53 \text{ KV} \\ U_c(700) &= 216.44 \text{ KV}\end{aligned}$$

Nos falta solamente encontrar la tensión más elevada, que consideraremos un 15% más alta que la nominal:

$$U_{me} = U_{línea} \cdot 1.15 = 200 \cdot 1.15 = 230 \text{ KV}$$

Con estos datos podemos concluir afirmando:

- **Para tiempo húmedo se producirá efecto corona ($U_{me} > U_c$)**
- **Para tiempo seco no se producirá efecto corona ($U_{me} < U_c$)**

Vemos que es innecesario el cálculo del efecto corona para tiempo seco, pero en cambio es necesario para tiempo húmedo. Para este régimen tendremos según la fórmula de Peek:

$$\text{Potencia pérdida por fase y por km} = \frac{241}{\delta} \cdot (f + 25) \cdot \sqrt{\frac{r_e}{D_e}} \cdot \left[\frac{U_{me}}{\sqrt{3}} - \frac{U_c}{\sqrt{3}} \right]^2 \cdot 10^{-5}$$

De esta fórmula todos los términos son conocidos. Nótese que tanto la densidad relativa del aire (δ) como la tensión crítica disruptiva (U_c) tendrán valores distintos según la zona de estudio. Por tanto, se obtendrán tres potencias de pérdidas:

$$\begin{aligned}P_{\text{Fase-km}}(800) &= 0.568 \text{ KW/km.fase} \\ P_{\text{Fase-km}}(1000) &= 0.9136 \text{ KW/km.fase} \\ P_{\text{Fase-km}}(700) &= 0.431 \text{ KW/km.fase}\end{aligned}$$

Siendo la potencia pérdida total por efecto Corona:

$$Potencia\ total\ pérdida\ por\ efecto\ Corona = 0.568 \cdot 30 \cdot 3 + 0.9136 \cdot 80 \cdot 3 + 0.431 \cdot 50 \cdot 3 = 335.04\ KW$$

Si calculamos ahora las pérdidas por conductancia, obtendremos sustituyendo en la fórmula siguiente, para cada valor de potencia por fase y km, con su correspondiente U_c :

$$G_{Fase-km} = \frac{P_{Fase-km} \cdot 10^{-3}}{\left(\frac{U_c}{\sqrt{3}} \right)^2}$$

$$G_{Fase-km}(800) = 3.703 \cdot 10^{-8}\ Siemens/km.fase$$

$$G_{Fase-km}(1000) = 6.18 \cdot 10^{-8}\ Siemens/km.fase$$

$$G_{Fase-km}(700) = 2.76 \cdot 10^{-8}\ Siemens/km.fase$$

Valor que nos dará un total de:

$$G\ aislador = 3.703 \cdot 10^{-8} \cdot 3 \times 30 + 6.18 \cdot 10^{-8} \cdot 80 \cdot 3 + 2.76 \cdot 10^{-8} \cdot 50 \cdot 3 = 2.23 \cdot 10^{-5}\ Siemens$$

Resumiendo, los valores totales tanto de las pérdidas por efecto Corona como por efecto Aislador son:

$$P\ total = P\ corona + P\ aislador = 706.46\ KW$$

$$G\ total = G\ corona + G\ aislador = 5.0161 \cdot 10^{-5}\ Siemens$$

Estos valores representan, sobre el total de la potencia suministrada por la línea, un valor de:

$$\Delta P = \frac{P_{pérdidas}}{P_{Línea}} 100 = \frac{706.46}{150000} 100 = 0.47\%$$

Valor despreciable frente al total suministrado. Es por este motivo, unido a la dificultad de hallar unos valores fiables, por lo que en muchas ocasiones se desprecia el valor de la conductancia en los cálculos industriales de redes de suministro de energía eléctrica.

PROBLEMA 3.4

Se dispone de una línea de transmisión de energía eléctrica que transporta una potencia de 60 MW desde la central generadora hasta una subestación transformadora situada a una distancia de 250 km. Por motivos de ampliación del grupo de consumidores, y previo estudio, se ha creído necesario ampliar la potencia de suministro hasta un valor de 80 MW. Para lo cual existen dos opciones:

- Ampliar la línea ya existente. Es decir, pasar de dos circuitos tríplex cóndor a dos circuitos cuadrúplex cóndor (manteniendo las mismas torres metálicas), comprobando si la línea modificada es capaz de transportar los 80 MW.
- Construir una nueva línea paralela a la anterior (ésta con 275 km de longitud). En tal caso, se optará por un circuito dúplex cóndor con una distancia entre fases de 7.3m (ver figura). La potencia a transportar será de 20 MW.

HALLAR

1. Comprobar si es posible transportar la nueva potencia con la línea antigua (método del momento eléctrico).
2. Hallar por el método del momento eléctrico las características principales de la primera solución (ampliación de la línea ya existente).
3. En el caso de optar por la construcción de una nueva línea (segunda opción), la longitud de transporte se verá incrementada hasta 275 km. Hallar también las características principales del suministro por el método del momento eléctrico.
4. Indicar para los regímenes de vacío y plena carga, y suponiendo que se ha escogido la opción de construir la nueva línea, cuáles serían las condiciones eléctricas al principio de las líneas aplicando el método de las constantes auxiliares.

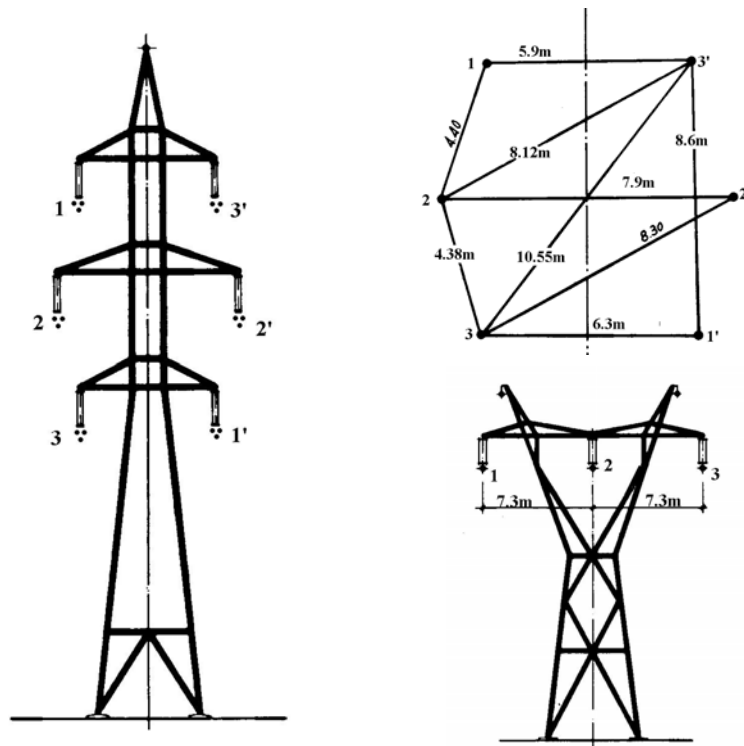


Figura 3.4 a) Línea con dos circuitos tríplex cóndor a 132 kV. b) Disposición y distancia entre fases de la línea tríplex. c) Línea con un circuito dúplex cóndor a 132 kV de tensión

DATOS

Línea existente

Categoría.....1º
Potencia a transportar.....60 MW
Tensión nominal.....132 kV

Longitud.....	250 km
Número y tipo de circuitos.....	2 circuitos tríplex cóndor
Apoyos.....	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase.....	400mm
Factor de potencia	$\cos \varphi_2 = 0.9$ inductivo
Caída de tensión.....	7%

Línea a construir

Categoría.....	1º
Potencia a transportar.....	20 MW
Tensión nominal.....	132 kV
Longitud.....	275 km
Número y tipo de circuitos.....	1 circuito dúplex cóndor
Apoyos.....	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase.....	400mm
Factor de potencia	$\cos \varphi = 0.9$ inductivo
Caída de tensión.....	7%

RESOLUCIÓN

• Cálculo de los parámetros eléctricos

Disponemos de dos circuitos tríplex Cóndor. Aplicando las fórmulas conocidas y dadas en los anexos V, VI y VII para la resistencia, inductancia, susceptancia y conductancia para este sistema y tipo de conductor en particular, tendremos:

• Resistencia

Como existen dos circuitos tríplex:

$$R_{k-fase} = \frac{R_K}{n^\circ \text{ circuitos} \cdot n^\circ \text{ conductores}} = \frac{1}{2} \frac{1}{3} 0.0721 = 0.0120 \Omega / Km$$

El valor de la resistencia por km de un conductor cóndor se ha obtenido en la tabla V.I de los anexos.

• Reactancia inductiva

Para el sistema descrito, la inductancia por km será:

$$X_{K-fase} = \frac{1}{n^\circ \text{ cir}} \left[0.166 + 4.6 \log \frac{De}{\sqrt[3]{\Delta^2 \cdot r}} \right] \cdot 10^{-4} w = \frac{1}{2} \left[0.166 + 4.6 \log \frac{4260}{\sqrt[3]{400^2 \cdot 13.88}} \right] w \cdot 10^{-4} = 0.112 \Omega / Km$$

• Susceptancia

Debe recordarse que la susceptancia es un parámetro transversal, y como tal, el número de circuitos va multiplicando al valor base:

$$B_{K-fase} = n^\circ \text{ circuitos} \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt[3]{\Delta^2 \cdot r}}} w = 2 \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{4260}{\sqrt[3]{400^2 \cdot 13.88}}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 1.01 \cdot 10^{-5} S / Km$$

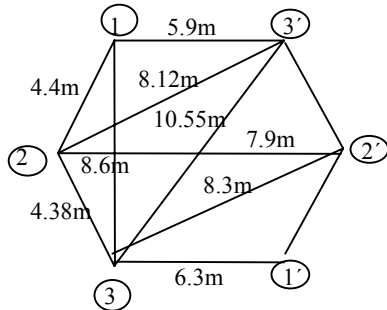
• Conductancia

El valor de la conductancia siempre puede despreciarse, a menos que deseemos cálculos muy precisos.

$$G_{K-fase} = \frac{P_{fase-km}}{V_{fase}^2} \cdot 10^{-3} = 0 S / km$$

- La distancia media geométrica entre fases, así como el radio del conductor son (para dos circuitos triplex), será:

$$\phi = 27.762 \text{ mm} \quad r = 13.88 \text{ mm} \quad S_T = 455.10 \quad \text{Composición } 54 \text{ Al} + 7 \text{ acero}$$



$$D_{11} = \frac{\sqrt{d_{12} \cdot d_{13} \cdot d_{12'} \cdot d_{13'}}}{d_{11'}} = \frac{\sqrt{4.4 \cdot 8.6 \cdot 8.12 \cdot 5.9}}{10.55} = 4.035 \text{ m}$$

$$D_{22} = \frac{\sqrt{d_{21} \cdot d_{23} \cdot d_{21'} \cdot d_{23'}}}{d_{22'}} = \frac{\sqrt{4.4 \cdot 4.38 \cdot 8.3 \cdot 8.12}}{7.9} = 4.56 \text{ m}$$

$$D_{33} = \frac{\sqrt{d_{31} \cdot d_{32} \cdot d_{31'} \cdot d_{32'}}}{d_{33'}} = \frac{\sqrt{8.6 \cdot 4.38 \cdot 8.3 \cdot 6.3}}{10.55} = 4.206 \text{ m}$$

$$D = \sqrt[3]{d_{11} \cdot d_{22} \cdot d_{33}} = 4.26 \text{ m} = 4260 \text{ mm}$$

- Los valores totales para toda la longitud de la línea son:

Como la línea tiene 250 km de longitud, tendremos:

$$R_L = R_{K-fase} \cdot L = 3 \Omega$$

$$X_L = X_{K-fase} \cdot L = j28 \Omega$$

$$G_L = G_{K-fase} \cdot L = 0 \text{ S}$$

$$B_L = B_{K-fase} \cdot L = j2.5 \cdot 10^{-3} \text{ S}$$

$$\bar{Z}_L = (R_L + jX_L) = (3 + j28) = 28.16 \angle 83.88^\circ \Omega$$

$$\bar{Y}_L = (G_L + jB_L) = (0 + j2.5 \cdot 10^{-3}) = 2.5 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ \text{ S}$$

- Cálculo de la impedancia, potencia y ángulo característicos del sistema

Los valores característicos del sistema serán:

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{\bar{Z}_L}{\bar{Y}_L}} = 106.13 \angle -3.06^\circ \Omega \quad \bar{P}_C = \frac{U_n^2}{|\bar{Z}_C|} = \frac{(132)^2}{106.13} = 164.17 \text{ MW}$$

$$\bar{\theta}_C = \sqrt{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L} = 0.2653 \angle 86.94 = (0.01416 + j0.2644) \text{ radianes / s}$$

$$\bar{\theta}_{C-\text{grados}} = \frac{360^\circ}{2\pi} \bar{\theta}_{C-\text{radianes}} = 15.2023 \angle 86.94 = (0.8115 + j15.18) \text{ grados}$$

- Cálculo de las constantes auxiliares del sistema
- Cálculo de las constantes auxiliares del sistema mediante funciones hiperbólicas y circulares

Aplicando las fórmulas correspondientes:

$$\bar{A} = \bar{D} = \cosh \theta_C = (\cosh \theta'_C \cos \theta''_C + j \sinh \theta'_C \sen \theta''_C) = (0.9652 + j3.708 \cdot 10^{-3}) = 0.9652 \angle 0.22^\circ$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_C \sinh \theta_C = \bar{Z}_C (\sinh \theta'_C \cos \theta''_C + j \cosh \theta'_C \sen \theta''_C) = 106.13 \angle -3.06^\circ \cdot (0.26225 \angle 87.01^\circ) = 27.83 \angle 83.95^\circ = (2.933 + j27.67) \Omega$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_C} (\sen \bar{\theta}_C) = 2.47 \cdot 10^{-3} \angle 90.1^\circ = j2.47 \cdot 10^{-3} \text{ S}$$

- **Cálculo de las constantes auxiliares mediante el desarrollo de series de funciones hiperbólicas y circulares**

Recordando que la longitud de línea es de 250km, tendremos que tomar tres términos de las ecuaciones correspondientes:

$$\begin{aligned}\bar{A} = \bar{D} &= \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{2} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{4} \right] = (0.966 + j3.49 \cdot 10^{-3}) = 0.966 \angle 0.207^\circ \\ \bar{B} = \bar{Z}_L &\left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{5} \right] = 28.16 \angle 83.88^\circ \cdot 0.9776 \angle 0.134^\circ = 27.53 \angle 84^\circ \Omega \\ \bar{C} = \bar{Y}_L &\left[1 + \frac{\bar{Z}_L \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \bar{Y}_L)^2}{5} \right] = 2.5 \cdot 10^{-3} \angle 90^\circ \cdot 0.9776 \angle 0.134^\circ = 2.444 \cdot 10^{-3} \angle 90.1^\circ S\end{aligned}$$

- **Comprobación**

Comprobamos los resultados obtenidos (recordar que deben cumplirse las tres condiciones simultáneamente):

$$\begin{aligned}\bar{A}^2 - \bar{B}\bar{C} &= (1 + j0) \Rightarrow 0.9316 \angle 0.44^\circ - 0.0687 \angle 173.95^\circ = (0.99989 + j4.96 \cdot 10^{-3}) \\ (a'^2 - a''^2) + (b''c'') - (b'c') &= 1 \Rightarrow 0.99994 \\ (2a'a'') - (b''c') - (b'c'') &= 0 \Rightarrow 7.1579 \cdot 10^{-3} - 0 - 7244 \cdot 10^{-3} = 8.66 \cdot 10^{-5}\end{aligned}$$

Valores, por tanto, correctos.

1 Comprobar si es posible transportar la nueva potencia con la línea antigua. (Método del momento eléctrico)

Aplicamos las fórmulas dadas para el momento eléctrico y para una longitud de 250km (anexo IX.II):

- **Momento eléctrico**

$$Me = Pe \cdot L = u\% \frac{U_n^2}{R_{K-fase} + X_{Kfase} \cdot \tan \varphi_2} = 0.07 \frac{(132)^2}{0.012 + 0.112 \cdot 0.4843} = 18413 MWkm$$

- **Potencia máxima a transportar**

$$Pe = \frac{Me}{L} = \frac{18413}{250} = 73.65 MW$$

- **Pérdida de potencia que transporta la línea (anexo IX.III)**

$$P_{K\%} = \frac{100 R_{K-fase}}{U_n^2} \cdot \frac{Pe}{\cos^2 \varphi_2} = \frac{100 \cdot 0.012 \cdot 73.65}{(132)^2 (0.9)^2} = 6.26 \cdot 10^{-3} \%$$

$$P_{100km} = P_{K\%} \cdot 100 = 0.626\% \quad (\text{valor perfectamente admisible})$$

$$P_{pérdida-total-\%} = P_{K\%} \cdot L = \frac{6.26 \cdot 10^{-3}}{100} \cdot 250 = 0.0156 = 1.56\%$$

$$P_{pérdida-total} = P_{T\%} \cdot Pe = 0.0156 \cdot 73.65 = 1.15 MW$$

- **Pérdida de potencia por efecto térmico**

La fórmula, así como los coeficientes y factores de corrección, pueden hallarse en los anexos IX.IV. (Pérdida de potencia por efecto térmico.)

$$P_{max} = I_{max} \sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi_2 = 799.61 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \sqrt{3} \cdot 132000 \cdot 0.9 = 987.2 \text{ MW}$$

La tensión de línea es dato, así como el factor de potencia final. Para hallar el valor de la I_{max} entraremos en la tabla V.III y se escoge: $I_{max-adm} = 799.61 \text{ A}$ (valor para un conductor).

Esta es la intensidad para un solo conductor Cóndor. Como en nuestro caso tenemos dos circuitos triplex, multiplicaremos este valor por $2 \times 3 = 6$.

Por tanto, esta línea está suficientemente dimensionada para transportar los 60MW pedidos, ya que tanto por límite térmico (987.2MW) como por la potencia máxima por momento eléctrico (73.65MW) se superan estos 60MW, además cumpliendo con una caída de tensión muy reducida (0.626%-100km).

Sí intentamos transportar los 80MW pedidos con la nueva ampliación, vemos que la línea existente resulta insuficiente, siendo necesario recurrir a otras opciones.

2 Hallar por el método del momento eléctrico las características principales de la primera solución (modificar la línea ya existente colocando dos circuitos cuádruplex Cóndor)

Con el método ya utilizado del momento eléctrico, vamos a comprobar si modificando la línea ya existente (pasamos de dos circuitos triplex cóndor, a dos circuitos cuádruplex cóndor) es posible transportar la nueva potencia pedida (80MW).

Esta solución sería la más económica, ya que permitiría aprovechar las torres metálicas ya existentes (sólo se debería modificar el tipo de sujeción de los conductores para adaptarlas a los dos circuitos cuádruplex). Para comprobarlo, primeramente será necesario calcular para la nueva línea los nuevos parámetros eléctricos.

- **Cálculo de los parámetros eléctricos de la línea antigua modificada**

Disponemos de dos circuitos cuádruplex Cóndor. Aplicando las fórmulas de los anexos V, VI, y VII para la resistencia, inductancia, susceptancia y conductancia para este sistema y tipo de conductor en particular, tendremos:

- **Resistencia**

Como existen dos circuitos cuádruplex Cóndor, tendremos:

$$R_{k-fase} = \frac{R_K}{n^\circ \text{ circuitos} \bullet n^\circ \text{ conductores}} = \frac{1}{2} \frac{1}{4} 0.0721 = 9 \cdot 10^{-3} \Omega / Km$$

El valor de la resistencia por km de un conductor cóndor se ha obtenido en la tabla V.I de los anexos.

- **Reactancia inductiva**

Para el sistema descrito, la inductancia por km será:

$$\begin{aligned} X_{K-fase} &= \frac{1}{n^\circ \text{ cir}} \left[0.125 + 4.6 \log \frac{De}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot \Delta^3 \cdot r}} \right] \cdot 10^{-4} w = \\ &= \frac{1}{2} \left[0.125 + 4.6 \log \frac{4260}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot 400^3 \cdot 13.88}} \right] \cdot 10^{-4} = 0.0998 \Omega / Km \end{aligned}$$

- **Susceptancia**

Debe recordarse que la susceptancia es un parámetro transversal, y como tal, el número de circuitos va multiplicando al valor base:

$$B_{K-fase} = n^{\circ} \text{ circuitos} \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot \Delta^3 \cdot r}}} w = 2 \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{4260}{\sqrt[4]{\sqrt{2} \cdot 400^3 \cdot 13.88}}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 1.122 \cdot 10^{-5} S / Km$$

- **Conductancia**

El valor de la conductancia siempre puede despreciarse, a menos que deseemos cálculos muy precisos.

$$G_{K-fase} = \frac{P_{fase-km}}{V_{fase}^2} \cdot 10^{-3} = 0$$

La distancia media geométrica entre fases, así como el radio del conductor, han sido ya calculados anteriormente (estos valores no cambian con la modificación realizada en la línea):

Una vez conocidos los parámetros eléctricos principales, y aplicando las fórmulas ya conocidas y dadas en el anexo IX.II, hallamos las siguientes magnitudes eléctricas (nótese que no es necesario buscar los valores totales para toda la longitud de la línea, ya que el método del momento eléctrico utiliza solamente los valores por km y fase):

- **Momento eléctrico**

$$Me = Pe \cdot L = u\% \frac{U_n^2}{R_{K-fase} + X_{K-fase} \tan \varphi_2} = 0.07 \frac{(132)^2}{9 \cdot 10^{-3} + 0.0998 \cdot 0.4843} = 21273.6 MWkm$$

- **Potencia máxima a transportar**

$$Pe = \frac{Me}{L} = \frac{21273.6}{250} = 85.1 MW$$

- **Pérdida de potencia que transporta la línea (anexo IX.III)**

$$P_{K\%} = \frac{100 R_{K-fase}}{U_n^2} \cdot \frac{Pe}{\cos^2 \varphi_2} = \frac{100 \cdot 9 \cdot 10^{-3} \cdot 85.1}{(132)^2 (0.9)^2} = 5.426 \cdot 10^{-3} \%$$

$$P_{100km\%} = P_{K\%} \cdot 100 = 0.542\% \quad (\text{valor perfectamente admisible})$$

$$P_{pérdida-total-\%} = P_{K\%} \cdot L = \frac{5.426 \cdot 10^{-3}}{100} \cdot 250 = 0.01356 = 1.35\%$$

$$P_{pérdida-total} = P_{T\%} \cdot Pe = 0.01356 \cdot 85.1 = 1.153 MW$$

- **Pérdida de potencia por efecto térmico**

La fórmula, así como los coeficientes y factores de corrección a aplicar; pueden hallarse en los anexos IX.IV. (Pérdida de potencia por efecto térmico.)

$$P_{max} = I_{max} \sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi_2 = 799.61 \cdot 2 \cdot 4 \cdot \sqrt{3} \cdot 132000 \cdot 0.9 = 1316 MW$$

La tensión de línea es dato, así como el factor de potencia final. Para hallar el valor de la I_{max} deberemos entrar en la tabla V.III y escoger: $I_{max-adm} = 799.6 A$ para cada uno de los conductores cóndor.

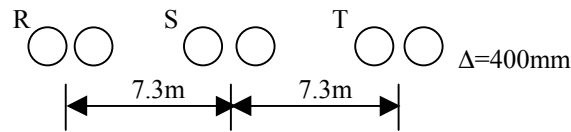
Esta es la intensidad para un solo conductor Cóndor. Como en nuestro caso tenemos dos circuitos cuadrúplex, multiplicaremos éste valor por $2 \times 4 = 8$.

Por tanto la línea está suficientemente dimensionada para transportar los 80MW pedidos, ya que tanto por límite térmico (1316MW) como por la potencia máxima por momento eléctrico (85.1MW) se superan estos 80MW, además cumpliendo con una caída de tensión muy reducida (0.54%-100km).

3 En el caso de optar por la construcción de la nueva línea, la longitud de transporte se vería incrementada hasta 275 km. Hallar las características principales del suministro

Elegimos como nueva línea, la formada por un circuito dúplex con conductores tipo cóndor. Esta nueva línea tendrá un trazado de 275km y discurrirá prácticamente paralela a la antigua línea (es muy difícil que dos líneas, sino se construyen a la vez, puedan tener la misma longitud, este es el motivo por el que la nueva línea dispone de 25km más de longitud que la antigua).

- **La disposición de los conductores es la siguiente**



- **Cálculo de los parámetros eléctricos por km de línea** (fórmulas dadas en los anexos V, VI, y VII)
- **Radio equivalente y distancia media geométrica entre fases**

El radio equivalente, al tratarse de un circuito dúplex es:

$$re = \sqrt{\Delta \cdot r} = \sqrt{400 \cdot 13.88} = 75.51 \text{ mm} \quad \text{con } r = 13.881 \text{ mm (Tabla V.I, de los anexos)}$$

Siendo la distancia media geométrica entre fases para un solo circuito (ver figura del circuito):

$$De = \sqrt[3]{7.3 \cdot 7.3 \cdot 2 \cdot 7.3} = 9.197 \text{ m} = 9197 \text{ mm}$$

- **Además, cabe recordar que:** $\Delta = 400 \text{ mm}$ y que $\cos \varphi_2 = 0.9$, por tanto: $\varphi_2 = 25.84^\circ$
- **Resistencia por km** (para un circuito simple el valor coincide con el valor dado en tablas V.I)

$$R_{k-fase} = \frac{R_K}{n^\circ \text{ circuitos} \cdot n^\circ \text{ conductores}} = \frac{1}{1} \frac{1}{2} 0.0721 = 0.03605 \Omega / \text{Km}$$

- **Inductancia reactiva por km** (para un circuito simple)

$$X_{K-fase} = \frac{1}{n^\circ \text{ circui}} \left[0.25 + 4.6 \log \frac{De}{\sqrt{\Delta \cdot r}} \right] \cdot w \cdot 10^{-4} = \frac{1}{1} \left[0.25 + 4.6 \log \frac{9197}{\sqrt{400 \cdot 13.88}} \right] \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot 10^{-4} = 0.31 \Omega / \text{km}$$

- **Susceptancia**

Debe recordarse que la susceptancia es un parámetro transversal, y como tal, el número de circuitos va multiplicando al valor base:

$$B_{K-fase} = n^\circ \text{ circuitos} \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{De}{\sqrt{\Delta \cdot re}}} w = 1 \cdot \frac{24.2 \cdot 10^{-9}}{\log \frac{9197}{\sqrt{400 \cdot 13.88}}} \cdot 2 \cdot \pi \cdot 50 = 3.63 \cdot 10^{-6} \text{ S} / \text{Km}$$

- **Conductancia**

El valor de la conductancia siempre puede despreciarse, a menos que deseemos cálculos muy precisos.

$$G_{K-fase} = \frac{P_{fase-km}}{V_{fase}^2} \cdot 10^{-3} = 0$$

Una vez conocidos los parámetros eléctricos principales, y aplicando las fórmulas dadas en el anexo IX.II, hallamos las siguientes magnitudes eléctricas (nótese que no es necesario buscar los valores totales para toda la longitud de la línea, ya que el método del momento eléctrico utiliza solamente los valores por km y fase):

- **Momento eléctrico**

$$Me = Pe \cdot L = u\% \frac{U_n^2}{R_{K-fase} + X_{K-fase} \tan \varphi_2} = 0.07 \frac{(132)^2}{0.03605 + 0.31 \cdot 0.4843} = 6550.97 MWkm$$

- **Potencia máxima a transportar**

$$Pe = \frac{Me}{L} = \frac{6550.97}{275} = 23.82 MW$$

- **Pérdida de potencia que transporta la línea (anexo IX.III)**

$$P_{K\%} = \frac{100 R_{K-fase}}{U_n^2} \cdot \frac{Pe}{\cos^2 \varphi_2} = \frac{100 \cdot 0.03605 \cdot 23.82}{(132)^2 (0.9)^2} = 6.084 \cdot 10^{-3} \%$$

$$P_{100km} = P_{K\%} \cdot 100 = 0.608\% \quad (\text{valor perfectamente admisible})$$

$$P_{pérdida-total-\%} = P_{K\%} \cdot L = 6.084 \cdot 10^{-3} \cdot 275 = 1.67\%$$

$$P_{pérdida-total} = P_{T\%} \cdot Pe = 0.0167 \cdot 23.82 = 0.398 MW$$

- **Pérdida de potencia por efecto térmico**

La fórmula, así como los coeficientes y factores de corrección a aplicar, pueden hallarse en los anexos IX.IV. (Pérdida de potencia por efecto térmico.)

$$P_{max} = I_{max} \sqrt{3} \cdot U_n \cdot \cos \varphi_2 = 799.61 \cdot \sqrt{3} \cdot 132000 \cdot 0.9 = 164.5 MW$$

La tensión de línea es dato, así como el factor de potencia final. Para hallar el valor de la I_{max} deberemos entrar en la tabla V.III y escoger: $I_{max-adm} = 799.6 A$ para sólo un conductor simple tipo cóndor.

Por tanto la línea está suficientemente dimensionada para transportar los 20MW pedidos, ya que tanto por límite térmico (164.5MW) como por la potencia máxima por momento eléctrico (23.82MW), se superan estos 20MW, además cumpliendo con una caída de tensión muy reducida (1.67%-100km).

4 Indicar, para los regímenes de vacío y plena carga, y suponiendo que se ha escogido la opción de construir la nueva línea, cuáles serán las condiciones eléctricas al principio de las líneas, por el método de las constantes auxiliares

Los valores de los parámetros eléctricos por km y fase de la nueva línea han sido ya calculados; por tanto, los valores para toda la longitud de la nueva línea serán:

- **Los valores totales para toda la longitud de la nueva línea son:**

Como la línea tiene 275km, tendremos:

$$R_L = R_{K-fase} \cdot L = 0.03605 \cdot 275 = 9.913 \Omega$$

$$X_L = X_{K-fase} \cdot L = 0.31 \cdot 275 = j85.25 \Omega$$

$$G_L = G_{K-fase} \cdot L = 0 S$$

$$B_L = B_{K-fase} \cdot L = j3.63 \cdot 10^{-6} \cdot 275 = 9.98 \cdot 10^{-4} S$$

$$\bar{Z}_L = (R_L + jX_L) = (9.91 + j85.25) = 85.82 \angle 83.37^\circ \Omega$$

$$\bar{Y}_L = (G_L + jB_L) = (0 + j9.98 \cdot 10^{-4}) = 9.98 \cdot 10^{-4} \angle 90^\circ S$$

- **Cálculo de la impedancia, potencia y ángulo característicos de la nueva línea**

Los valores característicos del sistema serán:

$$\bar{Z}_C = \sqrt{\frac{\bar{Z}_L}{\bar{Y}_L}} = 293.24 \angle -3.31^\circ \Omega \quad \bar{P}_C = \frac{U_n^2}{|\bar{Z}_C|} = \frac{(132)^2}{293.24} = 59.42 MW$$

$$\bar{\theta}_C = \sqrt{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L} = 0.2926 \angle 86.68^\circ = (0.0169 + j0.292) \text{radianes} / s$$

$$\bar{\theta}_{C-\text{grados}} = \frac{360^\circ}{2\pi} \bar{\theta}_{C-\text{radianes}} = 16.765 \angle 86.68^\circ = (0.971 + j16.73) \text{grados}$$

- **Cálculo de las constantes auxiliares de la nueva línea**
- **Cálculo de las constantes auxiliares del sistema mediante funciones hiperbólicas y circulares**

Aplicando las fórmulas correspondientes:

$$\bar{A} = \bar{D} = \cosh \theta_C = (\cosh \theta'_C \cos \theta''_C + j \sinh \theta'_C \sin \theta''_C) = (0.9578 + j4.86 \cdot 10^{-3}) = 0.9578 \angle 0.29^\circ$$

$$\bar{B} = \bar{Z}_C \sinh \theta_C = \bar{Z}_C (\sinh \theta'_C \cos \theta''_C + j \cosh \theta'_C \sin \theta''_C) = 293.24 \angle -3.31^\circ \cdot 0.288 \angle 86.8^\circ = 84.45 \angle 83.49^\circ = (9.57 + j83.91) \Omega$$

$$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_C} (\sinh \bar{\theta}_C) = 9.82 \cdot 10^{-4} \angle 90.11^\circ = (-1.885 \cdot 10^{-6} + j9.82 \cdot 10^{-4}) S$$

- **Comprobación**

Comprobamos los resultados obtenidos (recordar que deben cumplirse las tres condiciones simultáneamente):

$$\bar{A}^2 - \bar{B}\bar{C} = (1 + j0) \Rightarrow 0.9174 \angle 0.58^\circ - 0.0829 \angle 173.6^\circ = (0.9997 + j4.582 \cdot 10^{-5})$$

$$(a'^2 - a''^2) + (b''c'') - (b'c') = 1 \Rightarrow 0.9173 + 0.0824 - (-1.81 \cdot 10^{-5}) = 0.99977$$

$$(2a'a'') - (b''c') - (b'c'') = 0 \Rightarrow 9.3098 \cdot 10^{-3} - (-1.577 \cdot 10^{-4}) - 9.3977 \cdot 10^{-3} = 7.024 \cdot 10^{-5}$$

Valores, por tanto, correctos.

Ya disponemos de los parámetros eléctricos más importantes para las dos líneas (la primera línea ha sido calculada en el apartado primero, mientras que en este apartado se han calculado los parámetros eléctricos para la segunda línea o nueva línea).

Para denominar a cada una de las líneas utilizaremos la siguiente nomenclatura:

- **Línea antigua: sin la tilde.** Por ejemplo, la tensión al final de línea será: U_2
- **Línea nueva: con la tilde.** Por ejemplo, la tensión al final de línea será: U_2'

- **Condiciones eléctricas al inicio de línea**
- **Línea antigua**

Partimos de los siguientes datos:

$$\bar{U}_2 = 1320000 \angle 0^\circ V \quad \bar{V}_2 = 76210.2 \angle 0^\circ V \quad \cos \varphi_2 = 0.9, \Rightarrow \varphi_2 = 25.84^\circ$$

- **Línea antigua en carga**

$$P_2 = 60 MW \quad \text{y por tanto:} \quad I_2 = \frac{60 \cdot 10^6}{132 \cdot 10^3 \sqrt{3} \cdot 0.9} = 291.6 \angle -25.84^\circ A$$

Aplicando las ecuaciones dadas para el método de las constantes auxiliares (anexo VII.III):

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \bar{A} + \bar{I}_2 \bar{B} = 73558 \angle 0.22^\circ + 8115.2 \angle 58.11^\circ = 78174.4 \angle 5.26^\circ V \rightarrow \bar{U}_1 = \bar{V}_1 \cdot \sqrt{3} = 135402 \angle 5.26^\circ V \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \bar{C} + \bar{I}_2 \bar{D} = 188.24 \angle 90.1^\circ + 281.45 \angle -25.84^\circ = 261.3 \angle 14.53^\circ A \end{aligned}$$

Las restantes magnitudes eléctricas al principio de línea y en carga serán:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_{U1} - \varphi_{I1} = 5.26^\circ - 14.53^\circ = -9.27^\circ \quad \cos \varphi_1 = 0.9869 \\ P_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 = 135402 \cdot 261.34 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-9.27^\circ) = 60.49 MW \\ Q_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 = 135402 \cdot 261.34 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(-9.27^\circ) = -9.87 MVAR \\ \bar{S}_1 &= (P_1 + jQ_1) = (60.49 - j9.87) = 61.29 \angle -9.27^\circ MVA \end{aligned}$$

- **Línea antigua en vacío**

$$P_2 = 0 MW, \quad \bar{V}_2 = 76210.2 \angle 0^\circ V \quad \text{y por tanto:} \quad I_2 = \frac{0}{132 \cdot 10^3 \sqrt{3} \cdot 0.9} = 0 A$$

Aplicando las ecuaciones dadas para el método de las constantes auxiliares (anexo VII.III):

$$\begin{aligned} \bar{V}_1 &= \bar{V}_2 \bar{A} = 73558 \angle 0.22^\circ V \rightarrow \bar{U}_1 = 127406.2 \angle 0.22^\circ V \\ \bar{I}_1 &= \bar{V}_2 \bar{C} = 188.24 \angle 90.1^\circ A \end{aligned}$$

Las restantes magnitudes eléctricas al principio de línea y en vacío serán:

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= \varphi_{U1} - \varphi_{I1} = 0.22^\circ - 90.1^\circ = -89.88^\circ \quad \cos \varphi_1 = 2.094 \cdot 10^{-3} \\ P_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 = 127406.2 \cdot 188.24 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-89.88^\circ) = 87000 W \\ Q_1 &= U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 = 127406.2 \cdot 188.24 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(-89.88^\circ) = -41.54 MVAR \\ \bar{S}_1 &= (P_1 + jQ_1) = (0.087 - j41.54) = 41.54 \angle -89.88^\circ MVA \end{aligned}$$

- **Línea nueva**

Partimos de los siguientes datos:

$$\bar{U}_2' = 1320000 \angle 0^\circ V \quad \bar{V}_2' = 76210.2 \angle 0^\circ V \quad \cos \varphi_2' = 0.9, \Rightarrow \varphi_2' = 25.84^\circ$$

- **Línea nueva en carga**

$$P_2' = 20 MW \quad \text{y por tanto:} \quad I_2' = \frac{20 \cdot 10^6}{132 \cdot 10^3 \sqrt{3} \cdot 0.9} = 97.19 \angle -25.84^\circ A$$

Aplicando las ecuaciones dadas para el método de las constantes auxiliares (anexo VII.III):

$$\begin{aligned}\bar{V}_1' &= \bar{V}_2' \bar{A}' + \bar{I}_2' \bar{B}' = 72994.2 \angle 0.29^\circ + 8207.7 \angle 57.65^\circ = 77728.9 \angle 5.39^\circ \\ \rightarrow \bar{U}_1' &= \bar{V}_1' \cdot \sqrt{3} = 134630.5 \angle 5.39^\circ V \\ \bar{I}_1' &= \bar{V}_2' \cdot \bar{C}' + \bar{I}_2' \cdot \bar{D}' = 74.84 \angle 90.11^\circ + 93.09 \angle -25.55^\circ = 90.73 \angle 22.48^\circ A\end{aligned}$$

Las restantes magnitudes eléctricas al principio de línea y en carga serán:

$$\begin{aligned}\varphi_1' &= \varphi_{U_1}' - \varphi_{I_1}' = 5.39^\circ - 22.48^\circ = -17.09^\circ \quad \cos \varphi_1' = 0.9558 \\ P_1' &= U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1' = 134630.5 \cdot 90.73 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-17.09^\circ) = 20.223 MW \\ Q_1' &= U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1' = 134630.5 \cdot 90.73 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(-17.09^\circ) = -6.22 MVAR \\ \bar{S}_1' &= (P_1' + jQ_1') = (20.223 - j6.22) = 21.16 \angle -17.09^\circ MVA\end{aligned}$$

- **Línea nueva en vacío**

$$P_2' = 0 MW, \quad \bar{V}_2' = 76210.2 \angle 0^\circ V \quad \text{y por tanto:} \quad I_2' = \frac{0}{132 \cdot 10^3 \sqrt{3} \cdot 0.9} = 0 A$$

Aplicando las ecuaciones dadas para el método de las constantes auxiliares (anexo VII.III):

$$\begin{aligned}\bar{V}_1' &= \bar{V}_2' \bar{A}' = 72994.2 \angle 0.29^\circ V \rightarrow \bar{U}_1' = \bar{V}_1' \cdot \sqrt{3} = 126429.7 \angle 0.29^\circ V \\ \bar{I}_1' &= \bar{V}_2' \cdot \bar{C}' = 74.84 \angle 90.11^\circ A\end{aligned}$$

Las restantes magnitudes eléctricas al principio de línea y en vacío serán:

$$\begin{aligned}\varphi_1' &= \varphi_{U_1}' - \varphi_{I_1}' = 0.29^\circ - 90.11^\circ = -89.82^\circ \quad \cos \varphi_1' = 3.141 \cdot 10^{-3} \\ P_1' &= U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1' = 126429.7 \cdot 74.84 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-89.82^\circ) = 51486.4 W \\ Q_1' &= U_1' \cdot I_1' \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1' = 126429.7 \cdot 74.84 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin(-89.82^\circ) = -16.39 MVAR \\ \bar{S}_1' &= (P_1' + jQ_1') = (0.0514 - j16.39) = 16.39 \angle -89.82^\circ MVA\end{aligned}$$

PROBLEMA 3.5

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de dos transformadores con dos bobinados cada uno. Una línea de interconexión conecta la línea con unos usuarios, siendo las demandas de potencia las que indicadas en la figura. Las características de los transformadores, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan en la figura.

HALLAR

- Si la tensión en el nudo "1" es de 380kV constantes
- 1 La potencia reactiva capacitiva que deberá disponer el compensador síncrono, situado en bornes de las barras "4", para que la tensión en las mismas sea de 50kV, en los dos casos que se indican. Dar también el valor de las intensidades de la línea.
 - 2 La potencia reactiva capacitiva que deberá disponer el compensador síncrono, situado en bornes de las barras "4", para que la tensión en las mismas sea de 45kV, en los dos casos que se indican. Dar también el valor de las intensidades de la línea.

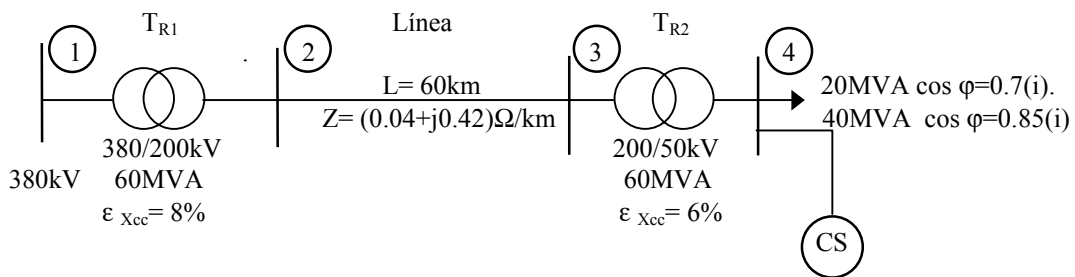
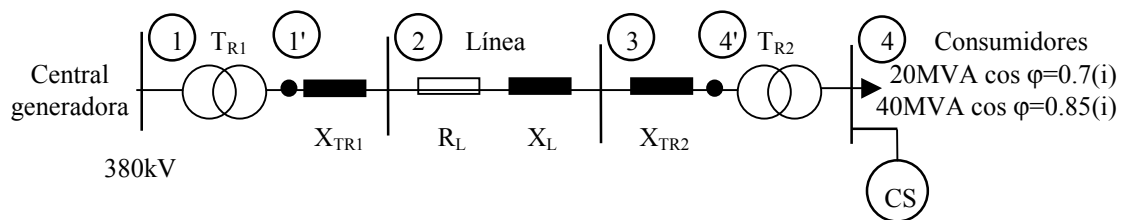


Figura 3.5 Sistema completo de potencia correspondiente al problema 3.5

RESOLUCIÓN

En primer lugar volveremos a representar el sistema de potencia, pero ahora con sus respectivas impedancias:

- Sistema de potencia con sus respectivas impedancias



- Cálculo de las impedancias de todos los componentes
- Línea : (200kV)

$$\bar{Z}_L = 60 \text{ km } (0.04 + j 0.42) \Omega/\text{km} = (2.4 + j 25.2) \Omega = 25.314 \angle 84.56^\circ \Omega$$

- Transformadores T_{R1} y T_{R2} : (200kV)

$$\bullet T_{R1}: \bar{X}_{TR1} = \frac{U^2}{S_1} \cdot \varepsilon_{x_{cc1}} = \frac{200^2}{60} \cdot 0.08 = j53.33 \Omega$$

$$\bullet T_{R2}: \bar{X}_{TR2} = \frac{U^2}{S_2} \cdot \epsilon_{xsc2} = \frac{200^2}{60} \cdot 0.06 = j40\Omega$$

La impedancia total vista desde los puntos "1'" al "4'", será:

$$\bar{Z}_{1'4'} = (2.4 + j(53.33 + 25.2 + 40)) = (2.4 + j118.53) = 118.55 \angle 88.84^\circ \Omega$$

• **Relaciones de transformación**

$$m_{TR1} = \frac{380}{200} = 1.9 \quad m_{TR2} = \frac{200}{50} = 4$$

1 Potencia reactiva capacitiva del compensador síncrono, en barras "4", para que la tensión en las mismas sea de 50kV

1.1 Con una potencia de consumo de 20MVA y un factor de potencia de $\cos \phi_4=0.7$ (inductivo)

• **Condiciones eléctricas al final de línea**

• **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4"**

$$S_4 = 20 \text{ MVA}$$

$$\phi_4 = \arccos 0.7 = 45.573^\circ$$

$$P_4 = S_4 \cos \phi_4 = 20 \cdot 0.7 = 14 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \sin \phi_4 = 20 \cdot \sin 45.573^\circ = 14.283 \text{ MVAR}$$

$$U_4 = 50000 \text{ V}$$

• **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4'"**

$$S_{4'} = 20 \text{ MVA}$$

$$\phi_{4'} = \arccos 0.7 = 45.573^\circ$$

$$P_{4'} = S_{4'} \cos \phi_{4'} = 20 \cdot 0.7 = 14 \text{ MW}$$

$$Q_{4'} = S_{4'} \sin \phi_{4'} = 20 \cdot \sin 45.573^\circ = 14.283 \text{ MVAR}$$

$$U_{4'} = 200 \text{ kV}$$

Un transformador no modifica las potencias ni la frecuencia, sólo el valor del desfase y la tensión e intensidad.

Nos falta hallar la intensidad en barras "4'", para tener las seis magnitudes eléctricas fundamentales en esta zona (suponiendo, al ser final de línea, que la tensión en barras "4'" dispone de un ángulo de desfase de 0°).

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_{4'}} \angle \phi_{V4'} - \phi_{I4'} = \frac{14 \cdot 10^6}{200.000 \sqrt{3} \cdot 0.7} \angle 0^\circ - 45.57^\circ = 57.735 \angle -45.57^\circ \text{ A}$$

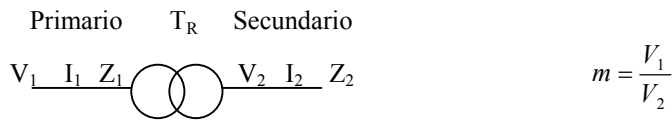
APUNTES DE TEORÍA

- **Recordar que con sistemas de potencia siempre se trabaja en estrella (si existe algún triángulo las fórmulas siguen siendo válidas, ya que se procede previamente a su conversión de triángulo a estrella). Y en estrella existen dos relaciones que no deben olvidarse:**

$$\boxed{\bar{V}_{FASE} = \frac{\bar{U}_{LÍNEA}}{\sqrt{3}} \quad \bar{I}_{FASE} = \bar{I}_{LÍNEA}}$$

- **Asimismo, los transformadores, introducen modificaciones en algunas magnitudes:**

Si suponemos que disponemos de un transformador reductor y $V_1 > V_2$ tendremos las siguientes relaciones:



Relación de transformación (siempre es mejor calcularla de forma que el numerador sea mayor que el denominador, es decir, que $m > 1$).

- **Las otras relaciones son:**

Del secundario al primario

Del primario al secundario

$$\bar{I}_1 = \frac{\bar{I}_2}{m} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot m \quad \bar{Z}_1 = \bar{Z}_2 \cdot m^2 \quad \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot m \quad \bar{V}_2 = \frac{\bar{V}_1}{m} \quad \bar{Z}_2 = \frac{\bar{Z}_1}{m^2}$$

- **El ángulo total para un determinado punto será:** $\varphi_T = \varphi_U - \varphi_I$
- **Para el resto de fórmulas consultar los anexos.**

Siguiendo con nuestro problema, se nos plantea el siguiente problema: en barras "1" la tensión es de 380kV fijos (ya que provienen de una central generadora). Tener 380kV en las barras "1" significa tener 200kV en las barras "1' ". Por otra parte, deseamos obtener 50kV en las barras "4", lo que significa que en barras "4' " la tensión es de 200kV.

Vamos a comprobar primeramente si, sin compensar, pueden obtenerse los valores requeridos. Para ello aplicamos las fórmulas de caída de tensión en líneas cortas:

$$\text{Con: } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{200000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 115470 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 115470 \angle 0^\circ + 57.74 \angle -45.57^\circ \cdot 118.55 \angle 88.84^\circ = 120545.5 \angle 2.23^\circ V$$

$$\text{Cifra que pasada a valores de línea nos da: } \bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 120545.5 \angle 2.23^\circ \cdot \sqrt{3} = 208791 \angle 2.23^\circ V$$

Debíamos obtener 200kV en barras "1' ", y obtenemos 208.8kV, por tanto es necesario compensar para disminuir la caída de tensión de la línea.

- **Cálculo de la potencia de compensación**

Para el cálculo de la potencia de compensación se utilizarán las siguientes expresiones, recordando que compensamos entre los dos puntos o barras en las cuales deseamos fijar la tensión. Es decir, desde las barras "1' " hasta las barras "4' ":

$$Q_{4'NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2}$$

$$K = \frac{U_{1'} \cdot U_{4'}}{Z_{1'4'}} = \frac{200 \cdot 200}{118.55} = 337.41$$

$$Kp = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \cos \varphi_{\hat{Z}_{1'4'}} = \frac{200^2}{118.55} \cdot \cos 88.84^\circ = 6.83$$

$$Kq = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \sin \varphi_{\hat{Z}_{1'4'}} = \frac{200^2}{118.55} \cdot \sin 88.84^\circ = 337.34$$

La potencia activa en barras "4' " coincide con la de las barras "4":

$$Q_{4'NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2} = -337.34 \pm \sqrt{337.41^2 - (14 + 6.83)^2} = \\ = -337.34 \pm 336.76 = -0.575 MVAR$$

Ésta será la nueva potencia reactiva en barras "4" para que se cumplan las condiciones eléctricas deseadas.

La potencia reactiva de compensación que deberá entregar el compensador síncrono situado en las barras "4' " será (el valor de esta potencia es el mismo en las barras "4" que en las "4' ", ya que el paso por el transformador no modifican su valor):

$$Q_{comp} = Q_{4'NUEVA} - Q_{4'ANTIGUA} = -0.575 - 14.283 = -14.858 MVAR$$

La reactancia capacitiva y la capacidad equivalente del compensador síncrono serán (estas magnitudes sí sufren cambios al pasar a través de un transformador, por tanto ya están calculadas a la tensión de las barras "4"):

$$\bar{X}_c = \frac{U^2}{Q_{comp}} = \frac{50^2}{-14.858} = -j168.262 \Omega \quad \text{y,} \quad C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_c} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 168.262} = 18.92 \mu F$$

Vamos a comprobar, finalmente, si con estas nuevas condiciones se cumplen los requisitos pedidos (nótese que sólo cambiamos la potencia reactiva, aunque este cambio repercute en alguna de las restantes magnitudes eléctricas).

- **Las nuevas condiciones en barras "4' " después de la compensación serán:**

$$Q_{4'} = -0.575 MVAR$$

$$P_{4'} = 20 \cdot 0.7 = 14 MW \text{ (no cambia nunca, ya que es un factor de calidad)}$$

$$S_{4'} = (P_{4'} + j Q_{4'}) = (14 - j 0.575) = 14.01 \angle -2.33^\circ MVA$$

$$\varphi_{4'} = \varphi_{S_{4'}} = -2.33^\circ = \varphi_{U_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}$$

$$U_{4'} = 200(0^\circ kV \text{ (esta magnitud tampoco cambia, ya que es precisamente la que deseamos mantener fija)})$$

La nueva intensidad en barras "4' " será:

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle (\varphi_{V_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}) = \frac{14 \cdot 10^6}{200.000 \sqrt{3} \cdot 0.999} \angle (0^\circ + 2.33^\circ) = 40.44 \angle 2.33^\circ A$$

Y comprobando, de nuevo, el valor que adopta la tensión en barras "1' " con estas nuevas condiciones:

$$\text{Con: } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{200000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 115470 \angle 0^\circ V$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 115470 \angle 0^\circ + 40.44 \angle 2.33^\circ \cdot 118.55 \angle 88.84^\circ = 115471 \angle 2.38^\circ V$$

$$\text{Cifra que pasada a valores de línea nos da: } \bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 115471 \angle 2.38^\circ \cdot \sqrt{3} = 200001 \angle 2.38^\circ V$$

Valor que coincide perfectamente con el valor pedido:

1.2 Con una potencia de consumos de 40MVA, y un factor de potencia de $\cos \varphi_4=0.85$ (inductivo)

- **Condiciones eléctricas al final de línea**
- **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4"**

$$S_4 = 40 MVA$$

$$\begin{aligned}\varphi_4 &= \arccos 0.85 = 31.788^\circ \\ P_4 &= S_4 \cos \varphi = 40 \cdot 0.85 = 34 \text{ MW} \\ Q_4 &= S_4 \sin \varphi = 40 \cdot \sin 31.788^\circ = 21.071 \text{ MVAR} \\ U_4 &= 50 \text{ kV}\end{aligned}$$

• **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4' "**

$$\begin{aligned}S_{4'} &= 40 \text{ MVA} \\ \varphi_{4'} &= \arccos 0.85 = 31.788^\circ \\ P_{4'} &= S_{4'} \cos \varphi_{4'} = 40 \cdot 0.85 = 34 \text{ MW} \\ Q_{4'} &= S_{4'} \sin \varphi_{4'} = 40 \cdot \sin 31.788^\circ = 21.071 \text{ MVAR} \\ U_{4'} &= 200 \text{ kV}\end{aligned}$$

Un transformador no modifica las potencias ni la frecuencia, sólo el valor del desfase, la tensión e intensidad.

Nos falta hallar la intensidad en las barras "4' " (suponiendo, al ser final de línea, que la tensión en barras "4' " dispone de un ángulo de desfase de 0°).

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle (\varphi_{V_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}) = \frac{34 \cdot 10^6}{200.000 \sqrt{3} \cdot 0.85} \angle (0^\circ - 31.8^\circ) = 115.47 \angle -31.8^\circ \text{ A}$$

Vamos a comprobar primeramente si, sin compensar, pueden obtenerse los valores requeridos. Para ello aplicamos las fórmulas de caída de tensión en líneas cortas:

$$\text{Con: } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{200000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 115470 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 115470 \angle 0^\circ + 115.47 \angle -31.8^\circ \cdot 118.55 \angle 88.84^\circ = 123450 \angle 5.33^\circ \text{ V}$$

$$\text{Cifra que pasada a valores de línea nos da: } \bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 123450 \angle 5.33^\circ \cdot \sqrt{3} = 213822 \angle 5.33^\circ \text{ V}$$

Debíamos obtener 200kV en barras "4' " y obtenemos 213.8kV, por tanto es necesario compensar para disminuir la caída de tensión de la línea.

• **Cálculo de la potencia de compensación**

Para el cálculo de la potencia de compensación se utilizarán las siguientes expresiones, recordando que compensamos entre los dos puntos o barras, en las cuales deseamos fijar la tensión. Es decir, desde las barras "1' " hasta las barras "4' ":

$$Q_{4' \text{ NUEVA}} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2}$$

$$K = \frac{U_{1'} \cdot U_{4'}}{Z_{1'4'}} = \frac{200 \cdot 200}{118.55} = 337.41$$

$$Kp = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \cos \varphi_{\hat{Z}_{1'4'}} = \frac{200^2}{118.55} \cdot \cos 88.84^\circ = 6.83$$

$$Kq = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \sin \varphi_{\hat{Z}_{1'4'}} = \frac{200^2}{118.55} \cdot \sin 88.84^\circ = 337.34$$

La potencia activa en barras "4' " coincide con la de las barras "4' ":

$$\begin{aligned}Q_{4' \text{ NUEVA}} &= -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2} = -337.34 \pm \sqrt{337.41^2 - (34 + 6.83)^2} = \\ &= -337.34 \pm 334.93 = -2.41 \text{ MVAR}\end{aligned}$$

Ésta será la nueva potencia reactiva en barras "4", para que se cumplan las condiciones eléctricas deseadas.

La potencia reactiva de compensación que deberá entregar el compensador síncrono situado en las barras "4" será (el valor de esta potencia es el mismo en las barras "4" que en las "4'", ya que el paso por el transformador no modifican su valor):

$$Q_{comp} = Q_{4'NUEVA} - Q_{4'ANTIGUA} = -2.41 - 21.071 = -23.481 \text{ MVAR}$$

La reactancia capacitiva y la capacidad equivalente del compensador síncrono serán (estas magnitudes sí sufren cambios al pasar a través de un transformador, por tanto ya están calculadas a la tensión de las barras "4"):

$$\bar{X}_C = \frac{U^2}{Q_{comp}} = \frac{50^2}{-23.481} = -j106.5\Omega \quad \text{y} \quad C = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 106.5} = 29.8\mu F$$

Vamos a comprobar, finalmente, si con estas nuevas condiciones se cumplen los requisitos pedidos (nótese que sólo cambiamos la potencia reactiva, aunque este cambio repercute en alguna de las restantes magnitudes eléctricas):

- **Las nuevas condiciones en barras "4'" después de la compensación serán:**

$$Q_{4'} = -2.41 \text{ MVAR}$$

$$P_{4'} = 40 \cdot 0.85 = 34 \text{ MW (no cambia nunca, ya que es un factor de calidad)}$$

$$S_{4'} = (P_{4'} + j Q_{4'}) = (34 - j 2.41) = 34.08 \angle -4.05^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_{4'} = \varphi_{S_{4'}} = -4.05^\circ = \varphi_U - \varphi_I$$

$$U_{4'} = 200 \angle 0^\circ \text{ kV (esta magnitud tampoco cambia, ya que es precisamente la que deseamos mantener fija)}$$

La nueva intensidad en barras "4'" será:

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle (\varphi_{U_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}) = \frac{34 \cdot 10^6}{200.000 \sqrt{3} \cdot \cos(-4.05)} \angle (0^\circ + 4.05^\circ) = 98.39 \angle 4.05^\circ \text{ A}$$

Y comprobando, de nuevo, el valor que adopta la tensión en barras "1'" con estas nuevas condiciones:

$$\text{Con: } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{200000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 115470 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 115470 \angle 0^\circ + 98.39 \angle 4.05^\circ \cdot 118.55 \angle 88.84^\circ = 115471 \angle 5.79^\circ \text{ V}$$

$$\text{Cifra que pasada a valores de línea nos da: } \bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 115471 \angle 5.79^\circ \cdot \sqrt{3} = 200001 \angle 5.79^\circ \text{ V}$$

Valor que coincide perfectamente con el valor pedido:

- 2 Si la tensión $U_4=45\text{kV}$ y el resto de datos coinciden con el primer apartado, hallar la potencia reactiva de compensación del compensador síncrono y el valor de las intensidades de la línea en los dos casos propuestos

- 2.1 Con una potencia de consumo de 20MVA y un factor de potencia de $\cos \varphi_4=0.7$ (inductivo)

- Condiciones eléctricas al final de línea

- Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4"

$$S_4 = 20 \text{ MVA}$$

$$\varphi_4 = \arccos 0.7 = 45.573^\circ$$

$$P_4 = S_4 \cos \varphi_4 = 20 \cdot 0.7 = 14 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \sin \varphi_4 = 20 \sin 45.573^\circ = 14.283 \text{ MVAR}$$

$$U_4 = 45000 \text{ V}$$

• **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4' "**

$$S_{4'} = 20 \text{ MVA}$$

$$\varphi_{4'} = \arccos 0.7 = 45.573^\circ$$

$$P_{4'} = S_{4'} \cos \varphi_{4'} = 20 \cdot 0.7 = 14 \text{ MW}$$

$$Q_{4'} = S_{4'} \sin \varphi_{4'} = 20 \sin 45.573^\circ = 14.283 \text{ MVAR}$$

$$U_{4'} = 180 \text{ kV}$$

Un transformador no modifica las potencias ni la frecuencia, sólo el valor del desfase, y la tensión e intensidad.

Nos falta hallar la intensidad en las barras "4' ", para tener las seis magnitudes eléctricas fundamentales en esta zona (suponiendo, al ser final de línea, que la tensión en barras "4' " dispone de un ángulo de desfase de 0°).

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle (\varphi_{V_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}) = \frac{14 \cdot 10^6}{180000 \sqrt{3} \cdot 0.7} \angle (0^\circ - 45.57^\circ) = 64.15 \angle -45.57^\circ \text{ A}$$

- **El problema que se plantea es el siguiente:** en barras "1" la tensión es de 380kV fijos (ya que provienen de una central generadora). Tener 380kV en las barras "1" significa tener 200kV en las barras "1' ". Por otra parte, deseamos obtener 45kV en las barras "4", lo que significa que en barras "4' " la tensión es de 180kV.

Vamos a comprobar primeramente si, sin compensar, pueden obtenerse los valores requeridos. Para ello aplicamos las fórmulas de caída de tensión en líneas cortas:

$$\text{Con: } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{180000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 103923 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 103923 \angle 0^\circ + 118.55 \angle 88.84^\circ \cdot 64.15 \angle -45.57^\circ = 109584.5 \angle 2.73^\circ \text{ V}$$

$$\text{Cifra que pasada a valores de línea nos da: } \bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 109584.5 \angle 2.73^\circ \cdot \sqrt{3} = 189806 \angle 2.73^\circ \text{ V}$$

Debíamos obtener 200kV en barras "1' ", y obtenemos 189.8kV, por tanto es necesario compensar para aumentar la caída de tensión de la línea (no es un caso muy frecuente).

• **Cálculo de la potencia de compensación**

Para el cálculo de la potencia de compensación se utilizarán las siguientes expresiones, recordando que compensamos entre los dos puntos o barras, en las cuales deseamos fijar la tensión. Es decir, entre barras "1' " hasta las barras "4' ":

$$Q_{4\text{NUEVA}} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2}$$

$$K = \frac{U_{1'} \cdot U_{4'}}{Z_{1'4'}} = \frac{200 \cdot 180}{118.55} = 303.67$$

$$Kp = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cos \varphi_{\hat{Z}_{1'4'}} = \frac{180^2}{118.55} \cos 88.84^\circ = 5.53$$

$$Kq = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \sin \varphi_{\hat{Z}_{1'4'}} = \frac{180^2}{118.55} \sin 88.84^\circ = 273.24$$

La potencia activa en barras "4' " coincide con la de las barras "4":

$$Q_{4'NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2} = -273.24 \pm \sqrt{303.67^2 - (14 + 5.53)^2} =$$

$$= -273.24 \pm 303.1 = 29.86 \text{ MVAR}$$

Esta será la nueva potencia reactiva inductiva (bobinas ya que es mayor que cero) en barras "4", para que se cumplan las condiciones eléctricas deseadas.

La potencia reactiva de compensación que deberá entregar el compensador síncrono situado en las barras "4'" será (el valor de esta potencia es el mismo en las barras "4" que en las "4'", ya que el paso por el transformador no modifican su valor):

$$Q_{comp} = Q_{4'NUEVA} - Q_{4'ANTIGUA} = 29.86 - 14.283 = 15.58 \text{ MVAR}$$

La reactancia inductiva y la inductancia equivalentes del compensador síncrono serán (estas magnitudes sí sufren cambios al pasar a través de un transformador, por tanto ya están calculadas a la tensión de las barras "4"):

$$X_L = \frac{U_{4'}^2}{Q_{comp}} = \frac{45^2}{15.58} = j129.97\Omega \quad \text{y,} \quad L = \frac{X_L}{2\pi \cdot f} = \frac{129.97}{2\pi \cdot 50} = 4.137 \text{ mH}$$

Vamos a comprobar, finalmente, si con estas nuevas condiciones se cumplen los requisitos pedidos (nótese que sólo cambiamos la potencia reactiva, aunque este cambio repercute en alguna de las restantes magnitudes eléctricas):

- **Las nuevas condiciones en barras "4'" después de la compensación serán:**

$$Q_{4'} = 29.86 \text{ MVAR}$$

$$P_{4'} = 20 \cdot 0.7 = 14 \text{ MW (no cambia nunca, ya que es un factor de calidad)}$$

$$S_{4'} = (P_{4'} + j Q_{4'}) = (14 + j 29.86) = 32.98 \angle 64.88^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_{4'} = \varphi_{S_{4'}} = 64.88^\circ = \varphi_U - \varphi_i$$

$$U_{4'} = 180 \angle 0^\circ \text{ kV (esta magnitud tampoco cambia, ya que es precisamente lo que deseamos mantener fijo)}$$

La nueva intensidad en barras "4'" será:

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle (\varphi_{V_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}) = \frac{14 \cdot 10^6}{180000 \sqrt{3} \cdot \cos(64.88)} \angle (0^\circ - 64.88^\circ) = 105.78 \angle -64.88^\circ \text{ A}$$

Y comprobando, de nuevo, el valor que adopta la tensión en barras "1'" con estas nuevas condiciones:

$$\text{Con: } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{180000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 103923 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 103923 \angle 0^\circ + 118.55 \angle 88.84^\circ \cdot 105.78 \angle -64.88^\circ = 115495 \angle 2.53^\circ \text{ V}$$

$$\text{Cifra que pasada a valores de línea nos da: } \bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 115495 \angle 2.53^\circ \cdot \sqrt{3} = 200043.2 \angle 2.53^\circ \text{ V}$$

Valor que coincide perfectamente con el valor pedido.

2.2 Con una potencia de consumo de 40MVA y un factor de potencia de $\cos \varphi_4 = 0.85$ (inductivo)

- **Condiciones eléctricas al final de línea**
- **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4":**

$$S_4 = 40 \text{ MVA}$$

$$\varphi_4 = \arccos 0.85 = 31.788^\circ$$

$$P_4 = S_4 \cos \varphi = 40 \cdot 0.85 = 34 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \cdot \sin \varphi = 40 \cdot \sin 31.788^\circ = 21.071 \text{ MVAR}$$

$$U_4 = 45 \text{ kV}$$

• **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4" "**

$$S_{4'} = 40 \text{ MVA}$$

$$\varphi_{4'} = \arccos 0.85 = 31.788^\circ$$

$$P_{4'} = S_{4'} \cdot \cos \varphi_{4'} = 40 \cdot 0.85 = 34 \text{ MW}$$

$$Q_{4'} = S_{4'} \cdot \sin \varphi_{4'} = 40 \cdot \sin 31.788^\circ = 21.071 \text{ MVAR}$$

$$U_{4'} = 180 \text{ kV}$$

Un transformador no modifica las potencias ni la frecuencia, sólo el valor del desfase, la tensión e intensidad.

Nos falta hallar la intensidad en barras "4" " (suponiendo, al ser final de línea, que la tensión en barras "4" " dispone de un ángulo de desfase de 0°).

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle(\varphi_{V4'} - \varphi_{I4'}) = \frac{34 \cdot 10^6}{180.000 \sqrt{3} \cdot 0.85} \angle(0^\circ - 31.8^\circ) = 128.3 \angle -31.8^\circ \text{ A}$$

Vamos a comprobar primeramente si, sin compensar, pueden obtenerse los valores requeridos. Para ello, aplicamos las fórmulas de caída de tensión en líneas cortas:

$$\text{Con: } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{180000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 103923 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 103923 \angle 0^\circ + 118.55 \angle 88.84^\circ \cdot 128.3 \angle -31.8^\circ = 112921.5 \angle 6.49^\circ \text{ V}$$

$$\text{Cifra que pasada a valores de línea nos da: } \bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 112921.5 \angle 6.49^\circ \cdot \sqrt{3} = 195585.9 \angle 6.49^\circ \text{ V}$$

Debíamos obtener 200kV en barras "4" " y obtenemos 195.58kV, por tanto es necesario compensar para aumentar la caída de tensión de la línea (caso no demasiado frecuente).

• **Cálculo de la potencia de compensación**

Para el cálculo de la potencia de compensación se utilizarán las siguientes expresiones, recordando que compensamos entre los dos puntos o barras, en las cuales deseamos fijas la tensión. Es decir, desde las barras "1" " hasta las barras "4" ".

$$Q_{4'NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2}$$

$$K = \frac{U_{1'} \cdot U_{4'}}{Z_{1'4'}} = \frac{200 \cdot 180}{118.55} = 303.67$$

$$Kp = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \cos \varphi_{\hat{Z}_{1'4'}} = \frac{180^2}{118.55} \cdot \cos 88.84^\circ = 5.53$$

$$Kq = \frac{U_{4'}}{Z_{1'4'}} \cdot \sin \varphi_{\hat{Z}_{1'4'}} = \frac{180^2}{118.55} \cdot \sin 88.84^\circ = 273.24$$

La potencia activa en barras "4" " coincide con la de las barras "4":

$$Q_{4'NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2} = -273.24 \pm \sqrt{303.67^2 - (34 + 5.53)^2} =$$

$$= -273.24 \pm 301.1 = 27.84 \text{ MVAR}$$

Ésta será la nueva potencia reactiva inductiva (bobinas, ya que es mayor que cero) en barras "4", para que se cumplan las condiciones eléctricas deseadas.

La potencia reactiva de compensación que deberá entregar el compensador síncrono situado en las barras "4'" será (el valor de esta potencia será el mismo en las barras "4" que en las "4'", ya que el paso por el transformador no modifican su valor):

$$Q_{comp} = Q_{4'NUEVA} - Q_{4'ANTIGUA} = 27.84 - 21.071 = 6.778 \text{ MVAR}$$

La reactancia inductiva y la inductancia equivalente del compensador síncrono serán (estas magnitudes sí sufren cambios al pasar a través de un transformador, por tanto ya están calculadas a la tensión de las barras "4"):

$$X_L = \frac{U_{4'}^2}{Q_{comp}} = \frac{45^2}{6.84} = j296\Omega \quad \text{y,} \quad L = \frac{X_L}{2\pi \cdot f} = \frac{296}{2\pi \cdot 50} = 9.42 \text{ mH}$$

Vamos a comprobar finalmente si, con estas nuevas condiciones, se cumplen los requisitos pedidos (nótese que sólo cambiamos la potencia reactiva, aunque este cambio repercute en alguna de las restantes magnitudes eléctricas).

- **Las nuevas condiciones en barras "4'" después de la compensación serán**

$$Q_{4'} = 27.84 \text{ MVAR}$$

$$P_{4'} = 40 \cdot 0.85 = 34 \text{ MW (no cambia nunca, ya que es un factor de calidad)}$$

$$S_{4'} = (P_{4'} + j Q_{4'}) = (34 + j27.84) = 43.94 \text{ (39.31}^\circ \text{ MVA)}$$

$$\varphi_{4'} = \varphi_{S_{4'}} = 39.31^\circ = \varphi_U - \varphi_I$$

$$U_{4'} = 180 \text{ (0}^\circ \text{ kV (esta magnitud tampoco cambia, ya que es precisamente la que deseamos mantener fija))}$$

La nueva intensidad en barras "4'" será:

$$\bar{I}_{4'} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle (\varphi_{V_{4'}} - \varphi_{I_{4'}}) = \frac{34 \cdot 10^6}{180000 \sqrt{3} \cdot \cos(39.31)} \angle (0^\circ - 39.31^\circ) = 140.95 \angle -39.31^\circ \text{ A}$$

Y comprobando, de nuevo, el valor que adopta la tensión en barras "1'" con estas nuevas condiciones:

$$\text{Con: } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{180000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 103923 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'} = 103923 \angle 0^\circ + 118.55 \angle 88.84^\circ \cdot 140.95 \angle -39.31^\circ = 115470.26 \angle 6.32^\circ \text{ V}$$

Cifra que pasada a valores de línea nos da:

$$\bar{U}_{1'} = \bar{V}_{1'} \cdot \sqrt{3} = 115470.26 \angle 6.32^\circ \cdot \sqrt{3} = 200000.27 \angle 6.32^\circ \text{ V}$$

Valor que coincide perfectamente con el valor pedido:

Nótese que en los apartados 1.1 y 1.2, la compensación que se realiza es capacitiva (caso más normal), en cambio en los apartados 2.1 y 2.2, la compensación que se realiza es de tipo inductivo. Es decir, en los dos primeros apartados, interesa disminuir la caída de tensión, mientras que en los dos últimos apartados lo que interesa es aumentar esta caída de tensión (caso muy infrecuente).

PROBLEMA 3.6

Un generador síncrono trifásico trabaja a una tensión constante de 400kV. Este generador, alimenta mediante un transformador de dos bobinados regulable en su relación de transformación, a una línea de transmisión de energía eléctrica. Los valores de potencia que entregan cada una de las salidas, así como todos los demás parámetros eléctricos importantes, se indican en la figura adjunta:

HALLAR

- Si la tensión de línea en las barras "2", "3" y "4" debe mantenerse constante a 110KV y para conseguirlo se colocan baterías de condensadores en las barras "3" y "4" y se regula la tensión del primario del transformador (U_{n1}) (recordar que la tensión del generador se mantiene constante a 400kV), encontrar:
- 1 La potencia reactiva capacitiva de las baterías de condensadores a colocar en las barras de interconexión "4" para conseguir que las barras de interconexión "3" estén a 110kV.
 - 2 La potencia reactiva capacitiva de las baterías de condensadores a colocar en las barras de interconexión "3" para conseguir que las barras de interconexión "2" estén a 110kV.
 - 3 A qué tensión deberemos regular el primario del transformador para obtener las condiciones citadas recordando que la tensión del generador se mantiene constante a 400KV (U_{nTR1}).
 - 4 Con estas condiciones anteriores, ¿cuál será el rendimiento total de la red?

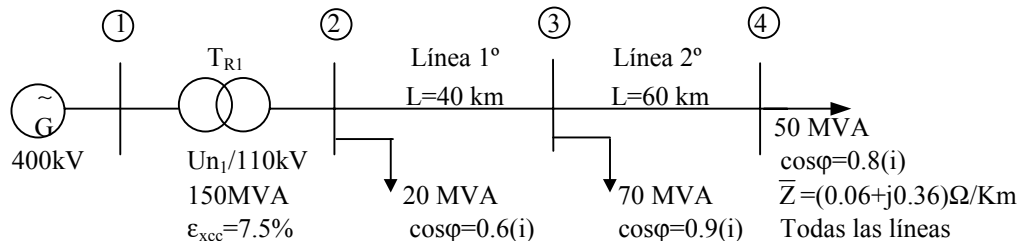
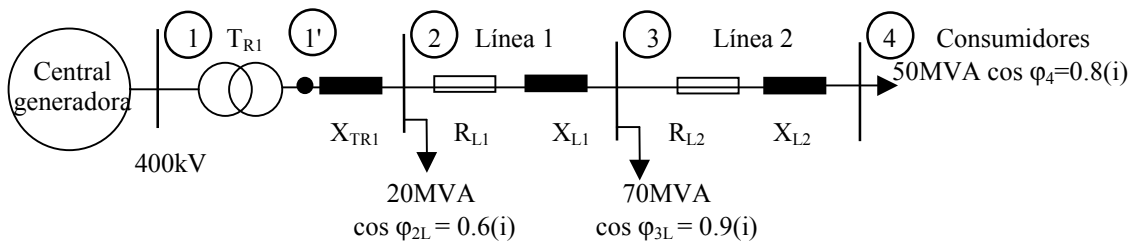


Figura 3.6 Sistema completo de potencia correspondiente al problema 3.6

RESOLUCIÓN

En primer lugar volveremos a representar el sistema de potencia, pero ahora con sus respectivas impedancias:

- Sistema de potencia con sus respectivas impedancias



- Cálculo de las impedancias de todos los componentes
- Línea 1 y línea 2 (110kV)
- $\bar{Z}_{L1} = 40 \text{ km } (0.06+j0.36)\Omega/\text{km} = (2.4 + j 14.4) \Omega = 14.6\angle 80.54^\circ \Omega$
- $\bar{Z}_{L2} = 60 \text{ km } (0.06+j0.36)\Omega/\text{km} = (3.6 + j 21.6) \Omega = 21.9\angle 80.54^\circ \Omega$

- **Transformador T_{R1} (110kV)**

$$\bar{X}_{TR1} = \frac{U^2}{S_1} \cdot \varepsilon_{xcl} = \frac{110^2}{150} \cdot 0.075 = j6.05 \Omega$$

- **Impedancias totales de cada línea (110kV)**

$$\bar{Z}_{23} = (2.4 + j14.4) = 14.6 \angle 80.5^\circ \Omega \quad \bar{Z}_{34} = (3.6 + j21.6) = 21.9 \angle 80.5^\circ \Omega$$

1 Potencia reactiva capacitiva de la batería de condensadores a colocar en barras "4", para que en barras "3" hayan 110kV

(La mayor parte de los conceptos teóricos han sido explicados en el problema 3.5 de este capítulo, al que nos remitimos para su consulta. En el presente problema sólo se indican los conceptos teóricos de nueva aparición)

- **Condiciones eléctricas al final de línea**
- **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4"**

$$\bar{S}_4 = 50 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_4 = \arccos 0.8 = 36.87^\circ$$

$$P_4 = S_4 \cos \varphi_4 = 50 \cdot 0.8 = 40 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \sin \varphi_4 = 50 \cdot 0.6 = 30 \text{ MVAR}$$

$$U_4 = 110000 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Disponemos de todas las magnitudes eléctricas en barras "4", excepto la intensidad que fluirá por la línea 2°. Por tanto, pasamos a calcularla (suponiendo, como siempre al ser final de línea, que la tensión en barras "4" dispone de un ángulo de desfase de 0°).

$$\bar{I}_4 = \frac{P_4}{U_4 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_4} \angle \varphi_{\bar{I}_4} - \varphi_{T4} = \frac{40000000}{110000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.8} \angle (0^\circ - 36.87^\circ) = 262.43 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

- **En este punto, se nos plantea el siguiente problema:** en barras "3" deseamos una tensión de 110kV, y en barras "4" deseamos, asimismo, 110kV. Sin ningún tipo de compensación, ¿qué tensión tendríamos en barras "3" con las condiciones halladas en barras "4"?

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_4 + \bar{Z}_{34} \bar{I}_4 = 63508.5 \angle 0^\circ + 21.9 \angle 80.5^\circ \cdot 262.43 \angle -36.87^\circ = 67784.5 \angle 3.35^\circ \text{ V}$$

$$\text{Con: } \bar{V}_4 = \frac{\bar{U}_4}{\sqrt{3}} = \frac{110000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 63508.5 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\text{Que pasado a valores de línea, tendremos: } \bar{U}_3 = \bar{V}_3 \cdot \sqrt{3} = 67789.5 \angle 3.35^\circ \cdot \sqrt{3} = 117406 \angle 3.35^\circ \text{ V}$$

Este valor excede en mucho a los 110kV requeridos, por lo que es necesario compensar.

- **Cálculo de la nueva potencia reactiva capacitiva en las barras "4"**

$$Q_4 = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_4 + Kp)^2} = -544.9 \pm 536.7 = -8.2 \text{ MVAR}$$

$$K = \frac{U_3 U_4}{Z_{34}} = \frac{110 \cdot 110}{21.9} = 552.5$$

$$K_p = \frac{U_4^2}{Z_{34}} \cos \varphi_{\bar{Z}_{34}} = \frac{(110)^2}{21.9} \cos(80.5^\circ) = 91.19$$

$$K_q = \frac{U_4^2}{Z_{34}} \sin \varphi_{\bar{Z}_{34}} = \frac{(110)^2}{21.9} \sin(80.5^\circ) = 544.9$$

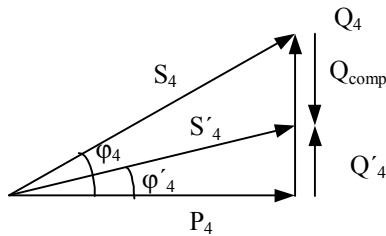
$$P_4 = 40 \text{ MW} \text{ (Recordar que la potencia activa no cambia, ya que es un factor de calidad)}$$

$$\bar{Z}_{34} = 21.9 \angle 80.5^\circ \Omega$$

Es decir, tendríamos que tener -8.2 MVAR de potencia reactiva capacitiva en barras "4", en vez de los 30MVAR, antiguos.

- **Cálculo de la potencia de compensación (compensamos desde barras "3" hasta barras "4")**

La potencia de compensación la reactancia de compensación y los condensadores a colocar en las barras "4" serán, pues (el diagrama adjunto puede ayudar a la comprensión de las fórmulas de la potencia a compensar):



$$Q_{comp} = -Q_4 - Q_{carga} = -8.2 - 30 = -38.2 \text{ MVAR}$$

$$\bar{X}_{comp} = \frac{U_4^2}{Q_{comp}} = \frac{(110)^2}{-38.2} = -j316.75 \Omega$$

$$C_{cond_{110kV}} = \frac{1}{X_{cW}} = 10 \mu F$$

- **Las nuevas condiciones en barras "4" después de la compensación serán:**

$$Q_4 = -8.2 \text{ MVAR}$$

$$P_4 = 40 \text{ MW (no cambia nunca, ya que es un factor de calidad)}$$

$$S_4 = (P_4 + j Q_4) = (40 - j 8.2) = 40.85 \angle -11.58^\circ \text{ MVA}$$

$$\phi_4 = \phi_{S_4} = -11.58^\circ = \phi_U - \phi_I$$

$$U_4 = 110 \angle 0^\circ \text{ kV (esta magnitud tampoco cambia, ya que es precisamente lo que deseamos mantener fijo)}$$

La nueva intensidad en barras "4" será:

$$\bar{I}_4 = \frac{P_4}{U_4 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \phi_4} \angle (\phi_{V_4} - \phi_{I_4}) = \frac{40 \cdot 10^6}{110.000 \sqrt{3} \cdot \cos(-11.58^\circ)} \angle (0^\circ + 11.58^\circ) = 214.31 \angle 11.58^\circ \text{ A}$$

Y comprobando, de nuevo, el valor que adopta la tensión en barras "1" con estas nuevas condiciones:

$$\text{Con: } \bar{V}_4 = \frac{\bar{U}_4}{\sqrt{3}} = \frac{110000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 63508.5 \angle 0^\circ \text{ V}$$

$$\bar{V}_3 = \bar{V}_4 + \bar{Z}_{34} \cdot \bar{I}_4 = 63508.5 \angle 0^\circ + 214.31 \angle 11.58^\circ \cdot 21.9 \angle 80.5^\circ = 63511.6 \angle 4.23^\circ \text{ V}$$

$$\text{Cifra que pasada a valores de línea nos da: } \bar{U}_3 = \bar{V}_3 \cdot \sqrt{3} = 63511.6 \angle 4.23^\circ \cdot \sqrt{3} = 110004 \angle 4.23^\circ \text{ V}$$

Prácticamente, los 110kV, pedidos. Así, damos por buenos los valores hallados en las barras "4" y pasamos al cálculo de las barras "3".

- **Cálculo de los valores totales en barras "3"**

Los valores totales en barras "3" vendrán determinados por los valores de las potencias que llegan por su parte lateral más las potencias que provienen de las barras "4" calculadas anteriormente.

- **Valores de las potencias que llegan desde las barras "3-4"**

Recordando que:

$$\phi_T = \phi_{\hat{V}} - \phi_{\hat{I}}$$

$$\phi_{\hat{I}} = \phi_{\hat{V}} - \phi_{\hat{T}}$$

$$\begin{aligned}
 P_{34} &= U_3 \cdot I_{34} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{34} = 40.50 \text{ MW} & Q_{34} &= U_3 \cdot I_{34} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_{34} = -5.22 \text{ MVAR} \\
 \bar{S}_{34} &= (P_{34} + jQ_{34}) = (40.50 - j5.22) = 40.85 \angle -7.35^\circ \text{ MVA} \\
 \varphi_{34} &= \arctg\left(\frac{-5.22}{40.5}\right) - 7.35^\circ \quad \text{O bien:} \quad \varphi_{34} = \varphi_{\dot{V}_3} - \varphi_{\dot{I}_{34}} = 4.23^\circ - 11.58^\circ = -7.35^\circ \\
 \bar{U}_3 &= 110000 \angle 4.23^\circ \text{ V} \\
 \bar{I}_3 &= \bar{I}_{34} = 214.31 \angle 11.58^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

- **Valores de las potencias que llegan lateralmente a barras "3"**

$$\begin{aligned}
 P_{3\text{lateral}} &= 70 \cdot 0.9 = 63 \text{ MW} \\
 Q_{3\text{lateral}} &= 70 \cdot \sin 25.84 = 30.51 \text{ MVAR} \\
 \bar{U}_3 &= 110000 \angle 4.23^\circ \text{ V}
 \end{aligned}$$

- **En total tendremos en las barras "3"**

$$\begin{aligned}
 P_{3T} &= 40.50 + 63 = 103.5 \text{ MW} \\
 Q_{3T} &= -5.22 + 30.51 = 25.3 \text{ MVAR} \\
 \bar{S}_{3T} &= (P_{3T} + jQ_{3T}) = 106.5 \angle 13.73^\circ \text{ MVA} \\
 \varphi_{3T} &= 13.73^\circ \quad \text{Recordar que también se puede hallar mediante: } \varphi_{3T} = \varphi_{\dot{V}_{3T}} - \varphi_{\dot{I}_{3T}} \\
 \bar{U}_{3T} &= 110000 \angle 4.23^\circ \text{ V} \quad (\text{La tensión no cambia con las aportaciones laterales de potencia}) \\
 \bar{I}_{3T} &= \frac{103.5 \cdot 10^6}{110000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(13.73^\circ)} \angle (4.23 - 13.73^\circ) = 559.21 \angle -9.5^\circ \text{ A} \quad (\text{Este será el nuevo valor de la } I)
 \end{aligned}$$

2 Potencia reactiva capacitiva de la batería de condensadores a colocar en barras "3" para que en barras "2" hayan 110kV

(Consiste esta pregunta en una repetición exacta de la pregunta anterior, sólo que ahora el punto final son las barras "3" mientras que el punto inicial son las barras "2":

- **Condiciones eléctricas al final de línea**
- **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "3" (las halladas anteriormente como totales)**

$$\begin{aligned}
 \bar{S}_3 &= 106.5 \angle 13.73^\circ \text{ MVA} \\
 \varphi_{3T} &= 13.73^\circ \\
 P_{3T} &= 103.5 \text{ MW} \\
 Q_{3T} &= 25.3 \text{ MVAR} \\
 \bar{U}_{3T} &= 110000 \angle 4.23^\circ \text{ V} \\
 \bar{I}_{3T} &= 559.21 \angle -9.5^\circ \text{ A}
 \end{aligned}$$

- **En este punto, se nos plantea el siguiente problema:** en barras "2" y en barras "3" deseamos una tensión de 110kV constantes. ¿Sin ningún tipo de compensación, qué tensión tendríamos en barras "2" con las condiciones halladas en barras "3"?

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_3 + \bar{Z}_{23} \cdot \bar{I}_{3T} = 63508.53 \angle 4.23^\circ + 14.6 \angle 80.53^\circ \cdot 559.21 \angle -9.5^\circ = 67145.4 \angle 10.64^\circ \text{ V}$$

$$\text{Con: } \bar{V}_3 = \frac{\bar{U}_3}{\sqrt{3}} = \frac{110000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 63508.53 \angle 4.23^\circ \text{ V}$$

$$\text{Que pasado a valores de línea, tendremos: } \bar{U}_2 = \bar{V}_2 \cdot \sqrt{3} = 116300 \angle 10.64^\circ \text{ V}$$

Este valor excede en mucho los 110kV requeridos, por lo que se hace indispensable compensar.

- **Cálculo de la nueva potencia reactiva capacitiva en las barras "3"**

$$Q_3 = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_3 + Kp)^2} = -817.4 \pm 793.16 = -24.24 \text{ MVAR}$$

$$K = \frac{110 \cdot 110}{14.6} = 828.76$$

$$K_p = \frac{(110)^2}{14.6} \cos(80.5^\circ) = 136.8$$

$$K_q = \frac{(110)^2}{14.6} \sin(80.5^\circ) = 817.4$$

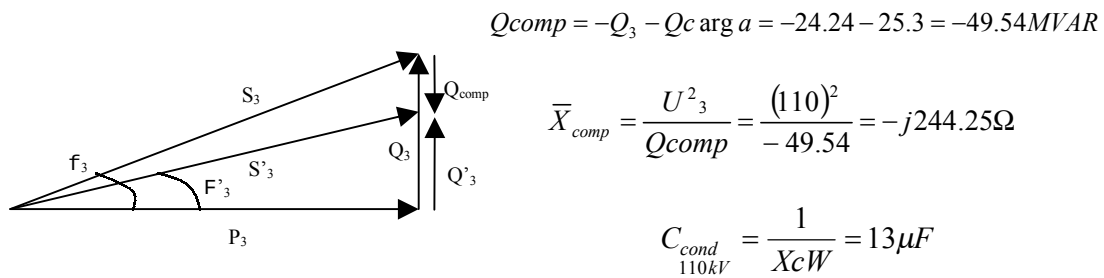
$$P_{3T} = 103.5 \text{ MW} \quad (\text{Recordar que la potencia activa no cambia, ya que es un factor de calidad})$$

$$\bar{Z}_{23} = 14.6 \angle 80.5^\circ \Omega$$

Es decir, tendríamos que tener -24.24 MVAR de potencia reactiva capacitiva en barras "3", en vez de los 25.3 MVAR, antiguos.

- **Cálculo de la potencia de compensación (compensamos desde barras "2" hasta barras "3")**

La potencia de compensación, la reactancia de compensación y los condensadores a colocar en las barras "3" serán, pues (el diagrama adjunto puede ayudar a la comprensión de las fórmulas de la potencia a compensar):



- **Las nuevas condiciones en barras "3" después de la compensación serán:**

$$Q_3 = -24.24 \text{ MVAR}$$

$$P_3 = 103.5 \text{ MW} \quad (\text{no cambia nunca, ya que es un factor de calidad}).$$

$$S_3 = (P_3 + j Q_3) = (103.5 - j 24.24) = 106.3 \angle -13.18^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_3 = \varphi_{S3} = -13.18^\circ = \varphi_U - \varphi_i$$

$$U_3 = 110 \angle 4.23^\circ \text{ kV} \quad (\text{Esta magnitud tampoco cambia, ya que se mantiene fija})$$

$$\bar{Z}_{23} = 14.6 \angle 80.5^\circ \Omega$$

La nueva intensidad en barras "3" será:

$$\bar{I}_3 = \frac{P_3}{U_3 \sqrt{3} \cos \varphi_3} \angle (\varphi_{U3} - \varphi_T) = 558 \angle 17.4^\circ = \bar{I}_{23} \text{ A}$$

Con estas condiciones tendremos:

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_3 + \bar{Z}_{23} \cdot \bar{I}_{3T} = 63509.6 \angle 11.58^\circ \Rightarrow \bar{U}_2 = 110001.85 \angle 11.58^\circ \text{ V} \quad (\text{Valor perfectamente correcto})$$

- **Cálculo de los valores totales en barras "2"**

Los valores totales en barras "2" vendrán determinados por los valores de las potencias que llegan por su parte lateral más las potencias que provienen de las barras "2" calculadas anteriormente.

- **Valores de las potencias que llegan desde las barras "2-3"**

$$P_{23} = U_2 \cdot I_{23} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{23} = 105.76 \text{ MW} \quad Q_{23} = U_2 \cdot I_{23} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_{23} = -10.78 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_{34} = (P_{34} + jQ_{34}) = 106.3 \angle -5.82 \text{ MVA}$$

$$\varphi_{23} = \arctg\left(\frac{-10.78}{105.76}\right) = -5.82^\circ \quad \text{O bien: } \varphi_{23} = \varphi_{\hat{V}_2} - \varphi_{\hat{I}_{23}} = 11.58 - 17.4 = -5.82^\circ$$

$$\bar{U}_2 = 110000 \angle 11.58^\circ \text{ V}$$

$$\bar{I}_2 = \bar{I}_{23} = 558 \angle 17.4^\circ \text{ A}$$

- **Valores de las potencias que llegan lateralmente a barras "2"**

$$P_{2\text{lateral}} = 20 \cdot 0.6 = 12 \text{ MW}$$

$$Q_{2\text{lateral}} = 20 \cdot 0.8 = 16 \text{ MVAR}$$

$$\bar{U}_{2\text{LATERAL}} = 110000 \angle 11.58^\circ \text{ V}$$

- **En total tendremos en las barras "2"**

$$P_{2T} = 105.76 + 12 = 117.76 \text{ MW}$$

$$Q_{2T} = -10.78 + 16 = 5.22 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_{2T} = (P_{2T} + jQ_{2T}) = 117.9 \angle 2.54^\circ \text{ MVA}$$

$$\varphi_{2T} = 2.54^\circ \quad (\text{Recordar que también puede hallarse mediante: } \varphi_{3T} = \varphi_{\hat{V}_{3T}} - \varphi_{\hat{I}_{3T}})$$

$$\bar{U}_{2T} = 110000 \angle 11.58^\circ \text{ V} \quad (\text{La tensión no cambia con las aportaciones laterales de potencia})$$

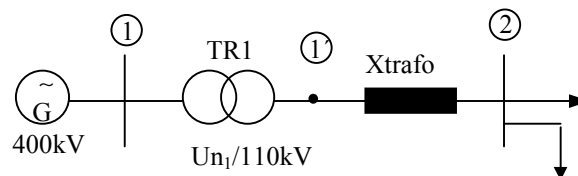
$$\bar{I}_{2T} = \frac{117.76 \cdot 10^6}{110000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(2.54)} \angle (11.58^\circ - 2.54^\circ) = 618.68 \angle 9.04^\circ \text{ A} \quad (\text{Nuevo valor de la intensidad})$$

3 A qué tensión se deberá regular el primario del transformador para obtener las condiciones citadas ($U_{n\text{TR1}}$)

Una vez realizadas las compensaciones pertinentes en las barras "3", y "4", ya hemos conseguido que las barras "2", y las propias "3" y "4", dispongan de los 110kV.

Pero aún nos falta resolver un problema: el generador síncrono entrega una tensión constante de 400kV. Esta tensión no puede variar, y por tanto será necesario regular el transformador para conseguir que esto sea posible.

- **Vamos primeramente a hallar las condiciones al principio de línea (barras "1' ")** (es decir, pasada la reactancia del transformador, la figura nos puede ayudar a comprender este paso).



$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{\text{trafo}} \cdot \bar{I}_{2T} = 63783.4 \angle 14.9^\circ \text{ V} \quad \text{Valor de la tensión de fase en bornes de las barras "1' "}$$

- **Valores finales en las barras de interconexión "1' "**

Los valores que obtenemos son:

$$\bar{U}_1 = \bar{V}_1 \sqrt{3} = 110476 \angle 14.9^\circ V$$

$$\bar{I}_1 = \bar{I}_{2T} = 618.68 \angle 9.04^\circ A$$

$$\varphi'_{1T} = \varphi_{\hat{V}_1} - \varphi_{\hat{I}_1} = 5.86^\circ$$

$$P'_1 = U'_1 I_1 \sqrt{3} \cos \varphi_1 = 117.76 MW$$

$$Q'_1 = U'_1 I_1 \sqrt{3} \sin \varphi_1 = 12.06 MVAR$$

$$S'_1 = 118.376 \angle 5.85 MVA$$

Con estos valores, y aplicando simplemente una regla de proporcionalidad, podremos hallar el valor pedido para la relación de transformación del transformador:

$$\frac{400000}{U_{n1}} \frac{110476}{110000} \Rightarrow U_{n1} = 398276 V$$

4 Con estas condiciones anteriores, ¿cuál será el rendimiento total de la red?

Con todos los datos conocidos, el rendimiento es de cálculo inmediato:

$$\eta = \frac{P_{salida}}{P_{entrada}} 100 = \left(\frac{P_2 + P_3 + P_4}{P'_1} \right) 100 = \frac{12 + 63 + 40}{117.76} 100 = 97.65\%$$

Es importante notar que el rendimiento se habría podido hallar directamente con los datos de las barras "2", o bien con los datos del principio de línea (barras "1' "), ya que entre estas dos barras sólo existe una reactancia inductiva (con desfase de 90°), no afectando su presencia a los valores de las potencias activas.

Quizás un recordatorio de las fórmulas de las potencias nos permitirá ver con más claridad lo expuesto en el anterior párrafo.

- **Potencias activas con: circuito resistivo (con desfase entre la tensión y la intensidad de 0°); con bobina (con desfase de 90°); y con condensador (con desfase de -90°):**

$$P_R = V \cdot I \cdot \cos \varphi = R \cdot I \cdot I \cdot \cos 0^\circ = R \cdot I^2$$

$$P_B = V \cdot I \cdot \cos \varphi = X_B \cdot I \cdot I \cdot \cos 90^\circ = 0$$

$$P_C = V \cdot I \cdot \cos \varphi = X_C \cdot I \cdot I \cdot \cos(-90^\circ) = 0$$

Sólo existe la potencia activa con resistencias.

- **Potencias reactivas con: circuito resistivo (con desfase entre la tensión y la intensidad de 0°); con bobina (con desfase de 90°); y con condensador (con desfase de -90°):**

$$Q_R = V \cdot I \cdot \sin \varphi = R \cdot I \cdot I \cdot \sin 0^\circ = 0$$

$$Q_B = V \cdot I \cdot \sin \varphi = X_B \cdot I \cdot I \cdot \sin 90^\circ = X_B \cdot I^2$$

$$Q_C = V \cdot I \cdot \sin \varphi = X_C \cdot I \cdot I \cdot \sin(-90^\circ) = -X_C \cdot I^2$$

Sólo existe la potencia reactiva con bobinas o con condensadores.

PROBLEMA 3.7

Se dispone del siguiente sistema de potencia formado por una central generadora, un transformador regulable en tensión y unas líneas de interconexión acopladas en paralelo que suministran energía a unos consumidores situados en sus extremos. Las características del sistema de potencia, así como todos los parámetros importantes del mismo, son los mostrados en la figura.

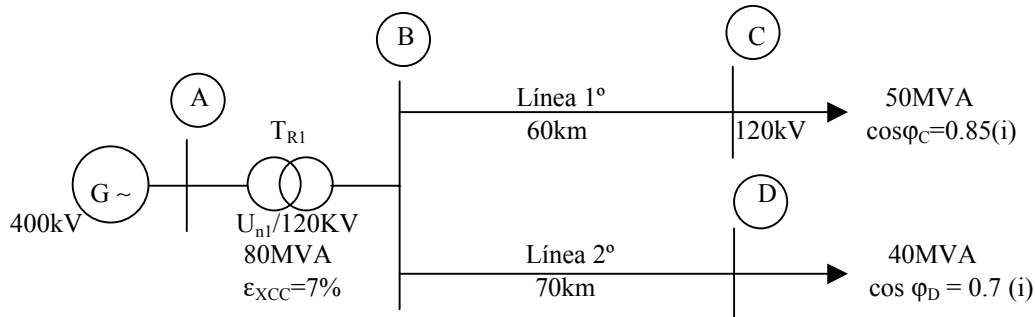


Figura 3.7 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 3.7

- DATOS**

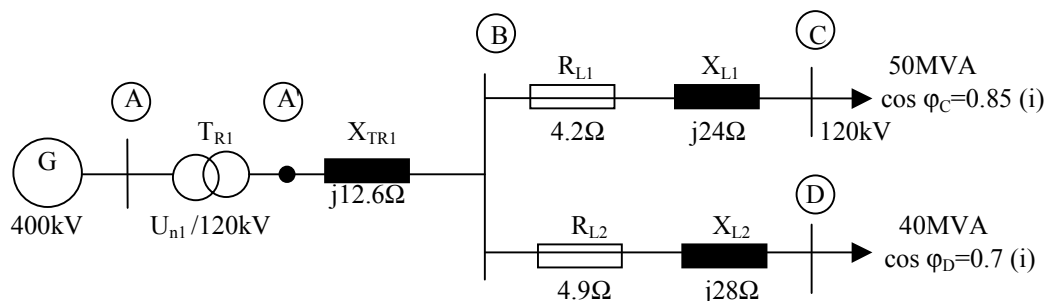
- Impedancias de línea: $Z_{L1} = Z_{L2} = (0.07 + j0.40) \Omega/\text{km}$.
- En todos los apartados considerar que la tensión en las barras "A" y "C" se mantiene constante al valor señalado (400kV y 120kV respectivamente).

- HALLAR**

- ¿Cuál será la tensión en barras "D", con las condiciones expuestas para el problema (se mantienen fijas las tensiones en barras "C" 120kV, y en barras "A" 400kV)?
- Hallar la intensidad total del circuito (intensidad que fluye por las barras "B").
- Indicar las potencias totales en los bornes del transformador.
- ¿Cuál será la tensión a la que deberemos regular el primario de transformador para obtener las condiciones citadas (400kV en barras "A" y 120kV en barras "C")?
- ¿Cuál será el rendimiento total del sistema de potencia (η_T) visto desde las barras "A", con las condiciones solicitadas?

- RESOLUCIÓN**

- Sistema de potencia con sus respectivas impedancias**



- Cálculo de las impedancias**

- Líneas 1ª y 2ª**

- Línea nº 1: $\bar{Z}_{L1} = (R_1 + jX_1) = (0.07 + j0.4) \cdot 60 = (4.2 + j24) = 24.36 \angle 80.1^\circ \Omega$

- Línea nº 2: $\bar{Z}_{L2} = (R_2 + jX_2) = (0.07 + j0.4) \cdot 70 = (4.9 + j28) = 28.42 \angle 80.1^\circ \Omega$
- **Transformador T_{R1}**
- Transformador T_{R1} : $X_{TR1} = \frac{U_{TR1}^2}{S_{TR1}} \varepsilon_{XCC} = \frac{120^2}{80} 0.07 = j12.6 \Omega$
- **Relación de transformación**
- La relación de transformación será desconocida: $m = \frac{U_1}{U_2} = \frac{U_{n1}}{120} =$

Precisamente la relación de transformación es lo que buscamos en este problema.

Recuérdese asimismo que el cambio de tensión no afecta a las potencias, ya que el transformador prácticamente no las modifica. Serán iguales en el lado de baja tensión como en el lado de la alta tensión del transformador, manteniéndose asimismo la frecuencia.

1 ¿Cuál será la tensión en barras "D", con las condiciones expuestas para el problema (se mantienen fijas las tensiones en barras "C" 120kV, y en barras "A" 400kV)?

- **Condiciones totales en barras "C"**

$$\begin{aligned}\bar{S}_C &= (P_C + jQ_C) = (42.5 + j26.34) = 50 \angle 31.8^\circ \text{ MVA} \\ P_C &= S_C \cdot \cos \varphi_C = 50 \cdot \cos 31.8 = 42.5 \text{ MW} \\ Q_C &= S_C \cdot \sin \varphi_C = 50 \cdot \sin 31.8 = 26.34 \text{ MVAR} \\ \varphi_C &= \varphi_{\bar{U}_C} - \varphi_{\bar{I}_C} = \varphi_{S_C} = \text{artag} 0.85 = 31.8^\circ \\ \bar{U}_C &= 120000 \angle 0^\circ \text{ V} \quad (\text{Al final de línea siempre es posible poner } 0^\circ \text{ de desfase}) \\ \bar{V}_C &= \frac{\bar{U}_C}{\sqrt{3}} = \frac{120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 69282 \angle 0^\circ \text{ V}\end{aligned}$$

Siendo la intensidad que circula por la rama "BC":

$$\bar{I}_{BC} = \frac{P_C}{U_C \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_C} (\varphi_{\bar{U}_C} - \varphi_{\bar{I}_C}) = \frac{42500000}{120.000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 31.8^\circ} \angle (0^\circ - 31.8^\circ) = 240.6 \angle -31.8^\circ \text{ A}$$

- Buscamos la tensión en barras "B":

$$\bar{V}_B = \bar{V}_C + \bar{Z}_{BC} \cdot \bar{I}_{BC} = 69282 \angle 0^\circ + 24.36 \angle 80.1^\circ \cdot 240.6 \angle -31.8^\circ = 73311.7 \angle 3.42^\circ \text{ V}$$

- Por tanto la tensión de línea será: $\bar{U}_B = \bar{V}_B \cdot \sqrt{3} = 126979.6 \angle 3.42^\circ \text{ V}$

El valor de la tensión en barras "B" hallada no cambiará de valor a menos que cambie la línea "BC", o bien, cambiemos las condiciones eléctricas de las barras "C".

- **Cálculo de la tensión en barras "D", conocida la tensión en barras "C" y las potencias en barras "D"**

Estamos ya en disposición de buscar la tensión pedida en barras "D", pero nos encontramos que conocemos las condiciones de "B" y de "D" mezcladas. Cuando esto ocurre, no tenemos más remedio que aplicar la fórmula obtenida en teoría para estos casos:

$$U_D^4 + [2(R_{BD} \cdot P_D + X_{BD} \cdot Q_D) - U_{BD}^2] U_D^2 + (Z_{BD} \cdot S_D)^2 = 0$$

Con los siguientes valores:

$$\bar{Z}_{L2} = (R_2 + jX_2) = (0.07 + j0.4) \cdot 70 = (4.9 + j28) = 28.42 \angle 80.1^\circ \Omega$$

$$\bar{U}_B = 126979.6 \angle 3.42^\circ V$$

$$\bar{S}_D = (P_D + jQ_D) = (28 + j28.56) = 40 \angle 45.58^\circ MVA$$

$$P_D = S_D \cdot \cos \varphi_D = 40 \cdot \cos 45.57 = 28 MW$$

$$Q_D = S_D \cdot \sin \varphi_D = 40 \cdot \sin 45.57 = 28.56 MVAR$$

$$\varphi_D = \varphi_{UD} - \varphi_{ID} = \varphi_{SD} = \arctan 0.70 = 45.57^\circ$$

$$\bar{U}_D = \text{(Es desconocida y precisamente es el valor buscado)}$$

Aplicando estos valores obtenemos (recordando que las unidades son MW, MVAR, MVA, Ω o kV):

$$U_D^4 + [2(4.9 \cdot 28 + 28 \cdot 28.56) - 126.98^2] U_D^2 + (40 \cdot 28.42)^2 = 0$$

$$U_D^4 - 14249.9 U_D^2 + 1292314.24 = 0$$

$$U_D = 118990 V$$

No conocemos el ángulo, pero lo podemos suponer de 0° , así: $\bar{U}_D = 118990 \angle 0^\circ V$

Pero vamos a comprobar que este valor es correcto. Para ello, y con la tensión hallada en barras "D", buscamos el resto de magnitudes en las citadas barras.

$$\bar{S}_D = (P_D + jQ_D) = (28 + j28.56) = 40 \angle 45.58^\circ MVA$$

$$P_D = S_D \cdot \cos \varphi_D = 40 \cdot \cos 45.57 = 28 MW$$

$$Q_D = S_D \cdot \sin \varphi_D = 40 \cdot \sin 45.57 = 28.56 MVAR$$

$$\varphi_D = \varphi_{UD} - \varphi_{ID} = \varphi_{SD} = \arctan 0.70 = 45.57^\circ$$

$$\bar{U}_D = 118990 \angle 0^\circ V \quad (\text{Valor calculado})$$

Buscamos la intensidad que circulará por la línea 2°.

$$\bar{I}_{BD} = \frac{P_D}{U_D \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_D} (\varphi_{UD} - \varphi_D) = \frac{28000000}{118990 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 45.57^\circ} \angle (0^\circ - 45.57^\circ) = 194.08 \angle -45.57^\circ A$$

- Buscamos, de nuevo la tensión en barras "B" para comprobar si el valor hallado de la tensión en barras "D" es correcto:

$$\bar{V}_B = \bar{V}_D + \bar{Z}_{BD} \cdot \bar{I}_{BD} = \frac{118990 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} + 28.42 \angle 80.1^\circ \cdot 194.08 \angle -45.57^\circ = 73309.6 \angle 2.44^\circ V$$

- Por tanto la tensión de línea será: $\bar{U}_D = \bar{V}_D \cdot \sqrt{3} = 126976 \angle 2.44^\circ V$

Valor prácticamente idéntico al hallado al principio, por lo que damos por bueno el resultado.

2 Hallar la intensidad total del circuito (intensidad que fluye por las barras "B")

Primeramente es necesario recordar que no modificamos ninguna condición ni eléctrica, ni de líneas, por lo que los resultados obtenidos en el apartado anterior siguen siendo totalmente válidos.

Para calcular la intensidad total del circuito de potencia, bastará pues con sumar las intensidades calculadas en el apartado anterior y que representan las aportaciones de las líneas 1° y 2°. Estas intensidades eran:

$$\bar{I}_{BC} = \frac{P_C}{U_C \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_C} (\varphi_{UC} - \varphi_C) = \frac{42500000}{120.000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 31.8^\circ} \angle(0^\circ - 31.8^\circ) = 240.6 \angle -31.8^\circ A$$

$$\bar{I}_{BD} = \frac{P_D}{U_D \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_D} (\varphi_{UD} - \varphi_D) = \frac{28000000}{118990 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 45.57^\circ} \angle(0^\circ - 45.57^\circ) = 194.08 \angle -45.57^\circ A$$

Así pues, la intensidad total del sistema será:

$$\bar{I}_{TB} = \bar{I}_{BC} + \bar{I}_{BD} = 240.6 \angle -31.8^\circ + 194.08 \angle -45.57^\circ = 431.58 \angle -37.94^\circ A$$

3 Indicar las potencias totales en los bornes del transformador (barras "A' ")

• Potencias en barras "B"

Para hallar las potencias y demás parámetros eléctricos en los bornes del transformador (barras "A' "), primeramente hallaremos todas las magnitudes eléctricas en las barras "B".

De estas barras "B", ya conocemos su intensidad total (I_{TB}), y también conocemos su tensión (la hemos hallado al principio del problema):

$$\bar{I}_{TB} = \bar{I}_{BC} + \bar{I}_{BD} = 240.6 \angle -31.8^\circ + 194.08 \angle -45.57^\circ = 431.58 \angle -37.94^\circ A$$

$$\bar{U}_B = \bar{V}_B \cdot \sqrt{3} = 126979.6 \angle 3.42^\circ V$$

Conocidas estas dos magnitudes, el resto de parámetros ya es de fácil cálculo, aplicando las siguientes fórmulas:

$$\varphi_B = \varphi_{UB} - \varphi_{IB} = \varphi_{SB} = 3.42^\circ - (-37.94^\circ) = 41.36^\circ$$

$$P_B = U_B \cdot I_{BT} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{BT} = 126979.6 \cdot 431.58 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 41.36^\circ = 71244047 MW$$

$$Q_B = U_B \cdot I_{BT} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_{BT} = 126979.6 \cdot 431.58 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 41.36^\circ = 62721734.33 VAR$$

$$\bar{S}_B = (P_B + jQ_B) = (71.24 + j62.72) = 94.92 \angle 41.36^\circ MVA$$

• Potencias en "A' "

Primeramente buscamos la tensión en "A' ":

$$\bar{V}_{A'} = \bar{V}_B + \bar{Z}_{A'B} \cdot \bar{I}_{BT} = \frac{126979.6 \angle 3.42^\circ}{\sqrt{3}} + 12.6 \angle 90^\circ \cdot 431.58 \angle -37.94^\circ = 77013.24 \angle 6.46^\circ V$$

$$\bar{U}_{A'} = \bar{V}_{A'} \cdot \sqrt{3} = 77013.24 \angle 6.46^\circ \cdot \sqrt{3} = 133390.85 \angle 6.46^\circ V$$

Por su parte, la intensidad en "A' " coincide con el valor hallado en las barras "B", ya que no existe ninguna derivación:

$$\bar{I}_{A'} = \bar{I}_{TB} = \bar{I}_{BC} + \bar{I}_{BD} = 240.6 \angle -31.8^\circ + 194.08 \angle -45.57^\circ = 431.58 \angle -37.94^\circ A$$

Con estos dos valores, podemos hallar las restantes magnitudes eléctricas:

$$\varphi_{A'} = \varphi_{UA'} - \varphi_{IA'} = \varphi_{SA'} = 6.46^\circ - (-37.94^\circ) = 44.4^\circ$$

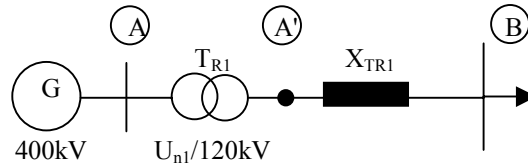
$$P_{A'} = U_{A'} \cdot I_{AT} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{AT} = 133390.85 \cdot 431.58 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 44.4^\circ = 71241590.17 W$$

$$Q_{A'} = U_{A'} \cdot I_{AT} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_{AT} = 133390.85 \cdot 431.58 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 44.4^\circ = 69764919.47 VAR$$

$$\bar{S}_B = (P_B + jQ_B) = (71.24 + j69.76) = 99.707 \angle 44.4^\circ MVA$$

4 ¿Cuál será la tensión a la que deberemos regular el primario de transformador para obtener las condiciones citadas (400kV en barras "A" y 120kV en barras "C")?

Conocidos todos los parámetros eléctricos en barras "A' ", resulta sencillo hallar la regulación de transformación del T_{R1} , (la siguiente figura puede ayudarnos en la resolución del problema):



Aplicando una regla de proporcionalidad:

$$\frac{U_{n1}}{400kV} = \frac{120kV}{133.390kV}$$

De aquí obtenemos:

$$U_{n1} = 359.847kV$$

5 ¿Cuál será el rendimiento total del sistema de potencia (η_T) visto desde las barras "A" con las condiciones solicitadas?

Para hallar el rendimiento del sistema de potencia se aplicará la siguiente fórmula, donde todos los parámetros son conocidos:

$$\eta = \frac{P_{SALIDA}}{P_{GENERADA}} \cdot 100 = \frac{P_C + P_D}{P_{A'}} \cdot 100 = \frac{42.5 + 28}{71.24} \cdot 100 = 98.96\%$$

Tanto las potencias de salida como las de entrada han sido calculadas en apartados precedentes, por tanto son valores conocidos.

PROBLEMA 3.8

Se dispone del siguiente sistema de potencia formado por una central generadora, dos transformadores regulables y unas líneas de interconexión acopladas en paralelo, que suministran energía a unos consumidores situados en sus extremos. Las características del sistema de potencia, así como todos los parámetros importantes del mismo, son los mostrados en la figura.

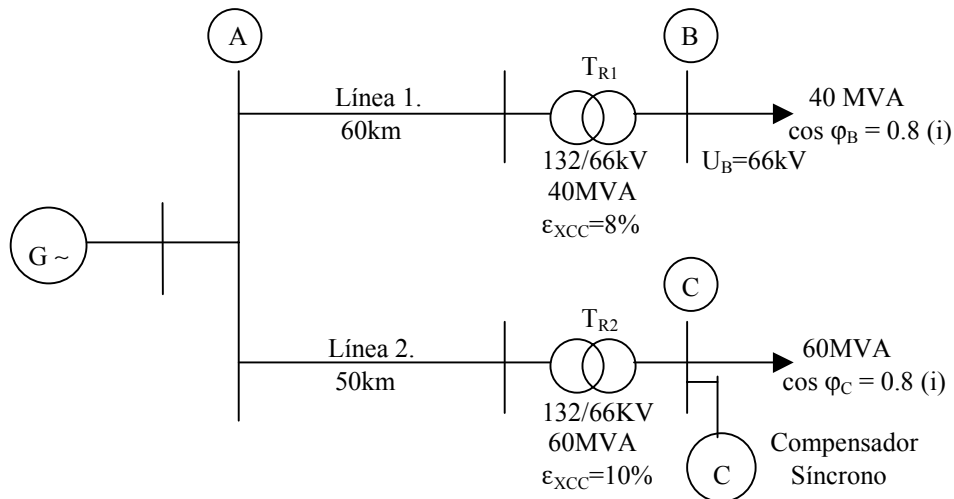


Figura 3.8 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 3.8

• DATOS

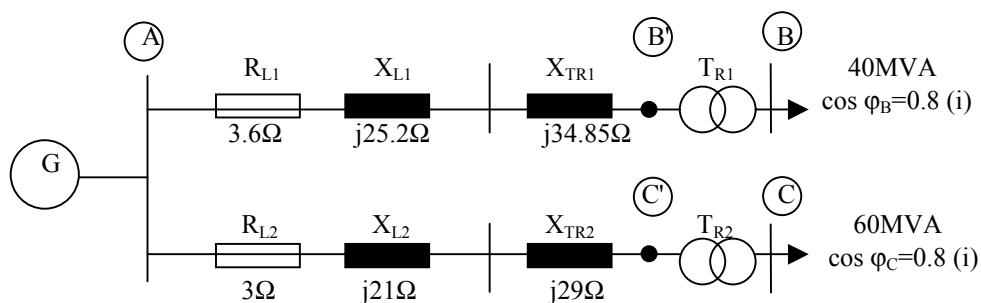
- Impedancias de línea: $Z_{L1} = Z_{L2} = (0.06 + j0.42) \Omega/\text{km}$.
- En todos los apartados considerar que la tensión en las barras "B" se mantiene constante al valor señalado de 66kV.

• HALLAR

1. Si deseamos mantener constante la tensión en barras "B" y de valor igual a 66kV ¿Cuál será la tensión que obtendremos en barras "C" si no efectuamos ningún tipo de compensación?
2. Manteniendo la tensión anterior en barras "B" ¿Cuál será la potencia reactiva que tendrá que entregar el compensador síncrono para obtener en barras "C" una tensión de 66kV?
3. Manteniendo la tensión anterior en barras "B" ¿Cuál será la nueva tensión en barras "C" si la potencia reactiva que entrega el compensador síncrono asciende a $Q_{\text{comp}} = -6\text{MVAR}$?
4. ¿Cuál será el rendimiento total del sistema de potencia (η_T) visto desde las barras "A", con las condiciones halladas en el apartado anterior (apartado n° 3)?

• RESOLUCIÓN

• Sistema de potencia con sus respectivas impedancias



- **Cálculo de las impedancias**

- **Líneas 1º y 2º**

- Línea nº 1: $\bar{Z}_{L1} = (R_1 + jX_1) \cdot 60 = (0.06 + j0.42) \cdot 60 = (3.6 + j25.2) = 25.46 \angle 81.87^\circ \Omega$
- Línea nº 2: $\bar{Z}_{L2} = (R_2 + jX_2) \cdot 50 = (0.06 + j0.42) \cdot 50 = (3 + j21) = 21.21 \angle 81.87^\circ \Omega$

- **Transformadores T_{R1} y T_{R2}**

- Transformador T_{R1} : $X_{TR1} = \frac{U_{TR1}^2}{S_{TR1}} \epsilon_{XCC} = \frac{132^2}{40} 0.08 = j34.85 \Omega$
- Transformador T_{R2} : $X_{TR2} = \frac{U_{TR2}^2}{S_{TR2}} \epsilon_{XCC} = \frac{132^2}{60} 0.1 = j29 \Omega$

- **Relaciones de transformación**

- Para los dos transformadores será: $m = \frac{U_1}{U_2} = \frac{132}{66} = 2$

Nótese que la tensión que se ha utilizado en las ecuaciones de los transformadores es la correspondiente al lado de alta tensión (132kV, barras "B" y "C"). El motivo, es que todo el problema se resolverá en este lado de los transformadores (las líneas, el generador, etc. se encuentra en el mismo). El lado de baja tensión sólo se tendrá en cuenta a la hora de los resultados, ya que nos los piden en barras "B" y en barras "C".

El cambio de tensión no afecta a las potencias, ya que el transformador prácticamente no las modifica. Serán iguales en el lado de baja tensión como en el lado de la alta tensión de los transformadores, manteniéndose asimismo la frecuencia.

- **Las potencias, así como los ángulos finales en las barras "B" y "C", serán:**

- $\bar{S}_B = (P_B + jQ_B) = (32 + j24) = 40 \angle 36.87^\circ MVA$ $\varphi_B = \varphi_{UB} - \varphi_{IB} = \varphi_{SB} = 36.87^\circ$
- $\bar{S}_C = (P_C + jQ_C) = (48 + j36) = 60 \angle 36.87^\circ MVA$ $\varphi_C = \varphi_{UC} - \varphi_{IC} = \varphi_{SC} = 36.87^\circ$

- **Las potencias, así como los ángulos finales en las barras "B'" y "C'", serán:**

- $\bar{S}_{B'} = (P_{B'} + jQ_{B'}) = (32 + j24) = 40 \angle 36.87^\circ MVA$ $\varphi_{B'} = \varphi_{UB'} - \varphi_{IB'} = \varphi_{SB'} = 36.87^\circ$
- $\bar{S}_{C'} = (P_{C'} + jQ_{C'}) = (48 + j36) = 60 \angle 36.87^\circ MVA$ $\varphi_{C'} = \varphi_{UC'} - \varphi_{IC'} = \varphi_{SC'} = 36.87^\circ$

1 Hallar la tensión en barras "C", suponiendo que en barras "B" tenemos los 66kV constantes y que no efectuamos ningún tipo de compensación

- La tensión en barras "B" (lado de baja tensión) será: $\bar{V}_B = \frac{\bar{U}_B}{\sqrt{3}} = \frac{66000}{\sqrt{3}} = 38105.1 \angle 0^\circ V$
- La tensión en barras "B'" (lado de alta tensión) será: $\bar{V}_{B'} = \frac{\bar{U}_{B'}}{\sqrt{3}} = \frac{132000}{\sqrt{3}} = 76210.2 \angle 0^\circ V$

A partir de ahora trabajamos en el lado de alta tensión de los transformadores

- La impedancia total de "A" a "B'" será la suma de resistencias y reactancias de ese tramo de línea:

$$\bar{Z}_{AB'} = (R_{L1} + j(X_{L1} + X_{TR1})) = (3.6 + j60.05) = 60.16 \angle 86.6^\circ \Omega$$

- Por tanto, la intensidad que circula de "A" a "B'" será:

$$\bar{I}_{AB'} = \frac{P_{B'}}{U_{B'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{B'}} (\varphi_{\bar{U}_{B'}} - \varphi_{\bar{B}'}) = \frac{32.000.000}{132.000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 36.87^\circ} \angle -36.87^\circ = 174.95 \angle -36.87^\circ A$$

Se debe recordar que el ángulo de la tensión en barras "B' " siempre puede ser 0°, al ser una tensión final de línea, mientras que el ángulo total en estas barras coincide con el ángulo de la potencia aparente.

- Buscamos la tensión en barras "A":

$$\bar{V}_A = \bar{V}_{B'} + \bar{Z}_{AB'} \cdot \bar{I}_{AB'} = 76210.23 \angle 0^\circ + 10525.3 \angle 49.73^\circ = 83401.2 \angle 5.52^\circ V$$

- Por tanto, la tensión de línea será: $\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144455.2 \angle 5.52^\circ V$

El valor de la tensión en barras "A" hallada no cambiará de valor a menos que cambie la línea "AB' ", o bien, cambiemos las condiciones eléctricas de las barras "B' ".

Estamos ya en disposición de buscar la tensión pedida en barras "C' ", pero nos encontramos que conocemos las condiciones de "A", y de "C' " mezcladas. Cuando esto ocurre no tenemos más remedio que aplicar la fórmula obtenida en teoría para estos casos:

$$U_{C'}^4 + [2(R_{AC'} \cdot P_{C'} + X_{AC'} \cdot Q_{C'}) - U_{AC'}^2] U_{C'}^2 + (Z_{AC'} \cdot S_{C'})^2 = 0$$

Con los siguientes valores:

$$P_{C'} = 48 MW \quad Q_{C'} = 36 MVAR \quad \bar{S}_{C'} = 60 \angle 36.87^\circ MVA \quad \bar{U}_A = 144455.2 \angle 5.52^\circ V$$

$$\bar{Z}_{AC'} = (R_{AC'} + j(X_{AC'} + X_{TR2})) = (3 + j(21 + 29)) = (3 + j50) = 50 \angle 86.6^\circ \Omega$$

Aplicando estos valores, obtenemos (recordando que las unidades son MW, MVAR, MVA, Ω o kV):

$$U_{C'}^4 + [2(3 \cdot 48 + 50 \cdot 36) - 144.455^2] U_{C'}^2 + (50 \cdot 60)^2 = 0$$

$$U_{C'}^4 - 16976.36 U_{C'}^2 + 9.000.000 = 0$$

$$U_{C'} = 128173 V$$

No conocemos el ángulo, pero lo podemos suponer de 0°, así: $\bar{U}_{C'} = 128173 \angle 0^\circ V$

- Los valores siempre nos los piden en el lado de baja tensión de los transformadores, por tanto sólo nos queda pasarlo por el transformador (recordando que la relación de transformación es 2):

$$\bar{U}_{C.66KV} = \frac{\bar{U}_{C.132KV}}{2} = \frac{\bar{U}_{C'}}{2} = \frac{128173 \angle 0^\circ}{2} = 64086.5 \angle 0^\circ V$$

Pero vamos a comprobar que este valor es correcto. Para ello, y con la tensión hallada (en el lado del transformador correspondiente a 132kV), buscaremos la $I_{AC'}$.

$$\bar{I}_{AC'} = \frac{P_{C'}}{U_{C'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{C'}} (\varphi_{U_{C'}} - \varphi_{C'}) = \frac{48.000.000}{128173 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 36.87^\circ} \angle (0^\circ - 36.87^\circ) = 270.26 \angle -36.87^\circ A$$

El ángulo de la tensión en ($\varphi_{U_{C'}}$) lo hemos supuesto de 0°, y que el ángulo total en barras "C' " es de 36.87°, según el enunciado.

- Buscamos, de nuevo, la tensión en barras "A":

$$\bar{V}_A = \bar{V}_{C'} + \bar{Z}_{AC'} \cdot \bar{I}_{AC'} = \frac{128173 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} + 13513 \angle 49.73^\circ = 83375.4 \angle 7.1^\circ V$$

- Por tanto, la tensión de línea será: $\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144410 \angle 7.1^\circ V$

Valor prácticamente idéntico al hallado anteriormente, por lo que damos por bueno el resultado.

2 Ahora, y manteniendo en barras "B" la tensión constante de 66kV, queremos obtener en barras "C" también 66kV. ¿Qué potencia deberá entregar el compensador síncrono para conseguirlo?

Aquí surgen algunos conceptos teóricos muy importantes:

- Si no modificamos las condiciones eléctricas en barras "B" (o "B' "), no se puede modificar la tensión en las barras "A". Por tanto, ésta se mantendrá constante y de valor el hallado anteriormente (se supone por supuesto que no modificamos la línea "AB").
- Como nos piden que en barras "C", obtengamos 66kV en el lado de baja tensión del segundo transformador. Al otro lado del transformador, es decir, en el lado de alta tensión (barras "C' "), siempre trabajaremos en este lado del transformador que da al circuito, tendremos 132kV.
- Como imponemos unas condiciones de tensión al final de línea, tendremos que aplicar la ecuación que manteniendo la potencia activa constante en barras "C' " nos da la nueva potencia reactiva que debemos tener en barras "C' " para obtener la tensión pedida.

$$Q_2 = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (P_2 + k_p)^2}$$

Siendo los parámetros kij considerados para una línea corta:

$$k = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} = \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_L}$$

$$k_p = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_2^2}{Z_L} \cos \varphi_{Z.LINEA}$$

$$k_q = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \sin(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_2^2}{Z_{LINEA}} \sin \varphi_{Z.LINEA}$$

Todos los parámetros son módulos, el ángulo sólo se usa para el sen, o el cos.

En nuestro caso los valores a aplicar son:

$$P_{C'} = 48 MW \quad Q_{C'} = 36 MVAR \quad \bar{S}_{C'} = 60 \angle 36.87^\circ MVA$$

$$\bar{U}_A = 144455.2 \angle 5.52^\circ V \quad \bar{Z}_{AC'} = (3 + j50) = 50 \angle 86.6^\circ \Omega$$

Y con el valor pedido por el enunciado, ya pasado al lado de alta tensión del transformador:

$$\bar{U}_{C'} = 132.000 \angle 0^\circ V$$

Ahora ya podemos calcular los coeficientes kij:

$$k = \frac{U_1 \cdot U_2}{B} = \frac{U_A \cdot U_{C'}}{Z_{LINEA-AC'}} = \frac{144.455 \cdot 132}{50} = 381.36$$

$$k_p = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_{C'}^2}{Z_{LINEA-AC'}} \cos \varphi_{Z.LINEA-AC'} = \frac{132^2}{50} \cos 86.6^\circ = 20.67$$

$$k_q = \frac{A \cdot U_2^2}{B} \cdot \cos(\alpha_B - \alpha_A) = \frac{U_{C'}^2}{Z_{LINEA-AC'}} \cdot \sin \varphi_{Z.LINEA-AC'} = \frac{132^2}{50} \cdot \sin 86.6^\circ = 347.87$$

Por tanto, la nueva potencia reactiva que deberá existir en las barras "C" será:

$$Q_{C'} = -k_q \pm \sqrt{k^2 - (P_{C'} + k_p)^2} = -347.87 \pm 375.126 = 27.26 \text{ MVAR}$$

Es decir, nosotros teníamos una $Q_{C'} = 36 \text{ MVAR}$, y deberíamos tener una $Q_{C'} = 27.26 \text{ MVAR}$.

Con este nuevo valor nos cambiará el ángulo total en barras "C", que pasará a valer:

$$\varphi_{C'} = \arctan \frac{Q_{C'-NUEVA}}{P_{C'}} = \arctan \frac{27.26}{48} = \arctan 0.5679 = 29.59^\circ$$

Existe un método más sencillo para hallar el nuevo ángulo total en barras "C", sólo se debe recordar que el ángulo de la potencia aparente es siempre el ángulo total de un nudo o barra de conexión. Así, para nuestro caso tendremos:

$$\bar{S}_{C'} = (P_{C'} + jQ_{C'-NUEVA}) = (48 + j27.26) = 55.2 \angle 29.6^\circ \text{ MVA}$$

Este nuevo ángulo total cambiará el módulo y el ángulo de la intensidad que fluye desde "A" hasta "C":

$$\bar{I}_{AC'} = \frac{P_{C'}}{U_{C'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{C'}} (\varphi_{UC'} - \varphi_{C'}) = \frac{48.000.000}{132000 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 29.6^\circ} \angle (0^\circ - 29.6^\circ) = 241.46 \angle -29.6^\circ \text{ A}$$

Se debe recordar que el ángulo de la tensión en $(\varphi_{UC'})$ lo hemos supuesto de 0° .

- Buscamos, de nuevo, la tensión en barras "A":

$$\bar{V}_A = \bar{V}_{C'} + \bar{Z}_{AC'} \cdot \bar{I}_{AC'} = \frac{132000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} + 12073 \angle 57^\circ = 83402.5 \angle 6.97^\circ \text{ V}$$

- Por tanto, la tensión de línea será: $\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144457 \angle 6.97^\circ \text{ V}$

Resultado totalmente correcto, ya que coincide con los valores hallados en el principio del problema. Una vez se ha comprobado que el resultado es correcto, pasamos a hallar la potencia reactiva de compensación, que tendrá un valor de:

$$Q_{comp} = Q_{C'} - Q_{c \text{ arg a-anterior}} = 27.26 - 36 = -8.74 \text{ MVAR}$$

Siendo el valor del condensador equivalente que le correspondería al compensador síncrono a colocar con una tensión de 66kV (se debe recordar que el compensador síncrono está situado en las barras "C" y por tanto en el lado de baja tensión del transformador):

$$C = \frac{Q_{comp}}{\omega \cdot U_2^2} = \frac{-8.74}{\omega \cdot 66^2} = 6.38 \mu\text{F} \quad (\text{a } 66\text{kV})$$

3 Si mantenemos las condiciones de funcionamiento del apartado anterior, ¿cuál será la nueva tensión en barras "C", si la potencia reactiva que entrega el compensador síncrono asciende a $Q_{comp} = -6 \text{ MVAR}$?

Como se mantiene la tensión en barras "B", nos están indicando que se mantiene en barras "A". Por otra parte, las condiciones eléctricas en "C" variarán, ya que la potencia reactiva del compensador síncrono así lo hace. En resumen, la nueva potencia reactiva en barras "C" tendrá el siguiente valor:

Volvemos a trabajar en el lado de alta tensión del transformador, al final ya pasaremos los resultados al lado de baja tensión pedido.

$$Q_{C'} = Q_{comp} + Q_{cargada-anterior} = -6 + 36 = 30 \text{ MVAR}$$

El nuevo ángulo total en "C'" valdrá (calculando la potencia aparente total en barras "C'" y recordando que la potencia activa no se modifica):

$$\bar{S}_{C'} = (P_{C'} + jQ_{C'-NUEVA}) = (48 + j30) = 56.6 \angle 32^\circ \text{ MVA}$$

Es decir, conocemos los siguientes parámetros en barras "C'":

$$\bar{S}_{C'} = (P_{C'} + jQ_{C'-NUEVA}) = 56.6 \angle 32^\circ \text{ MVA} \quad P_{C'} = 48 \text{ MW} \quad Q_{C'} = 30 \text{ MVAR}$$

$$\varphi_{C'} = 32^\circ \quad \bar{Z}_{AC'} = (R_{AC'} + jX_{AC'}) = (3 + j50) = 50 \angle 86.6^\circ \Omega$$

Pero desconocemos el valor de la tensión en barras "C'" (es precisamente la incógnita), y por tanto desconocemos la intensidad de "A" a "C' ". No podemos continuar el problema sin aplicar la fórmula dada cuando existen valores mezclados.

La tensión en barras "A" tiene un valor de:

$$\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144455.2 \angle 5.52^\circ \text{ V}$$

Por tanto, se podrá aplicar la ecuación:

$$U_{C'}^4 + [2(R_{AC'} \cdot P_{C'} + X_{AC'} \cdot Q_{C'}) - U_{AC'}^2] U_{C'}^2 + (Z_{AC'} \cdot S_{C'})^2 = 0$$

Resolviendo para nuestros valores, obtendremos:

$$U_{C'}^4 + [2(3 \cdot 48 + 50 \cdot 30) - 144.455^2] U_{C'}^2 + (56.6 \cdot 50)^2 = 0$$

$$U_{C'}^4 - 17579.25 U_{C'}^2 + 8008900 = 0$$

$$U_{C'} = 130810 \text{ V}$$

No conocemos el ángulo, pero lo podemos suponer de 0° , así: $\bar{U}_{C'} = 130810 \angle 0^\circ \text{ V}$

- Sólo nos queda pasarlo por el transformador (ya que los resultados nos los piden en el lado de baja tensión), y recordando que la relación de transformación es 2, tendremos:

$$\bar{U}_{C.66KV} = \bar{U}_C = \frac{\bar{U}_{C'.132KV}}{2} = \frac{130810 \angle 0^\circ}{2} = 65405 \angle 0^\circ \text{ V}$$

Pero vamos a comprobar que este valor es correcto. Para ello, y con la tensión hallada (en el lado del transformador correspondiente a 132kV), buscaremos la $I_{AC'}$.

$$\bar{I}_{AC'} = \frac{P_{C'}}{U_{C'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{C'}} (\varphi_{U_{C'}} - \varphi_{C'}) = \frac{48000000}{130810 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 32^\circ} \angle (0 - 32^\circ) = 249.8 \angle -32^\circ \text{ A}$$

Debe recordarse que el ángulo de la tensión en ($\varphi_{U_{C'}}$), lo hemos supuesto de 0° , y que el ángulo total de "C'" es de 32° , según lo hemos calculado.

- Buscamos, de nuevo, la tensión en barras "A":

$$\bar{V}_A = \bar{V}_{C'} + \bar{Z}_{AC'} \cdot \bar{I}_{AC'} = \frac{130810 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} + 12490 \angle 54.6^\circ = 83382.3 \angle 7^\circ V$$

- Por tanto la tensión de línea será: $\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144422 \angle 7^\circ V$

Valor prácticamente idéntico al hallado al principio del problema, por lo que damos por bueno el resultado.

4 ¿Cuál será el rendimiento total del sistema de potencia, visto desde las barras "A", para las condiciones halladas en el apartado anterior?

Para hallar el rendimiento total del sistema de potencia es necesario conocer las potencias activas que fluyen desde las barras "A" hasta los extremos de las líneas, barras "B" y barras "C" (o bien, en barras "B" y barras "C", ya que los valores de las potencias coinciden). Recordando la fórmula que nos define el rendimiento de una instalación de estas características es:

$$\eta = \frac{P_{\text{SALIDA}}}{P_{\text{GENERADA}}} 100 = \frac{P_B + P_C}{P_A} 100$$

Las potencias de salida son conocidas, siendo un dato del enunciado:

$$P_B = 32 MW \quad \text{y} \quad P_C = 48 MW$$

El problema reside en encontrar la potencia total en barras "A", que a todos los efectos corresponde a la potencia generada, ya que desde las barras "A" hasta el generado "G" no existen resistencias que aumenten la potencia activa entregada por el generador.

Para el cálculo de la potencia activa en barras "A", se seguirán dos métodos alternativos:

- **1^{er} método: buscamos por separado las potencias que fluyen desde las barras "B" y de las barras "C" hasta las barras "A".**

$$P_{AC'} = U_A \cdot I_{AC'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_A \quad \text{y} \quad P_{AB'} = U_{B'} \cdot I_{AB'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_A$$

Estas son las fórmulas a aplicar. Nótese que los parámetros son los módulos de los correspondientes vectores que forman la tensión o la intensidad.

Por otra parte, los ángulos totales se hallarán con la fórmula ya conocida:

$$\varphi_{AB'} = (\varphi_{\bar{U}_B} - \varphi_{\bar{I}_{AB'}}) \quad \text{y} \quad \varphi_{AC'} = (\varphi_{\bar{U}_A} - \varphi_{\bar{I}_{AC'}})$$

Finalmente, se hallarán las intensidades que fluirán por las líneas "AB'" y "AC'":

$$\bar{I}_{AC'} = \frac{P_{C'}}{U_{C'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{C'}} (\varphi_{UC'} - \varphi_{C'}) \quad \text{y} \quad \bar{I}_{AB'} = \frac{P_{B'}}{U_{B'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{B'}} (\varphi_{UB'} - \varphi_{B'})$$

Se debe recordar que las condiciones de funcionamiento son las iniciales para las barras "B'" y las del último apartado (apartado nº 3) para las barras "C'".

Procediendo con nuestros valores tendremos, que las intensidades que fluirán desde barras "C'" y desde barras "B'" hasta las barras centrales "A" serán:

$$\bar{I}_{AC'} = \frac{P_{C'}}{U_{C'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{C'}} (\varphi_{UC'} - \varphi_{C'}) = 249.8 \angle -32^\circ A \quad (\text{Valor hallado en el apartado nº 3}).$$

$$\bar{I}_{AB'} = \frac{P_{B'}}{U_{B'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{B'}} (\varphi_{UB'} - \varphi_{B'}) = 174.95 \angle -36.87^\circ A \text{ (Valor hallado en el apartado nº 1)}$$

La tensión en barras "A", hallada en el apartado nº 1, será:

$$\bar{U}_A = 144455.2 \angle 5.52^\circ V$$

Los ángulos que le corresponderán a las barras "A", vistos desde barras "C" o desde barras "B", serán los siguientes:

$$\begin{aligned}\varphi_{AC'} &= (\varphi_{UA} - \varphi_{AC'}) = (5.52^\circ - (-32^\circ)) = 37.52^\circ \\ \varphi_{AB'} &= (\varphi_{UA} - \varphi_{AB'}) = (5.52^\circ - (-36.87^\circ)) = 42.39^\circ\end{aligned}$$

Es importante notar, llegado a este punto, que la tensión es única en barras "A" (sólo puede haber una única tensión por barra). Por el contrario, las intensidades pueden fluir libremente desde cualquier barra (la "B" o la "C") hasta la barra "A". Por tanto, las intensidades se calculan en las barras "B" y en las barras "C", y estas intensidades (al ser unas líneas cortas con longitudes menores de 80km) serán las mismas que lleguen a las barras "A". Este es el motivo por el que se las ha denominado $I_{AC'}$ e $I_{AB'}$, ya que fluyen a lo largo de estas líneas.

Conocidos todos los parámetros, podemos buscar las potencias activas que fluyen hacia las barras "A":

$$P_{AC'} = U_A \cdot I_{AC'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{AC'} = 144455.2 \cdot 249.8 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 37.52^\circ = 49572010W$$

$$P_{AB'} = U_A \cdot I_{AB'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{AB'} = 144452.2 \cdot 174.95 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 42.39^\circ = 32328992.6W$$

La tensión no cambia (recordar de nuevo que sólo hay una tensión por barra). Pero las intensidades y las potencias suman siempre todas sus aportaciones, por tanto:

$$P_{TOTAL-A} = P_{AC'} + P_{AB'} = 49.57 + 32.33 = 81.9MW$$

$$\bar{I}_{TOTAL-A} = \bar{I}_{AC'} + \bar{I}_{AB'} = 249.8 \angle -32^\circ + 174.95 \angle -36.87^\circ = 424.37 \angle -34^\circ A$$

Conocidos todos estos parámetros, es ya posible hallar el rendimiento:

$$\eta = \frac{P_{SALIDA}}{P_{GENERADA}} 100 = \frac{P_B + P_C}{P_A} 100 = \frac{48 + 32}{32.33 + 49.57} 100 = 97.68\%$$

Aunque no se piden, no es difícil hallar ahora las aportaciones que las potencias reactivas dan a las barras "A". Su cálculo es idéntico a las potencias activas con sólo cambiar el cos, por el sen:

$$Q_{AC'} = U_A \cdot I_{AC'} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_A = 144455.2 \cdot 249.8 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 37.52^\circ = 38065441MVAR$$

$$Q_{AB'} = U_A \cdot I_{AB'} \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_A = 144452.2 \cdot 174.95 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 42.39^\circ = 29510081MVAR$$

Que sumadas nos dan la potencia total reactiva en barras "A".

$$Q_{TOTAL-A} = Q_{AC'} + Q_{AB'} = 38.0 + 29.51 = 67.51MVAR$$

Finalmente, la potencia aparente total en barras "A" será ahora fácilmente calculable, conocidas las potencias totales activas y reactivas en dichas barras:

$$\bar{S}_A = (P_A + jQ_A) = (81.9 + j67.51) = 106.14 \angle 39.54^\circ MVA$$

El ángulo total, por supuesto, coincide con el hallado por otros métodos.

• **2^{do} método: buscamos directamente la potencia activa total en barras "A"**

Este método es más rápido que el anterior, ya que se basa en que la potencia activa total en barras "A" es:

$$P_{TOTAL-A} = U_A \cdot I_{TA} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_A$$

Nosotros conocemos todos los parámetros de la fórmula anterior, excepto el ángulo total, pero éste es de rápido cálculo. Pero vayamos por partes.

La intensidad total será la suma de las intensidades que fluyen desde las barras "C" y barras "B" hasta las barras "A". Estos valores se calcularon en apartados precedentes y son, por tanto, datos:

$$\bar{I}_{TOTAL-A} = \bar{I}_{AC'} + \bar{I}_{AB'} = 249.8 \angle -32^\circ + 174.95 \angle -36.87^\circ = 424.37 \angle -34^\circ A$$

Por su parte la tensión en barras "A" (que es única) ya se calculó en el primer apartado de este problema. Su valor es:

$$\bar{U}_A = \bar{V}_A \cdot \sqrt{3} = 144455.2 \angle 5.52^\circ V$$

El único valor desconocido de la fórmula de la potencia activa total en barras "A" es el ángulo total en este punto. Pero su cálculo es muy rápido, conocidos los ángulos de la tensión y de la intensidad en barras "A".

$$\varphi_A = \varphi_{\bar{U}_A} - \varphi_{\bar{I}_A} = 5.52^\circ - (-34^\circ) = 39.52^\circ$$

Con todos estos valores, ya podemos hallar la potencia activa total en barras "A":

$$P_{TOTAL-A} = U_A \cdot I_{TA} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_A = 144455.2 \cdot 424.37 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 39.52^\circ = 81906718 W$$

Valor exacto al hallado con el primer método.

Las restantes potencias también son de cálculo inmediato. Para la potencia reactiva tendremos:

$$Q_{TOTAL-A} = U_A \cdot I_A \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_A = 144455.2 \cdot 424.37 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin 39.52^\circ = 67566721 VAR$$

Y para la potencia total aparente:

$$\bar{S}_A = (P_A + jQ_A) = (81.9 + j67.57) = 106.17 \angle 39.52^\circ MVA$$

El ángulo total, por supuesto, coincide con el hallado anteriormente.

PROBLEMA 3.9

Se dispone del siguiente sistema de potencia formado por una central generadora, dos transformadores (el T_{R1} es un transformador con dos devanados regulable en su relación de transformación, mientras que el T_{R2} es un transformador de tres devanados situándose los condensadores de compensación en las barras "F") y unas líneas de interconexión acopladas en serie. De los extremos de la línea parte una derivación con unos consumos específicos mostrados en la figura. Las características del sistema de potencia, así como todos los parámetros importantes del mismo, son los mostrados en la figura.

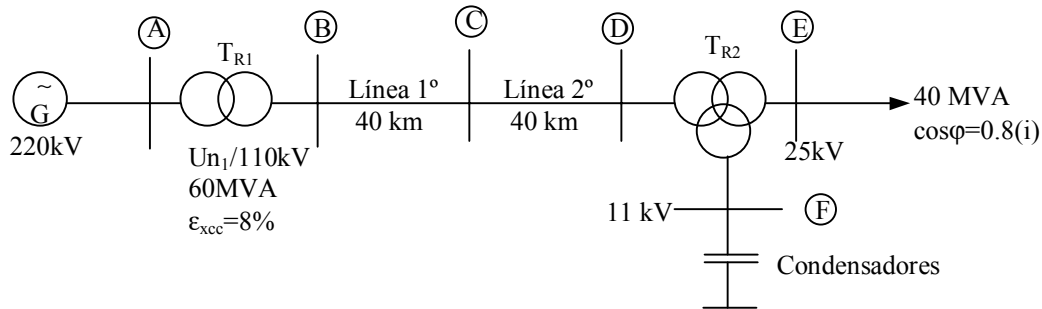


Figura 3.9 Sistema completo de potencia correspondiente al problema 3.9

DATOS

T_{R2} :	P-S.....50MVA.....110kV/25kV..... $\epsilon_{xcc}=8\%$
	P-T.....20MVA.....110kV/11kV..... $\epsilon_{xcc}=6\%$
	S-T.....20MVA.....25kV/11kV..... $\epsilon_{xcc}=4\%$

En todas las líneas considerar $Z=(0.06+j0.36)\Omega/\text{km}$

La central generadora mantiene la tensión en barras "A" constante

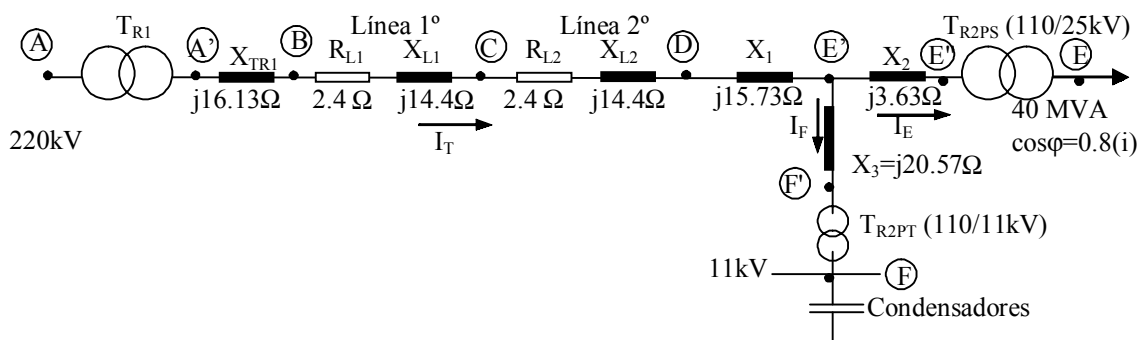
La tensión en barras "E", se mantiene constante a 25kV

HALLAR

1. Si deseamos mantener la tensión constante en barras "C" y de valor igual a 111kV, ¿cuál será la reactancia capacitativa de la batería de condensadores a colocar en el terciario de T_{R2} para lograr estas condiciones?
2. Manteniendo la tensión anterior en barras "C", ¿cuál será la intensidad que circulará por las citadas barras una vez efectuada la compensación anterior?
3. Manteniendo la tensión anterior en barras "C", ¿cuál será el valor al que regularemos la tensión nominal del primario del transformador T_{R1} , si deseamos obtener los 220kV en bornes del generador?
4. ¿Cuál será el rendimiento total (η_T) del sistema de potencia visto desde "A" con las condiciones halladas en el apartado anterior?

RESOLUCIÓN

- Sistema de potencia con sus respectivas impedancias



- **Cálculo de las impedancias**

- **Líneas 1º y 2º**

- Línea "1": $\bar{Z}_{L1} = (R_1 + j\bar{X}_1) = 40(0.06 + j0.36) = (2.4 + j14.4) = 14.6\angle 80.53^\circ \Omega$
- Línea "2": $\bar{Z}_{L2} = (R_2 + j\bar{X}_2) = (2.4 + j14.4) = 14.6\angle 80.53^\circ \Omega$

- **Transformador T_{R1}**

- $\bar{X}_{TR1} = 0.08 \frac{(110)^2}{60} = j16.13\Omega$ Como $R_{cc}=0$ $\bar{Z}_{TR1} = (0 + j16.13) = 16.13\angle 90^\circ \Omega$

- **Transformador T_{R2}** (Se deben calcular sus tres bobinados con las fórmulas dadas en los anexos)

- $\bar{X}_{PS} = 0.08 \frac{(110)^2}{50} = j19.36\Omega$ $\bar{X}_I = \frac{(\bar{X}_{PS} + \bar{X}_{PT} - \bar{X}_{ST})}{2} = j15.73\Omega$

- $\bar{X}_{PT} = 0.06 \frac{(110)^2}{20} = j36.3\Omega$ $\bar{X}_2 = \frac{(\bar{X}_{SP} + \bar{X}_{ST} - \bar{X}_{PT})}{2} = j3.63\Omega$

$$\bar{X}_{ST} = 0.04 \frac{(25)^2}{20} = j1.25\Omega \rightarrow \bar{X}_{ST \text{ } 110 \text{ kV}} = 1.25 \left(\frac{110}{25} \right)^2 = j24.2\Omega$$

$$\bar{X}_3 = \frac{(\bar{X}_{PT} + \bar{X}_{ST} - \bar{X}_{PS})}{2} = j20.57\Omega$$

- **Relaciones de transformación** (Existirán tres relaciones de transformación para el T_{R2} y una para el T_{R1})

- T_{R1} : $m = \frac{110}{U_{n1}}$ (Por ahora desconocemos su valor).

- T_{R2} : $m_{PS} = \frac{110}{25} = 4.4$ $m_{PT} = \frac{110}{11} = 10$ $m_{ST} = \frac{25}{11} = 2.273$

1 ¿Cuál será la reactancia capacitativa de la batería de condensadores a colocar en el terciario de T_{R2} para lograr 111kV en las barras "C"?

- **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "E"**

$$\bar{S}_E = 40\angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$P_E = S_E \cdot \cos \varphi_E = 40 \cdot 0.8 = 32 \text{ MW}$$

$$Q_E = S_E \cdot \sin \varphi_E = 40 \cdot 0.6 = 24 \text{ MVAR}$$

$$\varphi_E = \arccos 0.8 = 36.87^\circ$$

$$U_E = 25000 \text{ (0°V)} \text{ (Recordar que al final de línea siempre es posible suponer 0° de desfase en la tensión.)}$$

$$\bar{I}_E = \frac{32 \cdot 10^6}{25000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.8} = 923.8\angle -36.87^\circ \text{ A}$$

- **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "E" "**

Vamos a realizar el paso de todas las magnitudes eléctricas anteriores por un teórico transformador ideal (del secundario al primario del transformador de tres bobinados). Al ser ideal, no se modificarán ni potencias, ni frecuencias, ni desfases (al menos en este caso), quedando las magnitudes solamente afectadas de cambios en cuanto a tensiones e intensidades debidas a la relación de transformación $m_{PS}=4.4$:

$$\bar{S}_{E''} = 40\angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$P_{E''} = S_{E''} \cdot \cos \varphi_{E''} = 40 \cdot 0.8 = 32 \text{ MW}$$

$$Q_{E''} = S_{E''} \cdot \sin \varphi_{E''} = 40 \cdot 0.6 = 24 \text{ MVAR}$$

$$\varphi_{E''} = \arccos 0.8 = 36.87^\circ$$

$U_{E''} = 110000 \angle 0^\circ V$ (Recordar que al final de línea siempre es posible suponer 0° de desfase en la tensión).
 $\bar{I}_{E''} = 209.95 \angle -36.87^\circ A$

- **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "E' "**

Ya hemos pasado por el transformador teórico T_{R2} del secundario al primario (es decir, de 25kV, a 110kV), por tanto ya no hay que pasar por ningún otro transformador hasta que pasemos de ("A' " a "A"), o bien, de ("F' " a "F").

Este punto intermedio de los bobinados del T_{R2} , (punto "E' ") realmente no existe, es como si pudiéramos dividir el valor de los bobinados en tres partes (primario, secundario y terciario). Pero como con las fórmulas sí podemos realizar esta teórica partición de los bobinados y precisamente es en éste punto donde arranca el bobinado terciario (en el cual se disponen los condensadores), será importante buscar todas las magnitudes eléctricas en él.

$$\bar{V}_{E'} = \bar{V}_{E''} + \bar{X}_2 \cdot \bar{I}_{E''} = 63508.5 \angle 0^\circ + 3.63 \angle 90^\circ \cdot 209.95 \angle -36.87^\circ = 63968.7 \angle 0.55^\circ V$$

$$\text{Con: } \bar{V}_{E'} = \frac{\bar{U}_{E'}}{\sqrt{3}} = \frac{110000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 63508.5 \angle 0^\circ V$$

Los otros valores para este punto intermedio "E' " serán:

$$\bar{U}_{E'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{E'} = \sqrt{3} \cdot 63968.7 \angle 0.55^\circ = 110797.1 \angle 0.55^\circ V$$

$$\bar{I}_{E'} = \bar{I}_{E''} = 209.95 \angle -36.87^\circ A \quad (\text{El valor de la intensidad no puede cambiar ya que no hay derivaciones}).$$

$$P_{E'} = U_{E'} \cdot \bar{I}_{E'} \sqrt{3} \cos \varphi_{E'} = 32 MW \quad Q_{E'} = U_{E'} \cdot \bar{I}_{E'} \sqrt{3} \sin \varphi_{E'} = 24.48 MVAR$$

$$\bar{S}_{E'} = (P_{E'} + jQ_{E'}) = (32 + j24.48) = 40.29 \angle 37.41^\circ MVA$$

$$\varphi_{E'} = \varphi_{SE'} = (\varphi_{\bar{U}_{E'}} - \varphi_{\bar{I}_{E'}}) = 37.41^\circ$$

- **Cálculo de la potencia de compensación de la batería de condensadores en barras "F"**

Si deseamos que la $U_C = 111kV$, primeramente será necesario calcular qué potencia reactiva capacitiva será necesario disponer en las barras "E' ", aplicando las fórmulas ya conocidas entre los dos extremos (barras "C" y "E' ").

- **Cálculo de la nueva potencia reactiva en barras "E' "**

$$Q_{E'-NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{E'} + Kp)^2} = -404.9 \pm 401.80 = -3.1 MVAR$$

$$K = \frac{U_{E'} \cdot U_C}{Z_{CE'}} = \frac{110.797 \cdot 111}{30.22} = 406.96$$

$$K_p = \frac{U_{E'}^2}{Z_{CE'}} \cos \varphi_{\bar{Z}_{CE'}} = \frac{(110.797)^2}{30.22} \cos(85.4^\circ) = 32.578$$

$$K_q = \frac{U_{E'}^2}{Z_{CE'}} \sin \varphi_{\bar{Z}_{CE'}} = \frac{(110.797)^2}{30.22} \sin(85.4^\circ) = 404.9$$

$$\text{Con: } \bar{Z}_{CE'} = (2.4 + j(14.4 + 15.73)) = (2.4 + j30.13) = 30.22 \angle 85.44^\circ \Omega$$

$$\bar{U}_C = 111kV \quad \bar{U}_{E'} = 110.797kV \quad P_{E'} = 32MW$$

Por tanto, la potencia reactiva en barras "E' ", pasa de 24.48MVAR que ya teníamos a los nuevos -3.1MVAR.

- **La potencia de compensación en barras "E' " (110kV) será**

$$Q_{comp} = -Q_{E'} - Q_{ANTIGUA} = -3.1 - 24.48 = -27.58 MVAR$$

$$\bar{X}_{comp-E'} = \frac{U_{E'}^2}{Q_{comp}} = \frac{(110.797)^2}{-27.58} = -j445.10\Omega$$

Pero este valor de la reactancia capacitiva es en barras "E' ", y nosotros necesitamos conocerlo en las barras "F' ". El valor de la reactancia capacitiva en barras "F' " será el valor de la reactancia en barras "E' " menos el valor de la reactancia terciaria $X_3 = j 20.57\Omega$.

$$X_{F'} = X_{comp-E'} - X_3 = -j445.10 - j20.57 = -j465.67\Omega$$

• **Cálculo de la potencia reactiva y de la reactancia capacitiva en barras "F" (11kV)**

Sólo nos resta pasar los valores anteriores, desde las barras "F' " a 110kV, a las barras "F" a 11kV, para ello aplicaremos los factores de conversión ya conocidos:

$$X_{comp-F} = \frac{X_{comp-F'}}{m_{PT}^2} = \frac{-j465.67}{\left(\frac{110}{11}\right)^2} = -j4.66\Omega$$

Quedando la potencia reactiva capacitiva y el correspondiente valor de los condensadores como sigue:

$$Q_{comp-F} = \frac{U_F^2}{X_{comp-F}} = \frac{11^2}{-4.66} = -25.96MVAR$$

$$C_{comp-F} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_{comp-F}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 4.66} = 683\mu F$$

• **Comprobamos que estos valores son correctos, para ello las nuevas condiciones en "E' " (110kV) son:**

$Q_{E'} = -3.1MVAR$ (Valor encontrado con las fórmulas de compensación)

$P_{E'} = U_{E'} \cdot \bar{I}_{E'} \sqrt{3} \cos \varphi_{E'} = 32MW$ (El valor de la potencia activa se mantiene inalterable)

$\bar{U}_{E'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{E'} = \sqrt{3} \cdot 63968.7 \angle 0.55^\circ = 110797.1 \angle 0.55^\circ V$ (Tampoco varía el valor de la tensión)

$\bar{S}_{E'} = (P_{E'} + jQ_{E'}) = (32 - j3.1) = 32.14 \angle -5.53^\circ MVA$ (Este valor sí que cambia)

$\varphi_{E'} = \varphi_{SE'} = (\varphi_{UE'} - \varphi_{IE'}) = -5.53^\circ$

Y por tanto el valor de la intensidad total de la línea 2º (intensidad que llegará a las barras "E' ") será:

$$\bar{I}_{E'-TOTAL} = \frac{P_{E'}}{U_{E'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{E'}} \angle (\varphi_{UE'} - \varphi_{E'}) = \frac{32 \cdot 10^6}{110797 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-5.53)} \angle (0.55^\circ + 5.53^\circ) = 167.51 \angle 6.08^\circ A$$

Y la tensión en barras "C" será:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_{E'} + \bar{Z}_{C-E'} \cdot \bar{I}_{E'-TOTAL} = 63968.7 \angle 0.55^\circ + 30.22 \angle 85.44^\circ \cdot 167.51 \angle 6.08^\circ = 64083.3 \angle 5.08^\circ V$$

$$\text{Con: } \bar{V}_{E'} = \frac{\bar{U}_{E'}}{\sqrt{3}} = \frac{110797.1 \angle 0.55^\circ}{\sqrt{3}} = 63968.7 \angle 0.55^\circ V, \text{ es decir: } \bar{U}_C = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_C = 110995.5 \angle 5.08^\circ V$$

Siendo por tanto correctos los valores hallados.

2 Manteniendo la tensión anterior en barras "C", ¿cuál será la intensidad que circulará por las citadas barras una vez efectuada la compensación anterior?

La intensidad que fluye por las barras "C" es la misma que llegará a las barras "E' ", por tanto ya hemos hallado su valor, que era:

$$\bar{I}_{E'-TOTAL} = \frac{P_{E'}}{U_{E'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{E'}} \angle(\varphi_{U_{E'}} - \varphi_{E'}) = \frac{32 \cdot 10^6}{110797 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-5.53)} \angle(0.55^\circ + 5.53^\circ) = 167.51 \angle 6.08^\circ A$$

Existe otro método para hallar el valor de la intensidad que circulará por las líneas. Si observamos la figura que nos representa al sistema de potencia con sus impedancias e intensidades, tendremos:

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{E'} + \bar{I}_{cond} = 167.52 \angle -6.05^\circ A$$

Donde la intensidad que sigue hacia el secundario del transformador T_{R2} ya ha sido calculada anteriormente:

$$\bar{I}_{E'} = 209.95 \angle -36.87^\circ A$$

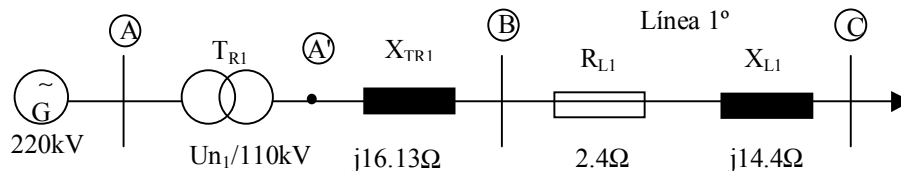
Y la intensidad que se deriva hacia las barras "F" es:

$$\bar{I}_{cond} = \frac{\frac{\bar{U}_{E'}}{\sqrt{3}}}{-jX_{comp-E'}} = \frac{\frac{110797}{\sqrt{3}} \angle 0.55^\circ}{445.10 \angle -90^\circ} = 143.72 \angle 90.55^\circ A$$

Nótese que la intensidad que se deriva por el condensador es la tensión de fase en barras "E" dividida por la reactancia total vista desde esas barras, que en nuestro caso es la reactancia de compensación hallada anteriormente.

3 Manteniendo la tensión anterior en barras "C", ¿cuál será el valor al que regularemos la tensión nominal del primario del transformador T_{R1} , si deseamos obtener los 220kV en bornes del generador?

Para poder hallar la regulación correcta para conseguir las citadas condiciones, será suficiente con hallar la tensión en las barras "A" y, mediante una regla de proporcionalidad, obtener la relación de transformación pedida:



La tensión en barras "A" será:

$$\bar{V}_{A'} = \bar{V}_C + \bar{Z}_{A'C} \cdot \bar{I}_T = \frac{110995.5}{\sqrt{3}} \angle 5.08^\circ + 18.68 \angle 82.26^\circ \cdot 167.52 \angle 6.08^\circ = 64525.4 \angle 7.84^\circ V$$

$$\text{Con: } \bar{Z}_{A'-C} = (2.4 + j(16.13 + 2.4)) = (2.4 + j18.53) = 18.68 \angle 82.62^\circ \Omega \quad \text{y} \quad \bar{I}_T = 167.52 \angle 6.04^\circ A$$

$$\text{Siendo la tensión de línea en barras "A": } \bar{U}_{A'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{A'} = 111761.3 \angle 7.84^\circ V$$

Entonces la regulación del primario será:

$$\bar{U}_{A'} = 111761.3 \angle 7.84^\circ \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} 220 \text{ --- } 111.761 \\ U_n \text{ --- } 110 \end{array} \right\} \Rightarrow U_{n1} = 216.53KV$$

4 ¿Cuál será el rendimiento total (η_T) del sistema de potencia visto desde "A" con las condiciones halladas en el apartado anterior?

Para hallar el rendimiento, simplemente tenemos que dividir la potencia de salida por la potencia de entrada, así tendremos que la potencia de entrada es:

$$P_{A'} = U_{A'} \cdot I_T \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{T_{A'}} = 111761.3 \cdot 167.52 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(1.08^\circ) = 32411892W = 32.41MW$$

$$\varphi_{T_{A'}} = \varphi_{\hat{V}_{A'}} - \varphi_{\hat{I}_{A'}} = 7.84^\circ - 6.04^\circ = 1.08^\circ$$

Siendo el rendimiento:

$$\eta_T = \frac{P_D}{P_{A'}} 100 = \frac{32}{32.41} 100 = 98.73\%$$

- **Cálculo de la potencia activa en barras "B"**

Si hubiésemos calculado el rendimiento en el punto "B" daría igual que el que hemos calculado en las barras "A", ya que la potencia activa no cambia si solamente entre estas dos barras hay una reactancia inductiva (ver problema 3.6).

$$\bar{V}_B = \bar{V}_{E'} + \bar{Z}_{BE'} \cdot \bar{I}_T = \frac{110797}{\sqrt{3}} \angle 0.55^\circ + 44.79 \angle 83.847^\circ \cdot 167.52 \angle 6.04^\circ = 64493.4 \angle 7.23^\circ V$$

$$\bar{Z}_{B'B} = (4.8 + j44.53) = 44.79 \angle 83.847^\circ \Omega$$

$$\bar{U}_B = \bar{V}_B \cdot \sqrt{3} = 111705.8 \angle 7.23^\circ V \quad \bar{I}_T = 167.52 \angle 6.04^\circ A$$

$$\varphi_{TB} = \varphi_{\hat{V}_B} - \varphi_{\hat{I}_B} = 7.23 - 6.04 = 1.19^\circ$$

$$P_B = U'_B \cdot I_T \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{Tb} = 111705.8 \cdot 167.52 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos 1.19^\circ = 32.4MW$$

Prácticamente coinciden las potencias de: $P_{A'} = P_B$

- **Finalmente podríamos hallar la potencia en barras "A" de la siguiente forma:**

Sólo las resistencias influyen en los cambios de la potencia activa. En toda la línea A'-E' sólo existen dos resistencias (las de las líneas), y además están recorridas por la misma intensidad, por tanto las pérdidas de potencia por fase serán:

$$P_{FASE(A'-E')} = (R_1 + R_2) \cdot I_{TOTAL}^2 = 4.8 \cdot 167.52^2 = 134702W \text{ (Potencia monofásica)}$$

La potencia trifásica pérdida en este tramo de línea será:

$$P_{TRIFÁSICA} = P_{MONOFÁSICA} \cdot 3 = 134702 \cdot 3 = 404106.5W = 0.404MW$$

Que si lo sumamos a los valores que teníamos, la potencia total es:

$$P_{TOTAL} = P_{A'} = P_{E'} + P_{PÉRDIDAS} = 32 + 0.404 = 32.404MW$$

Valor que coincide con el hallado por otros métodos.

PROBLEMA 3.10

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de dos transformadores, uno con dos bobinados (colocado al principio de línea) y el segundo con tres bobinados (colocado al final de línea). El bobinado terciario de este segundo transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal y como se indica en la figura. Las características del transformador, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.

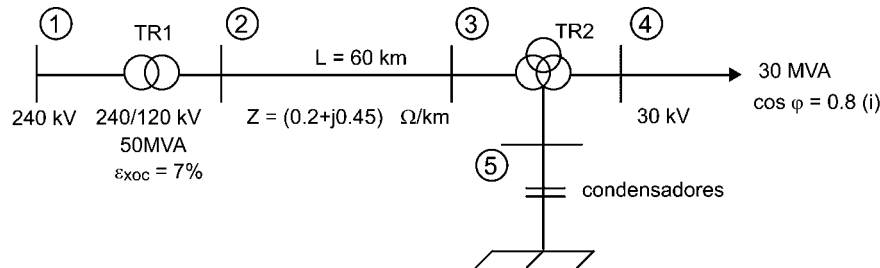


Figura 3.10 Sistema completo de potencia correspondiente al problema 3.10

DATOS

T_{R2} :	P-S.....60MVA.....120kV/30kV..... $\epsilon_{xoc}=8\%$
	P-T.....20MVA.....120kV/10kV..... $\epsilon_{xoc}=5\%$
	S-T.....20MVA.....30kV/10kV..... $\epsilon_{xoc}=6\%$

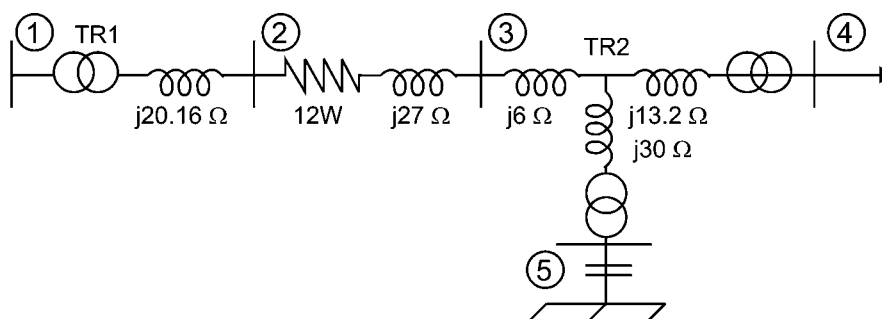
HALLAR

Si la tensión en el nudo “1” es de 240 kV constantes y deseamos que la tensión en barras “4” sea de 30 kV manteniéndose también constante:

1. La potencia de compensación y la batería de condensadores a colocar en barras “5”
2. La intensidad que circula por la línea
3. Potencias en bornes del T_{R1}
4. Rendimiento total de la red

RESOLUCIÓN

- *Sistema de potencia con sus respectivas impedancias*



- **Cálculo de las impedancias**
- **Línea 2-3**

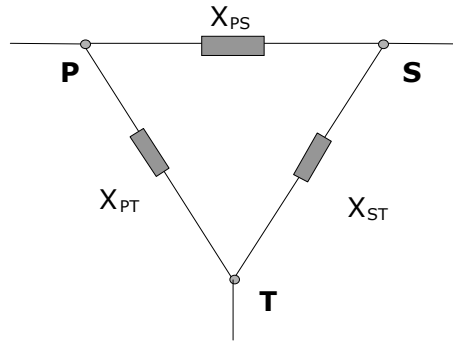
$$\bar{Z}_{\text{linea}} = (R + jX) \Omega / km \quad \bar{Z}_{23} = 60 \cdot (0.2 + j0.45) = (12 + j27) = 29.546 \angle 66.037^\circ \Omega$$

- **Transformador T_{R1}**

$$\bar{X}_{TR1} = \frac{U_n^2}{S} \cdot \epsilon_{xcc} \quad \bar{X}_{TR1} = \frac{(120)^2}{50} \cdot 0.07 = j20.16 \Omega = \bar{Z}_{TR1} = 20.16 \angle 90^\circ \Omega$$

- **Transformador T_{R2}**

Lo primero que debemos calcular es el valor de las impedancias (reactancias inductivas en este caso) de que dispone el transformador, considerándose siempre los valores desde: primario-secundario, primario-terciario, y secundario-terciario, que son los únicos que realmente pueden medirse desde el exterior. El siguiente esquema nos ayudará a comprender los cálculos.



$$\begin{aligned} \bar{X}_{PS} &= \frac{U_{nPS}^2}{S} \cdot \epsilon_{xcc} & \bar{X}_{PS120} &= \frac{(120)^2}{60} \cdot 0.08 = j19.2 \Omega \\ \bar{X}_{PT} &= \frac{U_{nPT}^2}{S} \cdot \epsilon_{xcc} & \bar{X}_{PT120} &= \frac{(120)^2}{20} \cdot 0.05 = j36 \Omega \\ \bar{X}_{ST} &= \frac{U_{nST}^2}{S} \cdot \epsilon_{xcc} & \bar{X}_{ST30} &= \frac{(30)^2}{20} \cdot 0.06 = j2.7 \Omega \end{aligned}$$

El subíndice de las reactancias indica el nivel de tensión al que han sido halladas las mismas.

- **Relaciones de transformación** (Existirán tres relaciones de transformación para el T_{R2} y una para el T_{R1}).

- T_{R1} : $m = \frac{240}{120} = 2$

- T_{R2} : $m_{PS} = \frac{120}{30} = 4$ $m_{PT} = \frac{120}{10} = 12$ $m_{ST} = \frac{30}{10} = 3$

Para pasar la reactancia del secundario-terciario de 30kV a 120kV, usaremos las fórmulas y explicaciones dadas en el problema 3.9.

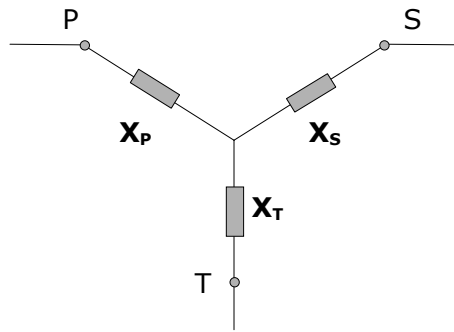
$$\bar{X}_{ST120} = \bar{X}_{ST30} \cdot m^2 \quad \bar{X}_{ST120} = j2.7 \cdot 4^2 = j43.2 \Omega$$

- **Paso a estrella del triángulo formado por las impedancias del transformador**

Se usarán las siguientes fórmulas y esquema:

$$\bar{X}_P = \frac{\bar{X}_{PS} + \bar{X}_{PT} - \bar{X}_{ST}}{2} = j6 \Omega \quad \bar{X}_S = \frac{\bar{X}_{PS} + \bar{X}_{ST} - \bar{X}_{PT}}{2} = j13.2 \Omega$$

$$\bar{X}_T = \frac{\bar{X}_{ST} + \bar{X}_{PT} - \bar{X}_{PS}}{2} = j30 \Omega$$



1 ¿Cuál será la reactancia capacitativa de la batería de condensadores a colocar en el terciario de T_{R2} para lograr 240kV en las barras "1" y 30kV en barras "4"?

- Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4" (30kV)

$$\bar{S}_4 = 30 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$P_4 = S_4 \cdot \cos \varphi_4 = 30 \cdot 0.8 = 24 \text{ MW}$$

$$Q_4 = S_4 \cdot \sin \varphi_4 = 30 \cdot 0.6 = 18 \text{ MVAR}$$

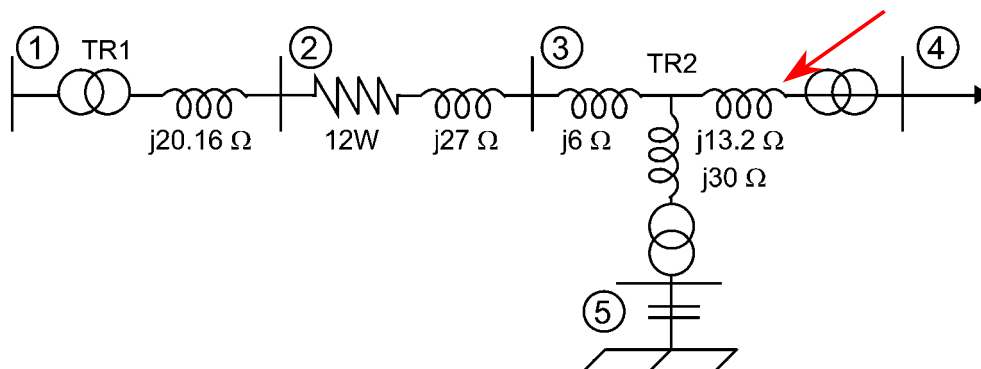
$$\varphi_4 = \arccos 0.8 = 36.87^\circ$$

$$U_4 = 30000 \text{ (0}^\circ \text{V)} \text{ (Recordar que al final de línea siempre es posible suponer } 0^\circ \text{ de desfase en la tensión).}$$

$$\bar{I}_4 = \frac{24 \cdot 10^6}{30000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.8} = 578 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

- Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4" "

Vamos a realizar el paso de todas las magnitudes eléctricas anteriores por un teórico transformador ideal (del secundario al primario del transformador de tres bobinados). Al ser ideal, no se modificarán ni potencias, ni frecuencias, ni desfases (al menos en este caso), quedando las magnitudes solamente afectadas de cambios en cuanto a tensiones e intensidades debidas a la relación de transformación $m_{PS}=4$.



Así los valores quedarán:

$$\bar{S}_{4''} = 30 \angle 36.87^\circ \text{ MVA}$$

$$P_{4''} = S_{4''} \cdot \cos \varphi_{4''} = 30 \cdot 0.8 = 24 \text{ MW}$$

$$Q_{4''} = S_{4''} \cdot \sin \varphi_{4''} = 30 \cdot 0.6 = 18 \text{ MVAR}$$

$$\varphi_{4''} = \arccos 0.8 = 36.87^\circ$$

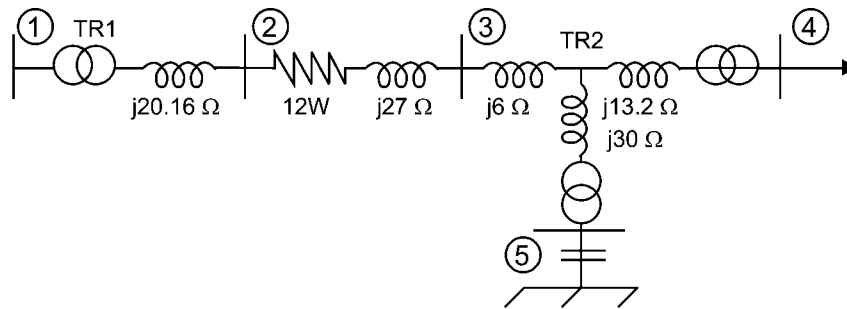
$$U_{4''} = 120000 \text{ (0}^\circ \text{V)} \text{ (Recordar que al final de línea siempre es posible suponer } 0^\circ \text{ de desfase en la tensión).}$$

$$\bar{I}_{4''} = \frac{24 \cdot 10^6}{120000 \cdot \sqrt{3} \cdot 0.8} = 144.34 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

- **Valores de las magnitudes eléctricas en las barras "4' "**

Ya hemos pasado por el transformador teórico T_{R2} del secundario al primario (es decir, de 30kV a 120kV), por tanto ya no hay que pasar por ningún otro transformador hasta que pasemos de ("1' " a "1"), o bien, de ("5' " a "5").

Este punto intermedio de los bobinados del T_{R2} (punto "4' ") realmente no existe, es como si pudiéramos dividir el valor de los bobinados en tres partes (primario, secundario, y terciario). Pero como con las fórmulas sí podemos realizar ésta teórica partición de los bobinados y precisamente es en éste punto donde arranca el bobinado terciario (en el cual se disponen los condensadores), será importante buscar todas las magnitudes eléctricas en él.



$$\bar{V}_{4'} = \bar{V}_{4''} + \bar{X}_2 \cdot \bar{I}_{4''} = 69282.03 \angle 0^\circ + 13.2 \angle 90^\circ \cdot 144.34 \angle -36.87^\circ = 70441.68 \angle 1.24^\circ V$$

$$\text{Con: } \bar{V}_{4'} = \frac{\bar{U}_{4'}}{\sqrt{3}} = \frac{120000 \angle 0^\circ}{\sqrt{3}} = 69282.03 \angle 0^\circ V$$

Los otros valores para este punto intermedio "4' " serán:

$$\bar{U}_{4'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{4'} = \sqrt{3} \cdot 70441.68 \angle 1.24^\circ = 122008.56 \angle 1.24^\circ V$$

$$\bar{I}_{4'} = \bar{I}_{4''} = 144.34 \angle -36.87^\circ A \quad (\text{El valor de la intensidad no puede cambiar ya que no hay derivaciones}).$$

$$P_{4'} = U_{4'} \cdot \bar{I}_{4'} \cdot \sqrt{3} \cos \varphi_{4'} = 24 MW \quad Q_{4'} = U_{4'} \cdot \bar{I}_{4'} \cdot \sqrt{3} \sin \varphi_{4'} = 18.82 MVAR$$

$$\bar{S}_{4'} = (P_{4'} + jQ_{4'}) = (24 + j18.82) = 30.50 \angle 38.11^\circ MVA$$

$$\varphi_{4'} = \varphi_{S4'} = (\varphi_{U4'} - \varphi_{I4'}) = 38.11^\circ$$

- **Cálculo de la potencia de compensación de la batería de condensadores en barras "5"**

Si deseamos que la $U_{1'} = 120kV$, primeramente será necesario calcular que potencia reactiva capacitiva deberemos disponer en las barras "4' ", aplicando las fórmulas ya conocidas entre los dos extremos (barras "1' " y "4' ").

- **Cálculo de la nueva potencia reactiva en barras "4' " (120kV)**

$$Q_{4'-NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_{4'} + Kp)^2} = -266.43 \pm 255.13 = -11.31 MVAR$$

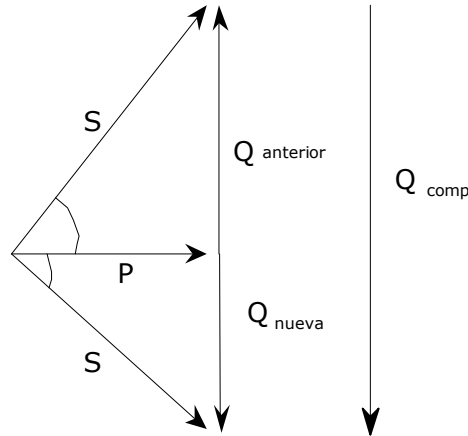
$$K = \frac{U_{4'} \cdot U_{1'}}{Z_{1'4'}} = \frac{120 \cdot 122.008}{54.50} = 268.65$$

$$K_p = \frac{U_{4'}^2}{Z_{14}} \cos \varphi_{\hat{Z}_{1'4'}} = \frac{(122.008)^2}{54.50} \cos(77.28^\circ) = 60.14$$

$$K_q = \frac{U_{4'}^2}{Z_{1'4'}} \sin \varphi_{\dot{Z}_{1'4'}} = \frac{(122.008)^2}{54.50} \sin(77.28^\circ) = 266.44$$

$$\text{Con: } \bar{Z}_{1'4'} = (12 + j(20.16 + 27 + 6)) = (12 + j53.16) = 54.50 \angle 77.28^\circ \Omega$$

$$\bar{U}_{1'} = 120 \text{ kV} \quad \bar{U}_{4'} = 122.008 \text{ kV} \quad P_{4'} = 24 \text{ MW}$$

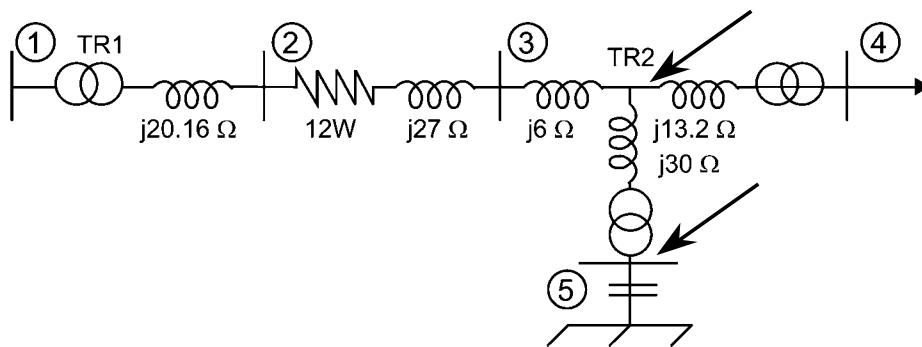


Por tanto, la potencia reactiva en barras "4' " pasa de 18.82MVAR que ya teníamos, a los nuevos -11.31MVAR.

- **La potencia de compensación en barras "5' " (120kV) será:**

$$Q_{comp} = -Q_{4'} - Q_{ANTIGUA} = -11.31 - 18.82 = -30.13 \text{ MVAR}$$

$$\bar{X}_{comp-4'} = \frac{U_{4'}^2}{Q_{comp}} = \frac{(122.008)^2}{-30.13} = -j493.99 \Omega$$



Pero este valor de la reactancia capacitiva es en barras "4' ", y nosotros necesitamos conocerlo en las barras "5' ". El valor de la reactancia capacitiva en las barras "5' " será el valor de la reactancia en barras "4' " menos el valor de la reactancia terciaria $X_3 = j30 \Omega$.

$$X_{5'} = X_{comp-4'} - X_3 = -j494 - j30 = -j524 \Omega$$

- **Cálculo de la potencia reactiva y de la reactancia capacitiva en barras "5' " (10kV)**

Sólo nos resta pasar los valores anteriores, desde las barras "5' " a 120kV, a las barras "5' " a 10kV, para ello aplicaremos los factores de conversión ya conocidos:

$$X_{comp-5} = \frac{X_{comp-5'}}{m_{PT}^2} = \frac{-j524}{\left(\frac{120}{10}\right)^2} = -j3.64\Omega$$

Quedando la potencia reactiva capacitiva y el correspondiente valor de los condensadores como sigue:

$$Q_{comp-5} = \frac{U_5^2}{X_{comp-5}} = \frac{10^2}{-3.64} = -27.48MVAR$$

$$C_{comp-5} = \frac{1}{2\pi \cdot f \cdot X_{comp-5}} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \cdot 3.64} = 874.7\mu F$$

- **Comprobamos que estos valores son correctos, para ello buscamos las nuevas condiciones en "4' "** (120kV), que son:

$Q_{4'} = -11.31MVAR$ (Valor encontrado con las fórmulas de compensación).

$P_{4'} = U_{4'} \cdot \bar{I}_{4'} \cdot \sqrt{3} \cos \varphi_{4'} = 24MW$ (El valor de la potencia activa se mantiene inalterable).

$\bar{U}_{4'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{4'} = \sqrt{3} \cdot 70441.68 \angle 1.24^\circ = 122008.56 \angle 1.24^\circ V$ (Tampoco varía el valor de la tensión).

$\bar{S}_{4'} = (P_{4'} + jQ_{4'}) = (24 - j11.31) = 26.53 \angle -25.23^\circ MVA$ (Este valor sí que cambia).

$\varphi_{4'} = \varphi_{S4'} = (\varphi_{U4'} - \varphi_{I4'}) = -25.23^\circ$

Y por tanto el valor de la intensidad total de la línea (intensidad que llegará a las barras "4' ") será:

$$\bar{I}_{4'-TOTAL} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle (\varphi_{U4'} - \varphi_{4'}) = \frac{24 \cdot 10^6}{122008.56 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-25.23)} \angle (1.24^\circ + 25.23^\circ) = 125.55 \angle 26.47^\circ A$$

Y la tensión en barras "1' " será:

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'-TOTAL} = 70441.68 \angle 1.24^\circ + 54.50 \angle 77.28^\circ \cdot 125.55 \angle 26.47^\circ = 69282.16 \angle 6.77^\circ V$$

$$\text{Con: } \bar{V}_{1'} = \frac{\bar{U}_{1'}}{\sqrt{3}} = \frac{122008 \angle 1.24^\circ}{\sqrt{3}} = 70441.68 \angle 1.24^\circ V$$

Es decir: $\bar{U}_{1'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1'} = 120000.22 \angle 6.77^\circ V$

Siendo por tanto correctos los valores hallados.

2 Manteniendo la tensión anterior en barras "1' ", ¿cuál será la intensidad que circulará por la línea una vez efectuada la compensación anterior?

La intensidad que fluye por la línea es la misma que llegará a las barras "4' ", y por tanto ya hemos hallado su valor, que es:

$$\bar{I}_{4'-TOTAL} = \frac{P_{4'}}{U_{4'} \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{4'}} \angle (\varphi_{U4'} - \varphi_{4'}) = \frac{24 \cdot 10^6}{122008.56 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-25.23)} \angle (1.24^\circ + 25.23^\circ) = 125.55 \angle 26.47^\circ A$$

Existe otro método para hallar el valor de la intensidad que circulará por la línea. Si observamos el esquema que nos representa al sistema de potencia con sus impedancias e intensidades, tendremos:

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{4'} + \bar{I}_{cond} = 125.55 \angle 26.47^\circ A$$

Donde la intensidad que sigue hacia el secundario del transformador T_{R2} ya ha sido calculada previamente:

$$\bar{I}_{4'} = 144.34 \angle -36.87^\circ \text{ A}$$

Y la intensidad que se deriva hacia las barras "5" es:

$$\bar{I}_{cond} = \frac{\frac{\bar{U}_{5'}}{\sqrt{3}}}{-jX_{comp-4'}} = \frac{\frac{122008}{\sqrt{3}} \angle 1.24^\circ}{494 \angle -90^\circ} = 142.59 \angle 91.24^\circ \text{ A}$$

Nótese que la intensidad que se deriva por el condensador es la tensión de fase en barras "4" dividida por la reactancia total vista desde esas barras, que en nuestro caso es la reactancia de compensación hallada anteriormente.

3 Hallar las potencias en bornes del T_{R1}

Resulta muy sencillo, una vez se han comprobado las condiciones de funcionamiento en barras "4", hallar las potencias en barras "1", o bien en barras "1'" (nótese que es indiferente en las barras "1" o "1'", ya que las potencias al paso por un transformador prácticamente no varían).

Por una parte hemos calculado la intensidad que circulará por la línea (intensidad total del sistema). Esta intensidad tiene un valor de:

$$\bar{I}_T = \bar{I}_{4'} + \bar{I}_{cond} = 125.55 \angle 26.47^\circ \text{ A}$$

También se ha hallado el valor de la tensión en barras "1'":

$$\bar{V}_{1'} = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{1'-4'} \cdot \bar{I}_{4'-TOTAL} = 69282.16 \angle 6.77^\circ \text{ V} \quad \text{Es decir: } \bar{U}_{1'} = \sqrt{3} \cdot \bar{V}_{1'} = 120000.22 \angle 6.77^\circ \text{ V}$$

Conocidos los valores de la tensión e intensidad en barras "1'", el cálculo de las demás magnitudes eléctricas resulta sencillo:

$$\varphi_{1'} = \varphi_{S1'} = (\varphi_{U1'} - \varphi_{I1'}) = 6.77^\circ - 26.47^\circ = -19.7^\circ$$

$$P_{1'} = U_{1'} \cdot \bar{I}_{T1'} \cdot \sqrt{3} \cos \varphi_{1'} = 24.57 \text{ MW}$$

$$Q_{1'} = U_{1'} \cdot \bar{I}_{T1'} \cdot \sqrt{3} \sin \varphi_{1'} = -8.79 \text{ MVAR}$$

$$\bar{S}_{1'} = (P_{1'} + jQ_{1'}) = (24.57 - j8.79) = 26.09 \angle -19.70^\circ \text{ MVA}$$

4 ¿Cuál será el rendimiento total (η_T) del sistema de potencia visto desde las barras "1" con las condiciones halladas en el apartado anterior?

Para hallar el rendimiento, simplemente tenemos que dividir la potencia de salida por la potencia de entrada, así tendremos que la potencia de entrada, ya calculada, es:

$$P_{1'} = U_{1'} \cdot I_T \cdot \sqrt{3} \cos \varphi_{T1'} = 120000.22 \cdot 125.55 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-19.7^\circ) = 24.567 \text{ MW}$$

$$\text{Con: } \varphi_{T1'} = \varphi_{V1'} - \varphi_{I1'} = 6.77 - 26.47 = -19.7^\circ$$

Siendo el rendimiento:

$$\eta_T = \frac{P_D}{P_A} \cdot 100 = \frac{24}{24.57} \cdot 100 = 97.69\%$$

- **Cálculo de la potencia activa en barras "2"**

Si hubiésemos calculado el rendimiento en las barras "2", daría igual que el que hemos calculado en las barras "1", ya que la potencia activa no cambia por la existencia de una reactancia inductiva (ver problema 3.6).

$$\bar{V}_2 = \bar{V}_{4'} + \bar{Z}_{24'} \cdot \bar{I}_T = \frac{122008.56}{\sqrt{3}} \angle 1.24^\circ + 35.11 \angle 70^\circ \cdot 125.55 \angle 26.47^\circ = 70177.3 \angle 4.83^\circ V$$

$$\bar{Z}_{2-4'} = (12 + j(27 + 6)) = (12 + j33) = 35.11 \angle 70^\circ \Omega$$

$$\bar{U}_2 = \bar{V}_2 \cdot \sqrt{3} = 121550.63 \angle 4.83^\circ V \quad \bar{I}_T = 125.55 \angle 26.47^\circ A$$

$$\varphi_{T2} = \varphi_{V2} - \varphi_{I2} = 4.83^\circ - 26.47^\circ = -21.64^\circ$$

$$P_2 = U_2' \cdot I_T \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_{T2} = 121550.63 \cdot 125.55 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos(-21.64) = 24.569 MW$$

Prácticamente coinciden las potencias de: $P_{1'} = P_2$

- **Finalmente podríamos hallar la potencia en barras "1" de la siguiente forma:**

Sólo las resistencias influyen en los cambios de la potencia activa. En toda la línea 1'-4', sólo existe una resistencia (la de la línea), y además esta resistencia está recorrida por la misma intensidad total. Por tanto, las pérdidas de potencia por fase serán:

$$P_{FASE(1'-4')} = (R_1) \cdot I_{TOTAL}^2 = 12 \cdot 125.55^2 = 189153.6 W \text{ (Potencia monofásica)}$$

La potencia trifásica pérdida en este tramo de línea será:

$$P_{TRIFÁSICA} = P_{MONOFÁSICA} \cdot 3 = 189153.6 \cdot 3 = 567460.8 W = 0.567 MW$$

Que si lo sumamos a los valores que teníamos, la potencia total es:

$$P_{TOTAL} = P_{1'} = P_{4'} + P_{PÉRDIDAS} = 24 + 0.567 = 24.567 MW$$

Valor que coincide con el hallado con los otros métodos.

CAPÍTULO IV. ENUNCIADOS DE PROBLEMAS DE CÁLCULO DE LÍNEAS DE ENERGÍA ELÉCTRICA

PROBLEMA 4.1

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene sus fases dispuestas según se indica en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación:

DATOS

Categoría.....1°
 Tensión nominal.....380 kV
 Longitud.....120km
 Potencia nominal.....70MVA
 Factor de potencia.....0.8 (inductivo)
 Número y tipo de circuitos.....1 circuito simple Halcón
 Apoyos.....Torres metálicas (ver figura)

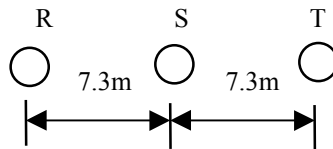


Figura 4.1 Distancias y disposición de los conductores

HALLAR

Las constantes de la línea (R ; X ; G ; B ; Z_c , θ_c , P_c) para la longitud total de 120 km.

RESPUESTAS

$R = 14.28\Omega$ $X = j52.63\Omega$ $G = 0 \text{ S}$ $B = j3.117 \cdot 10^{-4} \text{ S}$
 $Z_c = 418.26 \angle -7.59^\circ \Omega$ $\theta_c = 0.130 \angle 82.41^\circ$ $P_c = 345.2 \text{ MW}$

PROBLEMA 4.2

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene sus fases dispuestas según se indica en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación:

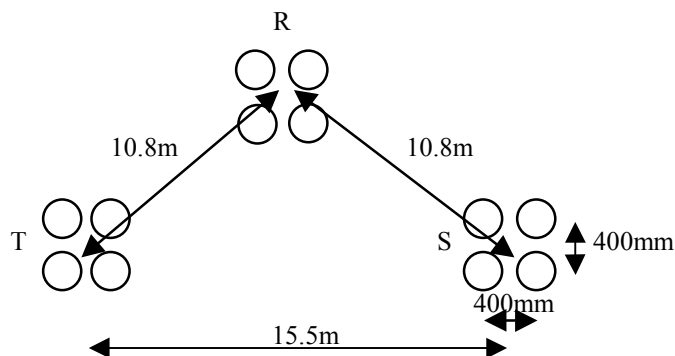


Figura 4.2 Distancias y disposición de los conductores

DATOS

Categoría.....1°
 Tensión nominal.....220kV
 Longitud.....200km

Potencia nominal.....150MVA
 Factor de potencia.....0.9 (inductivo)
 Número y tipo de circuitos.....1 circuito cuádruplex Cóndor
 Apoyos..... Torres metálicas (ver figura)

HALLAR

Las constantes de la línea (R; X; G; B; Zc, θ_c , Pc) para la longitud total de 200km.

RESPUESTAS

$R = 3.6\Omega$ $X = j53.12\Omega$ $G = 0 \text{ S}$ $B = j8.396 \cdot 10^{-4} \text{ S}$
 $Z_c = 251.83 \angle -1.94^\circ \Omega$ $\theta_c = 0.2114 \angle 88.1^\circ$ $P_c = 192.19 \text{ MW}$

PROBLEMA 4.3

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene sus fases dispuestas según se indica en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación:

DATOS

Categoría.....1°
 Tensión nominal.....400kV
 Longitud.....130km
 Potencia nominal.....80MVA
 Factor de potencia.....0.85 (inductivo)
 Número y tipo de circuitos.....2 circuitos simples Gaviota
 Apoyos..... Torres metálicas (ver figura)

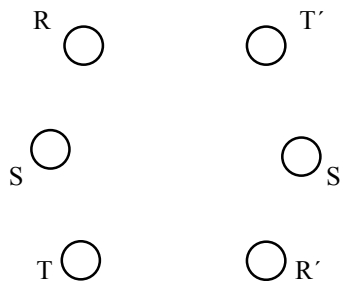


Figura 4.3 Disposición de los conductores

Distancias entre fases: $d_{RS}=d_{S'T'}=4.4\text{m}$ $d_{ST}=d_{R'S'}=4.38\text{m}$ $d_{RT'}=5.9\text{m}$ $d_{SS'}=7.9\text{m}$
 $d_{TR'}=6.3\text{m}$ $d_{RT}=d_{T'R'}=8.12\text{m}$ $d_{RR'}=d_{TT'}=10.55\text{m}$
 $d_{RS'}=d_{ST'}=8.12\text{m}$ $d_{SR'}=d_{TS'}=8.3\text{m}$

HALLAR

Las constantes de la línea (R; X; G; B; Zc, θ_c , Pc) para la longitud total de 130km.

RESPUESTAS

$R = 5.53\Omega$ $X = j24.67\Omega$ $G = 0 \text{ S}$ $B = j7.85 \cdot 10^{-4} \text{ S}$
 $Z_c = 179.5 \angle -6.32^\circ \Omega$ $\theta_c = 0.141 \angle 83.7^\circ$ $P_c = 891.6 \text{ MW}$

PROBLEMA 4.4

Una línea de transmisión de energía eléctrica tiene sus fases dispuestas según se indica en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación:

DATOS

Categoría.....	1°
Tensión nominal.....	132kV
Longitud.....	350km
Potencia nominal.....	100MVA
Factor de potencia.....	0.9 (inductivo)
Número y tipo de circuitos.....	2 circuitos dúplex
Resistencia en AC	0.0597Ω/km
Diámetro exterior del cable.....	32mm
Apoyos.....	Torres metálicas (ver figura)

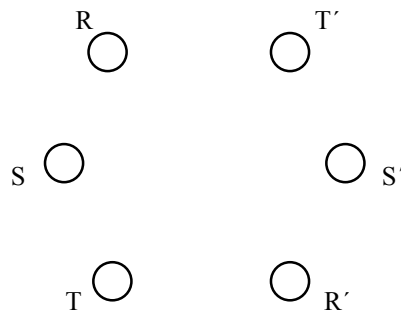


Figura 4.4 Disposición de los conductores

Distancias entre fases: $d_{RS}=d_{S'T'}=4.4\text{m}$ $d_{ST}=d_{R'S'}=4.38\text{m}$ $d_{RT'}=5.9\text{m}$ $d_{SS'}=7.9\text{m}$
 $d_{TR'}=6.3\text{m}$ $d_{RT}=d_{T'R'}=8.12\text{m}$ $d_{RR'}=d_{TT'}=10.55\text{m}$
 $d_{RS'}=d_{ST'}=8.12\text{m}$ $d_{SR'}=d_{TS'}=8.3\text{m}$

HALLAR

Las constantes de la línea (R ; X ; G ; B ; Z_c , θ_c , P_c) para la longitud total de 350km.

RESPUESTAS

$R = 10.45\Omega$	$X = j63.9 \Omega$	$G = 0 \text{ S}$	$B = j2.2 \cdot 10^{-3} \text{ S}$
$Z_c = 171.5 \angle -4.64^\circ \Omega$	$\theta_c = 0.377 \angle 85.4^\circ$	$P_c = 101.6 \text{ MW}$	

PROBLEMA 4.5

Se dispone de una línea trifásica para el suministro de energía eléctrica a una zona de consumidores distante 370 km del centro generador de energía. La línea consta de un circuito simple, tal como se indica en la figura. Los datos y características de la misma se detallan a continuación:

DATOS

Categoría.....	1°
Tensión nominal.....	215 kV
Longitud.....	370km
Potencia nominal.....	125MVA
Factor de potencia.....	1 (inductivo)
Número y tipo de circuitos.....	1 circuito simple
Apoyos.....	Torres metálicas (ver figura)
Diámetro exterior.....	24.82 mm
Resistencia en AC	0.10 Ω/km

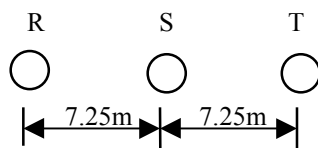


Figura 4.5 Distancias y disposición de los conductores

HALLAR

Utilizando el método de las constantes auxiliares (parámetros distribuidos):

1. Impedancia característica, potencia característica y ángulo característico de la línea
2. Rendimiento de la línea en los regímenes de plena carga y vacío
3. Valores de los parámetros eléctricos (R , X , G , B) de la línea, considerando despreciable el valor de la conductancia
4. Valores de la tensión y de la intensidad al principio de la línea en régimen de plena carga y vacío

RESPUESTAS

1. $Z_{0c} = 408 \angle -6.55^\circ \Omega$ $P_c = 113.3 \text{ MW}$ $\theta_c = 0.4 \angle 83.45^\circ$; con la longitud total de 370 km
2. El rendimiento en carga será: $\eta_c = 90.95 \%$. El rendimiento en vacío será: $\eta_v = 0 \%$
3. Los parámetros serán: $R = 37 \Omega$; $X = j159.1 \Omega$; $G = 0 \text{ S}$; $B = j 9.81 \cdot 10^{-4} \text{ S}$
4. Los valores de la tensión y la intensidad son:
 Carga: $I_{1c} = 333.22 \angle 22^\circ \text{ A}$ $U_{1c} = 238180 \angle 23.3^\circ \text{ V}$
 Vacío: $I_{1v} = 118.64 \angle 90.35^\circ \text{ A}$ $U_{1v} = 198460 \angle 1.1^\circ \text{ V}$

PROBLEMA 4.6

Se dispone de una línea trifásica para el suministro de energía eléctrica a una zona de consumidores distante 120 km del centro generador de energía. La línea consta de dos circuitos dúplex, tal como se indica en la figura. Los datos y características de la misma se detallan a continuación:

DATOS

Categoría.....	1º
Tensión nominal.....	220 kV
Longitud.....	120km
Potencia nominal.....	120MVA
Factor de potencia.....	0.8 (inductivo)
Número y tipo de circuitos.....	2 circuitos dúplex
Apoyos.....	Torres metálicas (ver figura)
Composición conductor.....	30 Al+7 Acero
Diámetro exterior.....	15.75mm
Resistencia en AC .	0.154 Ω/km
Distancia entre subconductores de una misma fase.....	$\Delta = 400\text{mm}$

HALLAR

Utilizando el método de las constantes auxiliares (parámetros distribuidos):

1. Impedancia característica, potencia característica y ángulo característico de la línea
2. Rendimiento de la línea en los regímenes de plena carga y vacío
3. Valores de los parámetros eléctricos (R , X , G , B) de la línea, considerando despreciable el valor de la conductancia
4. Valores de la tensión y de la intensidad al principio de la línea en régimen de plena carga y vacío

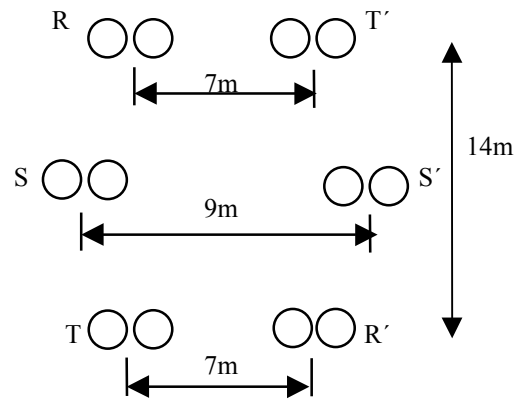


Figura 4.6 Distancias y disposición de los conductores

RESPUESTAS

1. $Z_{0c} = 145.5 \angle -7.1^\circ \Omega$ $P_c = 332.6 \text{ MW}$ $\theta_c = 0.1295 \angle 82.9^\circ$; con la longitud total de 120km
2. El rendimiento en carga será: $\eta_c = 98.6 \%$. El rendimiento en vacío será: $\eta_v = 0 \%$
3. Los parámetros serán: $R = 4.62 \Omega$; $X = j18.25 \Omega$; $G = 0 \text{ S}$; $B = j 8.90 \cdot 10^{-4} \text{ S}$
4. Los valores de la tensión y la intensidad son:
 Carga: $I_{1c} = 261 \angle -16.5^\circ \text{ A}$ $U_{1c} = 226285 \angle 1.74^\circ \text{ V}$
 Vacío: $I_{1v} = 112.7 \angle 90.04^\circ \text{ A}$ $U_{1v} = 218217 \angle 0.12^\circ \text{ V}$

PROBLEMA 4.7

Se desea conocer de una línea de transporte de energía eléctrica, las pérdidas que sobre la misma se producirían si se diesen a la vez los efectos “Corona” y “Aislador”. Para realizar este cálculo se ha dividido la línea en tres sectores que obedecen a tres alturas medias diferentes por las que discurre la misma. Las características totales de la línea: cables, torres metálicas y tensiones, son las indicadas en los datos y figura.

DATOS

Categoría.....1º
 Tensión nominal.....180 kV
 Longitud a una altitud de 800m y una $\theta=11^\circ$60km
 Longitud a una altitud de 400m y una $\theta=13^\circ$20km
 Longitud a una altitud de 100m y una $\theta=15^\circ$20km
 Composición.....26AL+7Acero
 Diámetro exterior.....21.793mm
 Resistencia en AC.....0.119 Ω /km
 Potencia nominal.....75MVA
 Factor de potencia.....0.85 (i)
 Número y tipo de circuitos.....1 circuito simple tipo Halcón
 Apoyos.....Torres metálicas (ver figura)
 Distancia entre apoyos.....200m
 Existen 4 apoyos especiales, a 4 cadenas de aisladores por fase y 15 aisladores por cadena.
 Existen 2 apoyos fin de línea, a 2 cadenas de aisladores por fase y 15 aisladores por cadena.
 Existen 16 apoyos de anclaje, a 2 cadenas de aisladores por fase y 15 aisladores por cadena.
 Existen 25 apoyos en ángulo, a 2 cadenas de aisladores por fase y 15 aisladores por cadena.
 Existen 453 apoyos de alineación a 1 cadena de aisladores por fase y 12 aisladores por cadena

- Notas:**
- Considerar como condiciones de funcionamiento las de tiempo seco y tiempo húmedo.
 - Para calcular las pérdidas por efecto Corona tomar la tensión más elevada como $U_{mc}=1.5 \cdot U_n$.
 - Para los cálculos de las pérdidas por aislamiento, adóptese 8W de pérdida por aislante.

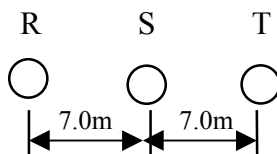


Figura 4.7 Distancias y disposición de los conductores

HALLAR

Si la tensión en el punto de recepción es de 180kV, con un $\cos\phi = 0.8$ (i), la potencia es de 75MVA y la longitud de 100 km, hallar las pérdidas por efecto aislador, por efecto corona y totales que se producirían en la línea en las condiciones más desfavorables.

RESPUESTAS

- **Pérdidas por efecto Corona**

Tensión crítica disruptiva con tiempo seco: a 800m Ucd = 214.58 kV. $G=0$ S $P=0$ kW

a 400m Ucd = 224.08 kV. $G=0$ S $P=0$ kW

a 100m Ucd = 231.11 kV. $G=0$ S $P=0$ kW

Tensión crítica disruptiva con tiempo húmedo: a 800m Ucd = 171.7 kV. $G=2.826 \cdot 10^{-5}$ S $P=277.8$ kW

a 400m Ucd = 179.27 kV. $G=4.2 \cdot 10^{-6}$ S $P=45$ kW

a 100m Ucd = 184.90 kV. $G=4.2 \cdot 10^{-6}$ S $P=45$ kW

Para la longitud total de la línea y con tiempo húmedo: $G=3.4244 \cdot 10^{-5}$ S y $P=344.13$ kW

- **Pérdidas por efecto Aislamiento**

Para la longitud total de la línea y con tiempo húmedo: $G=1.548 \cdot 10^{-5}$ S y $P=167.18$ kW

- **Los valores totales para toda la longitud de la línea y considerando los dos efectos (Corona y Aisladores) son:**

- Con tiempo seco: $G_T =$ despreciable $P_T =$ despreciable

- Con tiempo húmedo: $G_T = 4.972 \cdot 10^{-5}$ S $P_T = 511.3$ kW

- La pérdida de potencia será pues: $\Delta P = 0.85\%$. Respecto al total transportado por la línea

PROBLEMA 4.8

Se desea conocer, de una línea de transporte de energía eléctrica, las pérdidas que sobre la misma se producirían si se diesen a la vez los efectos “Corona” y “Aislador”. Para realizar este cálculo se ha dividido la línea en dos sectores que obedecen a dos alturas medias diferentes por las que discurre la misma. Las características totales de la línea: cables, torres metálicas y tensiones, son las indicadas en los datos y figura.

DATOS

Categoría.....	1º
Tensión nominal.....	220 kV
Longitud a una altitud de 500m y una $\theta=12^\circ$	20km
Longitud a una altitud de 300m y una $\theta=14^\circ$	70km
Composición.....	54AL+7Acero
Diámetro exterior.....	25.40mm
Resistencia en AC.....	0.0851Ω/km
Potencia nominal.....	150MVA
Factor de potencia.....	0.9 (inductivo)
Número y tipo de circuitos.....	1 circuito simple tipo Gaviota
Apoyos.....	Torres metálicas (ver figura)
Distancia entre apoyos.....	300m
Existen 6 apoyos especiales, a 4 cadenas de aisladores por fase y 18 aisladores por cadena	
Existen 2 apoyos fin de línea, a 2 cadenas de aisladores por fase y 18 aisladores por cadena	
Existen 20 apoyos de anclaje, a 2 cadenas de aisladores por fase y 18 aisladores por cadena	
Existen 28 apoyos en ángulo, a 2 cadenas de aisladores por fase y 18 aisladores por cadena	
Existen 244 apoyos de alineación a 1 cadena de aisladores por fase y 16 aisladores por cadena	

- Notas:**
- Considerar como condiciones de funcionamiento las de tiempo seco y tiempo húmedo.
 - Para calcular las pérdidas por efecto Corona tomar la tensión más elevada como $U_{mc}=1.15 \cdot U_n$
 - Para los cálculos de las pérdidas por aislamiento adóptese 6W de pérdida por aislante (tiempo húmedo).

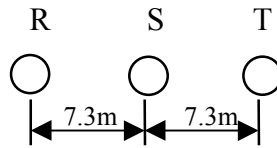


Figura 4.8 Distancias y disposición de los conductores

HALLAR

Si la tensión en el punto receptor es de 220kV, con un $\cos\phi = 0.9$ (i), la potencia es de 150MVA y la longitud de 90 km, hallar las pérdidas por efecto Aislador, por efecto Corona y totales que se producirían en la línea en las condiciones más desfavorables.

RESPUESTAS

- **Pérdidas por efecto Corona**

Tensión crítica disruptiva con tiempo seco: a 500m $U_{cd} = 254.6$ kV. $G=0$ S $P=0$ kW

a 300m $U_{cd} = 261$ kV. $G=0$ S $P=0$ kW

Tensión crítica disruptiva con tiempo húmedo: a 500m $U_{cd} = 203.7$ kV $G=1.6866 \cdot 10^{-5}$ S $P=223.34$ kW

a 300m $U_{cd} = 208.8$ kV. $G=4.24 \cdot 10^{-5}$ S $P=616.14$ kW

Para la longitud total de la línea, y con tiempo húmedo: $G= 5.9265 \cdot 10^{-5}$ S y $P=849.5$ kW

- **Pérdidas por efecto Aislamiento**

Para la longitud total de la línea, y con tiempo húmedo: $G= 6.846 \cdot 10^{-6}$ S y $P= 110.5$ kW

- **Los valores totales para toda la longitud de la línea y considerando los dos efectos (Corona y Aisladores) Son:**

Con tiempo seco: $G_T =$ despreciable $P_T =$ despreciable.

Con tiempo húmedo: $G_T = 6.611 \cdot 10^{-5}$ S $P_T = 960$ kW.

La pérdida de potencia será pues: $\Delta P = 0.71\%$ respecto al total transportado por la línea.

PROBLEMA 4.9

Se necesita transportar energía eléctrica a una zona distante 175km del centro de producción de energía. Para ello se ha pensado en emplear cables, torres metálicas, y tensiones, como las indicadas en los datos y figura.

DATOS

Categoría.....	1º
Tensión nominal.....	220 kV
Longitud.....	175km
Composición.....	54+7Acero
Diámetro exterior.....	27.762mm
Resistencia en AC.....	0.0721Ω/km
Potencia nominal.....	100MW
Factor de potencia.....	0.85 (inductivo)
Número y tipo de circuitos.....	1 circuito simple tipo Cóndor
Apoyos.....	Torres metálicas (ver figura)

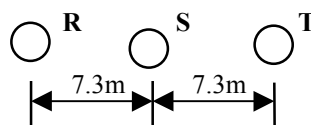


Figura 4.9 Distancias y disposición de los conductores

HALLAR

Si la tensión en el punto receptor debe ser de 220kV, con un $\cos\phi = 0.85$ (i), y la potencia debe alcanzar los 100MW, hallar: la tensión, potencia activa e intensidad en el centro de producción de energía (recordar que no es posible superar los siguientes valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100km), por los siguientes métodos:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en "T"
3. Método del circuito equivalente en "π"

RESPUESTAS

MÉTODO (Carga/Vacío)	UI	II	cosφ	P
De las constantes	244447∠7.2° V	277.15∠-21° A	0.881	103.38MW
	216121∠0.17° V	59.0309∠90° A	0.00297	6586W
Circuito en "T"	244365.5∠7.17° V	276.96∠-21° A	0.881	103.50MW
	216143∠0.17° V	59.81∠90° A	$2.97 \cdot 10^{-3}$	66501W
Circuito en "π"	244706.6∠7.2° V	277.1∠-24.5° A	0.877	103MW
	216137∠0.17° V	58.66∠90° A	$2.90 \cdot 10^{-3}$	63683.5W

PROBLEMA 4.10

Se necesita transportar energía eléctrica a una zona distante 170km del centro de producción de energía. Para ello se ha pensado en emplear cables, torres metálicas y tensiones como las indicadas en los datos y figura.

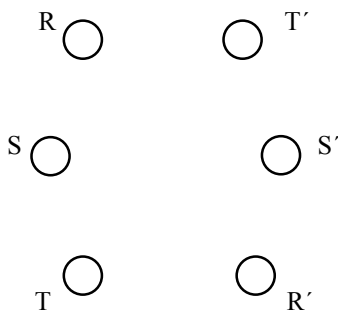


Figura 4.10 Disposición de los conductores

Distancias entre fases: $d_{RS}=7.04\text{m}$ $d_{RT}=14\text{m}$ $d_{RR'}=15.23\text{m}$ $d_{RS'}=9.03\text{m}$ $d_{RT'}=6$ $d_{SS'}=7.5\text{m}$

DATOS

Categoría.....	1°
Tensión nominal.....	240 kV
Longitud.....	170km
Composición.....	30AL+7Acero
Diámetro exterior.....	15.75mm
Resistencia en AC.....	0.154Ω/km
Potencia nominal.....	180MVA
Factor de potencia.....	0.9 (inductivo)
Número y tipo de circuitos.....	2 circuitos simples
Apoyos.....	Torres metálicas (ver figura)

HALLAR

Si la tensión en el punto receptor debe ser de 240kV, con un $\cos\varphi = 0.9$ (i), y la potencia debe alcanzar los 180MVA, hallar: la tensión, potencia activa e intensidad en el centro de producción de energía (recordar que no es posible superar los siguientes valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100km), por los siguientes métodos:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en “T”
3. Método del circuito equivalente en “ π ”

RESPUESTAS

MÉTODO (Carga/Vacío)	UI	II	$\cos\varphi$	P
De las constantes	257605.3 $\angle$ 4.84°V 236059 $\angle$ 0.34°V	388.7 $\angle$ -8.75°A 124.2 $\angle$ 90.11°A	0.9720 4.014 $\cdot 10^{-3}$	168.6MW 202.932kW
Circuito en “T”	257230.5 $\angle$ 4.82°V 235960 $\angle$ 0.33°V	387.9 $\angle$ -8.72°A 123.8 $\angle$ 90.04°A	0.9722 5.061 $\cdot 10^{-3}$	168.02MW 256.08kW
Circuito en “ π ”	257750.6 $\angle$ 4.81°V 236156.4 $\angle$ 0.35°V	386.4 $\angle$ -8.71°A 125.4 $\angle$ 90.13°A	0.9722 3.840 $\cdot 10^{-3}$	167.71MW 196.97kW

PROBLEMA 4.11

Se necesita transportar energía eléctrica a una zona distante 300km del centro de producción de energía. Para ello se ha pensado en emplear cables, torres metálicas y tensiones como las indicadas en los datos.

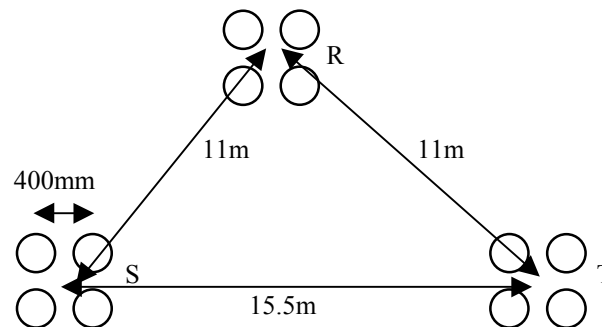


Figura 4.11 Distancias y disposición de los conductores

DATOS

Categoría.....1°
 Tensión nominal.....350 kV
 Longitud.....300km
 Potencia nominal.....200MVA
 Factor de potencia.....0.8 (inductivo)
 Número y tipo de circuitos.....1 circuito cuádruplex Halcón
 Apoyos.....Torres metálicas (ver figura)

HALLAR

Si la tensión en el punto receptor debe ser de 350kV, con un $\cos\varphi = 0.8$ (i), y la potencia debe alcanzar los 150MVA, hallar: la tensión, potencia activa e intensidad en el centro de producción de energía (recordar que no es posible superar los siguientes valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100km), por los siguientes métodos:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en “T”
3. Método del circuito equivalente en “ π ”

RESPUESTAS

MÉTODO (Carga/Vacío)	U1	II	cosφ	P
De las constantes	357068.3∠4.34°V 332590.5∠0.33°V	216.2∠29.35°A 245.97∠90.11°A	0.906 3.84·10 ⁻³	121.17MW 0.54732W
Circuito en "T"	356950.5∠4.32°V 332380.8∠0.34°V	216.4∠29.78°A 246.2∠90.08°A	0.903 4.53·10 ⁻³	120.81MW 0.6421MW
Circuito en "π"	357218.2∠4.38°V 332610.4∠0.33°V	216.15∠29.16°A 244.3∠90.15°A	0.908 3.19·10 ⁻³	121.43MW 0.4490MW

PROBLEMA 4.12

Se necesita transportar energía eléctrica a una zona distante 90km del centro de producción de energía. Para ello se ha pensado en emplear cables, torres metálicas, y tensiones como las indicadas en los datos y figura.

DATOS

Categoría.....1°
 Tensión nominal.....220 kV
 Longitud.....90km
 Número y tipo de circuitos.....1 circuito simple Cándor
 Apoyos.....Torres metálicas (ver figura)

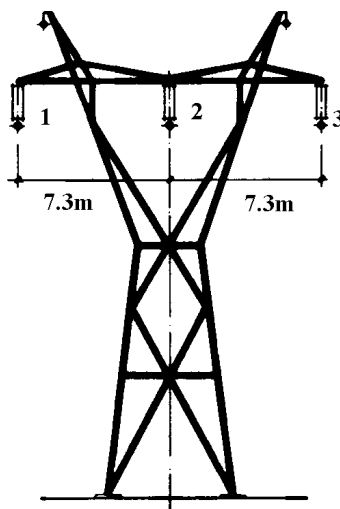


Figura 4.12 Línea con un circuito simple cándor a 220kV de tensión

HALLAR

Si la tensión en el punto receptor debe ser de 220kV, con un $\cos\phi = 1$ (i), y la potencia debe alcanzar los 100MVA, hallar: la tensión, potencia activa e intensidad en el centro de producción de energía (recordar que no es posible superar los siguientes valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100km), por los siguientes métodos:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en "T"
3. Método del circuito equivalente en "π"
4. Por el método del momento eléctrico, si consideramos un $\cos\phi = 0.9$ (i) y una caída de tensión del $u\% = 7\%$, hallar el momento eléctrico y la potencia a transportar a 90km ¿Cuál será la pérdida de potencia activa total, y cuál sería la potencia activa máxima a transportar por límite térmico?

RESPUESTAS

MÉTODO (Carga/Vacío)	UI	II	cosφ	P
De las constantes	222574∠4.48°V 218958.6∠0.045°V	263∠6.73°A 30.634∠90.03°A	0.9992 2.617·10 ⁻⁴	101.31MW 3041.5 W
Circuito en “T”	222578.9∠4.49°V 218957.8∠0.045°V	263∠6.73°A 30.734∠90°A	0.9992 7.85·10 ⁻⁴	101.31MW 9149.6W
Circuito en “π”	222595∠4.5°V 218957∠0.045°V	263∠6.73A 30.657∠90A	0.9992 7.858·10 ⁻³	101.31MW 9131.45W
Momento eléctrico.	Me = 12232.8 MW km Pe = 135.9 MW Pk% 100km = 2.5%	P pérdida = 3MW Pmáx térmica = 274 MW		

PROBLEMA 4.13

Se dispone de un suministro de energía eléctrica compuesto por una central eléctrica, una línea de transporte y un centro receptor. La línea dispone de una longitud de 400km y para su transporte se han empleado cables, torres metálicas y tensiones como las indicadas en los datos.

DATOS

Categoría.....	1°
Tensión nominal.....	380 kV
Longitud.....	400km
Número y tipo de circuitos.....	2 circuitos dúplex Halcón
Apoyos.....	Torres metálicas (ver figura)

HALLAR

Si la tensión en el punto receptor debe ser de 380kV, con un $\cos\phi = 0.9$ (i), y la potencia debe alcanzar los 300MW, hallar: la tensión, potencia activa, y la intensidad en el centro de producción de energía (recordar que no es posible superar los siguientes valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100km), por los siguientes métodos:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en “T”
3. Método del circuito equivalente en “π”
4. Por el método del momento eléctrico, si consideramos un $\cos\phi = 0.9$ (i) y una caída de tensión del $u\% = 7\%$ hallar el momento eléctrico y la potencia a transportar a 400km ¿Cuál será la pérdida de potencia activa total, y cuál sería la potencia activa máxima a transportar por límite térmico?

RESPUESTAS

MÉTODO (Carga/Vacío)	UI	II	cosφ	P
De las constantes	382749∠7.75°V 346332∠1° V	573.9∠43.6° A 589.5∠90.3° A	0.8107 0.0122	308.44MW 4.32MW
Circuito en “T”	381574∠7.71°V 345848∠1.04°V	588.9∠44.7°A 607.7∠90° A	0.7986 0.01815	310.83MW 6.607MW
Circuito en “π”	383729.1∠7.94°V 344816.3∠1.07°V	566.36∠43.1°A 579.6∠90.5°A	0.8175 0.0101	307.74MW 3.440MW
Momento eléctrico.	Me = 93205.3 MW km Pe = 233 MW Pk% 100km = 0.592%	P pérdida = 5.52MW Pmáx térmica = 1360.6 MW		

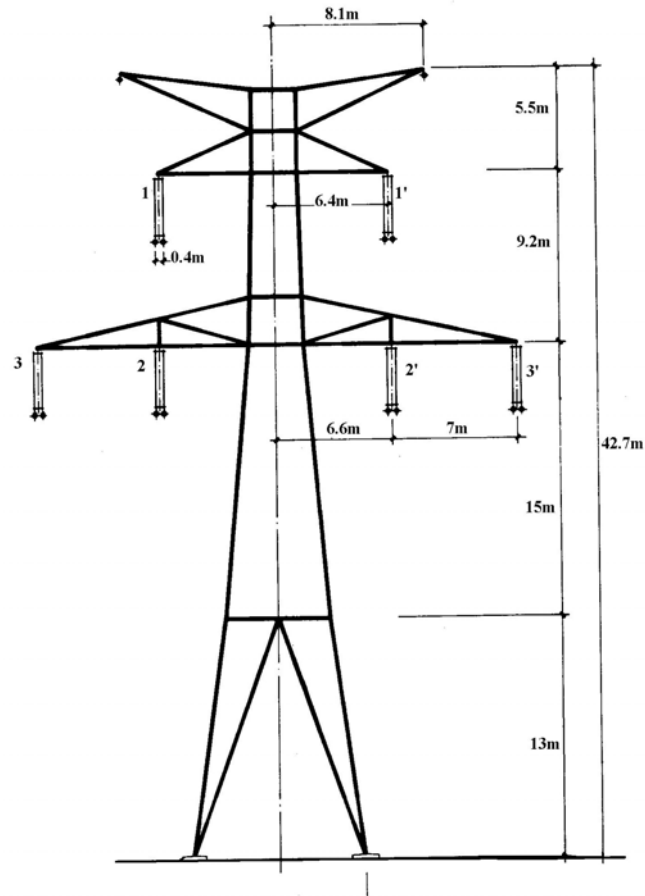


Figura 4.13 Línea con dos circuitos dúplex halcón a 380 kV de tensión

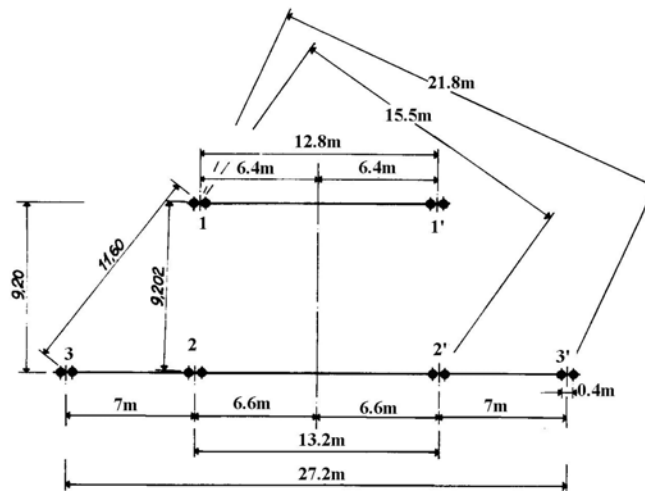


Figura 4.14 Disposición y distancia entre fases

PROBLEMA 4.14

Un suministro de energía eléctrica está distante del centro receptor 160km. Para realizar el transporte, se ha pensado en emplear cables, torres metálicas y tensiones como las indicadas en los datos.

DATOS

Categoría.....1°

Tensión nominal.....	220 kV
Longitud.....	160km
Número y tipo de circuitos.....	2 circuito cuádruples gaviota en paralelo
Apoyos.....	Torres metálicas (ver figura)
Distancia entre conductores de una fase.....	400mm

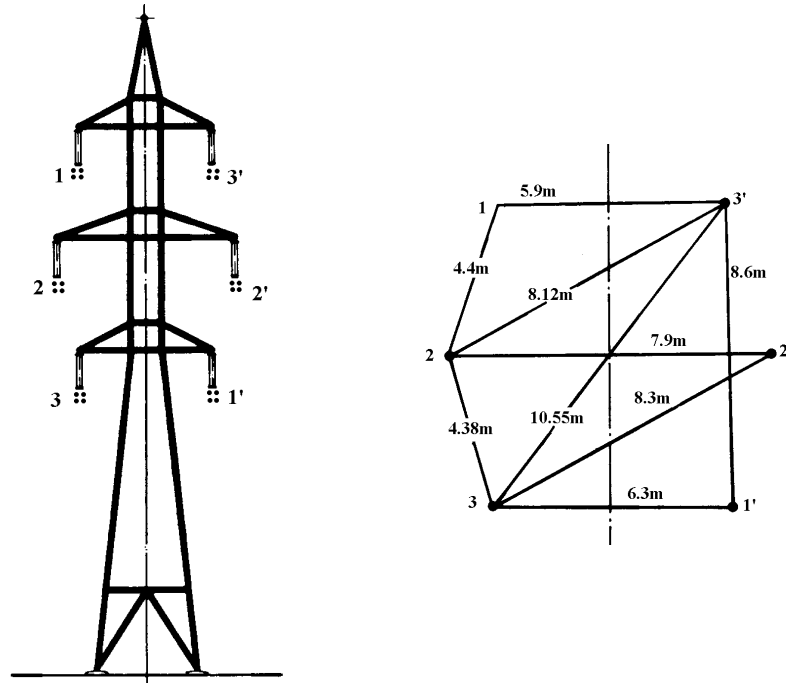


Figura 4.15 a) Línea con dos circuitos cuádruples gaviota a 220 kV. b) Disposición y distancias entre fases

HALLAR

Si la tensión en el punto receptor es de 220kV, con un $\cos\phi = 0.85$ (i), y la potencia debe alcanzar los 300MW, hallar: la tensión, potencia activa, potencia aparente, pérdida de potencia, pérdida de tensión, rendimiento, así como la intensidad, en el centro de producción de energía (recordar que no es posible superar los siguientes valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100km), por los siguientes métodos:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en "T"
3. Método del circuito equivalente en " π "
4. Por el método del momento eléctrico, si consideramos un $\cos\phi = 0.85$ (i) y una caída de tensión del $u\% = 6\%$, hallar el momento eléctrico y la potencia a transportar a 160 km ¿Cuál será la pérdida de potencia activa total, y cuál sería la potencia activa máxima a transportar por límite térmico?

RESPUESTAS

MÉTODO (Carga/Vacio)	UI	II	cos ϕ	P
De las constantes	233432.5 $\angle$ 5.05°V	817.5 $\angle$ -18.22° A	0.9186	303.64MW
	216854 $\angle$ 0.088° V	225.3 $\angle$ 90.02° A	$1.186 \cdot 10^{-3}$	86784.7W
Circuito en "T"	233469 $\angle$ 5.06°V	817 $\angle$ -18°A	0.9200	304MW
	216861 $\angle$ 0.088°V	266.5 $\angle$ 90° A	$1.54 \cdot 10^{-3}$	131018W
Circuito en " π "	33621.6 $\angle$ 5.09°V	817 $\angle$ -18°A	0.9186	303.89MW
	216861.4 $\angle$ 0.088°V	224.9 $\angle$ 90.04°A	$8.73 \cdot 10^{-4}$	70770W

En todos los métodos: (Carga/Vacío)	$p\% = 1.28\% < 3\%$	$\eta = 98.72\%$
	$u\% = 5.82\% < 10\%$	$S\% = -6.7\%$
	$p\% = 100\%$	$\eta = 0\%$
	$u\% = -1.45\%$	$S\% = 100\%$
Momento eléctrico.	$Me = 400000 \text{ MW km}$	$P \text{ pérdida} = 3.03 \text{ MW}$
	$Pe = 250 \text{ MW}$	$P_{\text{máx térmica}} = 1848.5 \text{ MW}$
	$Pk\% 100\text{km} = 0.758\%$	

PROBLEMA 4.15

Para suministrar energía eléctrica a unos consumidores distantes 35 km del centro de suministro, se ha optado por un transporte con cables, torres metálicas y tensiones, como las indicadas seguidamente.

DATOS

Categoría.....	1°
Tensión nominal.....	132 kV
Longitud.....	35 km
Número y tipo de circuitos.....	1 circuito dúplex LA-145
Apoyos.....	Torres metálicas (ver figura)
Distancia entre conductores de una fase.....	400mm
Composición de los conductores.....	30 Al + 7 Acero
Sección total.....	147.1mm ²
Diámetro del cable.....	15.75mm.
Resistencia eléctrica AC a 20°C.....	0.252 Ω/km

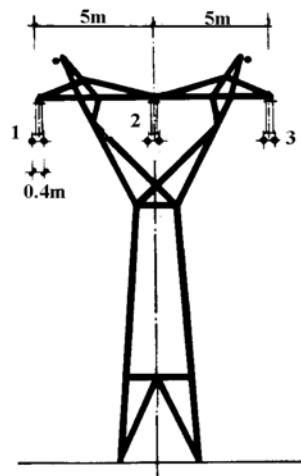


Figura 4.16 Línea con un circuito dúplex a 132 kV de tensión

HALLAR

Sí la tensión en el punto receptor es de 132kV, con un $\cos\phi = 1.0$ (i), y la potencia debe alcanzar los 50MVA, hallar: la tensión, potencia activa, potencia aparente, pérdida de potencia, pérdida de tensión, rendimiento, así como la intensidad en el centro de producción de energía (recordar que no es posible superar los siguientes valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100km), por los siguientes métodos:

1. Método de las constantes auxiliares
2. Método del circuito equivalente en "T"
3. Método del circuito equivalente en "π"
4. Por el método del momento eléctrico, si consideramos un $\cos\phi = 0.9$ (i) y una caída de tensión del $u\% = 7\%$, hallar el momento eléctrico y la potencia a transportar a 35 km ¿Cuál será la pérdida de potencia activa total, y cuál sería la potencia activa máxima a transportar por límite térmico?

RESPUESTAS

MÉTODO (Carga/Vacío)	UI	II	cosφ	P
De las constantes	133655.4∠1.72°V 131906∠0.016°V	219∠2.57° A 9.88∠90.02° A	1.00 2.79·10 ⁻⁴	50.69MW 630W
Circuito en “T”	133650∠1.75°V 131908∠0.016°V	219∠2.6°A 9.884∠90.02°A	1.00 2.79·10 ⁻⁴	50.69MW 630W
Circuito en “π”	133659∠1.75°V 131909∠0.016°V	219∠2.58°A 9.884∠90.02°A	1.00 2.79·10 ⁻⁴	50.69MW 630W
En todos los métodos: (Carga/Vacío)	p% = 1.38% < 3% u% = 1.239% < 10% p% = 100% u% = -0.07%	η = 98.63% S% = -% η = 0% S% = 100%		
Momento eléctrico.	Me = 4464.7 MW km Pe = 2.83 MW Pk% 100km = 2.975%	P pérdida = 2.83MW Pmáx térmica = 151MW		

PROBLEMA 4.16

Para suministrar energía eléctrica a unos consumidores distantes 200 km del centro de suministro se ha optado por un transporte con cables con la disposición indicada en la figura.

DATOS

Categoría.....	1°
Tensión nominal en el origen.....	220 kV
Longitud.....	200 km
Número y tipo de circuitos.....	1 circuito dúplex
Apoyos.....	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase.....	300mm
Composición de los conductores.....	54 Al + 7 Acero
Sección total.....	726.8 mm ²
Diámetro del cable.....	30.42 mm
Resistencia eléctrica AC a 20°C.....	0.062 Ω/km

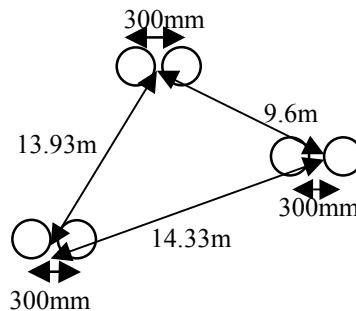


Figura 4.17 Distancias y disposición de los conductores

HALLAR

Si la tensión en el origen es de 220(6.55° kV, y en el extremo receptor disponemos de un cosφ = 0.8 (i) y una potencia de 100 MVA, hallar el resto de magnitudes tanto al final de línea como al principio de la misma en los regímenes de carga y vacío, comprobando que cumpla todas las especificaciones de pérdidas de potencia y pérdidas de tensión, así como el límite térmico máximo (recordar que no es posible superar los siguientes valores u%<10% y P%<3% por cada 100km), por los siguientes métodos:

- 1.- Método de las constantes auxiliares
- 2.- Método del circuito equivalente en “T”

3.- Método del circuito equivalente en “ π ”

RESPUESTAS

Aplicando cualquiera de los métodos mencionados se llega a los siguientes resultados:

La tensión al final de la línea es de: $U_2=200750\angle 0^\circ$ V

Carga:	$U_1=220000\angle 6.55^\circ$ V	$\delta_1=28.54^\circ$	$Q_1=44.23$ MVAR	$\Delta U=8.75\%$	$\eta_c=98.4\%$
	$I_1=242.9\angle -22^\circ$ A	$P_1=81.31$ MW	$S_1=92.56\angle 28.54^\circ$ MVA	$\Delta P=1.61\%$	
Vacío:	$U_1=196250.1\angle 0.12^\circ$ V	$\delta_1=-89.92^\circ$	$Q_1=-26.25$ MVAR	$\Delta U=-2.3\%$	$\eta_v=0\%$
	$I_1=77.24\angle 90.04^\circ$ A	$P_1=37.214$ kW	$S_1=26.25\angle -89.92^\circ$ MVA	$\Delta P=100\%$	

PROBLEMA 4.17

Para suministrar energía eléctrica a unos consumidores distantes 160 km del centro de suministro se ha optado por transportarla con cables con la disposición indicada en la figura y con los siguientes datos.

DATOS

Categoría.....	1°
Tensión nominal en el origen.....	380 kV
Longitud.....	160 km
Número y tipo de circuitos.....	1 circuito dúplex
Apoyos.....	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase.....	400mm
Composición de los conductores.....	54 Al + 7 Acero
Sección total.....	726.8 mm ²
Diámetro del cable.....	30.42 mm.
Resistencia eléctrica AC a 20°C.....	0.062 Ω /km

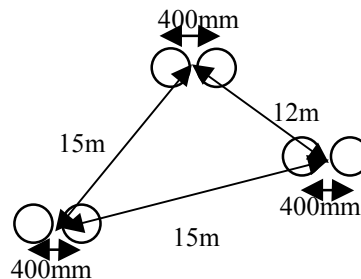


Figura 4.18 Distancias y disposición de los conductores

HALLAR

Si la tensión en el origen es de 380(2.27° kV, y en el extremo receptor disponemos de un $\cos\phi = 0.9$ (i) y una potencia de 120 MVA, hallar el resto de magnitudes tanto al final de línea como al principio de la misma en los regímenes de carga y vacío, comprobando que cumpla todas las especificaciones de pérdidas de potencia y pérdidas de tensión, así como el límite térmico máximo (recordar que no es posible superar los siguientes valores $u\% < 10\%$ y $P\% < 3\%$ por cada 100km), por los siguientes métodos:

- 1.- Método de las constantes auxiliares
- 2.- Método del circuito equivalente en “T”
- 3.- Método del circuito equivalente en “ π ”

RESPUESTAS

Aplicando cualquiera de los métodos mencionados se llega a los siguientes resultados:

La tensión al final de la línea es de: $U_2=376335\angle 0^\circ$ V

Carga:	$U_1=380010\angle 2.27^\circ$ V	$\delta_1=-10.81^\circ$	$Q_1=-20.7$ MVAR	$\Delta U=0.97\%$	$\eta_c=99.6\%$
	$I_1=167.7\angle 13.1^\circ$ A	$P_1=108.43$ MW	$S_1=110.4\angle -10.81^\circ$ MVA	$\Delta P=0.39\%$	

$$\begin{aligned} \text{Vacío: } U_1 &= 370928 \angle 0.08^\circ \text{ V} & \delta_1 &= -89.95^\circ & Q_1 &= -75.05 \text{ MVAR} & \Delta U &= -1.46\% & \eta_v &= 0\% \\ I_1 &= 116.82 \angle 90.03^\circ \text{ A} & P_1 &= 67.945 \text{ kW} & S_1 &= 75.05 \angle -89.95^\circ \text{ MVA} & \Delta P &= 100\% \end{aligned}$$

PROBLEMA 4.18

Se dispone de una línea de transmisión de energía eléctrica que transporta una potencia de 60 MW, desde la central generadora hasta una subestación transformadora situada a una distancia de 250 km.

Por motivos de ampliación del grupo de consumidores, y previo estudio, se ha creído necesario ampliar la potencia de suministro hasta un valor de 80 MW. Para lo cual existen dos opciones:

- Ampliar la línea ya existente. Es decir, pasar de dos circuitos tríplex cóndor, a dos circuitos cuadrúplex cóndor, (manteniendo las mismas torres metálicas). Comprobando que ésta opción permite transportar los 80 MW.
- Construir una nueva línea paralela a la anterior. En tal caso, se optará por un circuito simple cóndor con los apoyos mostrados en la figura. La potencia a transportar será de 20 MW.

HALLAR

1. Comprobar si es posible transportar la nueva potencia con la línea antigua (método del momento eléctrico).
2. Hallar por el método del momento eléctrico las características principales de la primera solución.
3. En el caso de optar por la construcción de la nueva línea, hallar por el método del momento eléctrico las características principales del suministro. La longitud de la nueva línea será de 275 km.
4. Indicar para los regímenes de vacío y plena carga, y suponiendo que se ha escogido la opción de construir la nueva línea, cuáles serían las condiciones necesarias al principio de las líneas (recordar que no es posible superar los siguientes valores $u\% < 10\%$, $P\% < 3\%$ por cada 100km), por los siguientes métodos:
 - 1.- Método de las constantes auxiliares
 - 2.- Método del circuito equivalente en "T"
 - 3.- Método del circuito equivalente en " π "

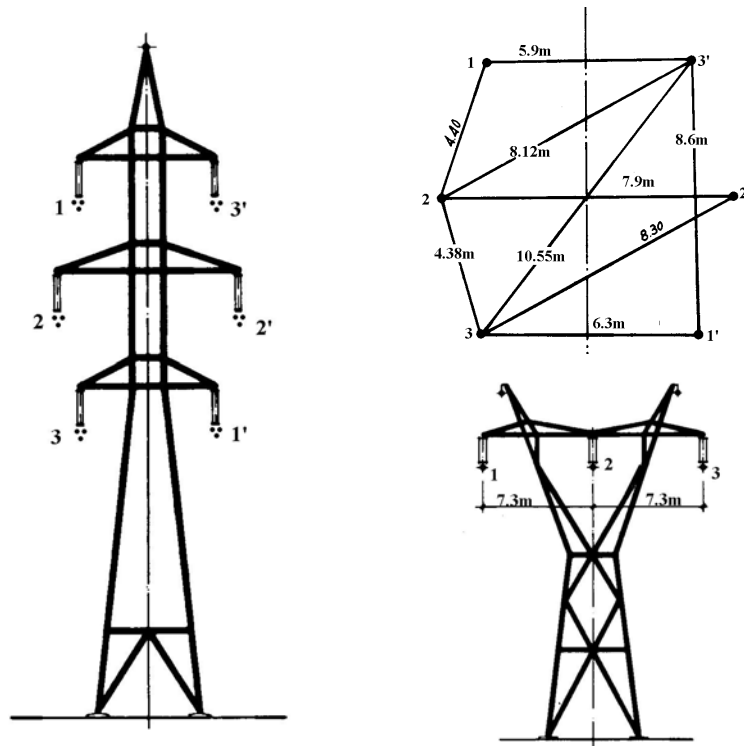


Figura 4.19 a) Línea con dos circuitos tríplex cóndor a 132 kV. b) Disposición y distancia entre fases de la línea tríplex. c) Línea con un circuito simple cóndor a 132 kV de tensión.

DATOS**Línea existente**

Categoría.....	1°
Potencia a transportar.....	60 MW
Tensión nominal.....	132 kV
Longitud.....	250 km
Número y tipo de circuitos.....	2 circuitos triplex cóndor
Apoyos.....	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase.....	400mm
Factor de potencia	$\cos \varphi = 0.9$ inductivo
Caída de tensión.....	7%

Línea a construir

Categoría.....	1°
Potencia a transportar.....	20 MW
Tensión nominal.....	132 kV
Longitud.....	275 km
Número y tipo de circuitos.....	1 circuito simple cóndor
Apoyos.....	Torres metálicas
Factor de potencia	$\cos \varphi = 0.9$ inductivo
Caída de tensión.....	7%

RESPUESTAS

- La línea existente es capaz de transportar 73.65 MW, por tanto suficiente para los 60 MW existentes pero no para los 80 MW de la ampliación.
- Si ampliamos la línea existente a las condiciones indicadas, se podrá transportar una potencia de hasta 85.1 MW, solución algo justa. Se cumplen los requisitos del reglamento (u%, p%, etc.).
- Si optamos por la construcción de una nueva línea paralela con 20MW, dejando los 60MW restantes a la antigua, la solución propuesta nos permite disponer de 21.41MW. Por tanto, mejor solución que la anterior, cumpliéndose igualmente los requisitos del reglamento (u%, p%, etc.).
- Aplicando cualquiera de los métodos mencionados, se llega a los siguientes resultados:
 - Línea antigua: $U_2 = 132000 \angle 0^\circ \text{V}$ $\cos \varphi = 0.9$ inductivo $P_2 = 60 \text{MW}$
 Carga: $U_1 = 135403 \angle 5.2^\circ \text{V}$ $I_{n1} = 261.71 \angle 14.21^\circ \text{A}$ $\cos \varphi_c = 0.9875$ $P_1 = 60.6 \text{MW}$
 Vacío: $U_1 = 127512 \angle 0.207^\circ \text{V}$ $I_{n1} = 186.26 \angle 90.1^\circ \text{A}$ $\cos \varphi_v = 1.92 \cdot 10^{-3}$ $P_1 = 78.98 \text{KW}$
 - Línea nueva: $U_2 = 132000 \angle 0^\circ \text{V}$ $\cos \varphi = 0.9$ inductivo $P_2 = 20 \text{MW}$
 Carga: $U_1 = 135194 \angle 4.88^\circ \text{V}$ $I_{n1} = 95.86 \angle 29^\circ \text{A}$ $\cos \varphi_c = 0.913$ $P_1 = 20.5 \text{MW}$
 Vacío: $U_1 = 126258 \angle 0.67^\circ \text{V}$ $I_{n1} = 86.01 \angle 90.2^\circ \text{A}$ $\cos \varphi_v = 8.2 \cdot 10^{-3}$ $P_1 = 154.3 \text{KW}$

PROBLEMA 4.19

Se dispone de una línea de transmisión de energía eléctrica que transporta una potencia de 100 MW, desde la central generadora hasta una subestación transformadora situada a una distancia de 140 km. Por motivos de ampliación del grupo de consumidores, y previo estudio, se ha creído necesario ampliar la potencia de suministro hasta un valor de 140 MW. Para lo cual existen dos opciones:

- Ampliar la línea ya existente. Es decir, pasar de dos circuitos simples Halcón, a dos circuitos dúplex tipo Halcón (manteniendo las mismas torres metálicas), comprobando que esta modificación es capaz de transportar los 140 MW.
- Construir una nueva línea paralela a la anterior. En tal caso se optará por un circuito simple cóndor y los apoyos los mostrados en la figura. La potencia a transportar será de 40 MW.

HALLAR

- Comprobar si es posible transportar la nueva potencia con la antigua línea (método del momento eléctrico)
- Hallar por el método del momento eléctrico las características principales de la primera solución.

3. En el caso de optar por la construcción de la nueva línea, la longitud de transporte se vería incrementada hasta 150 km. Hallar también las características principales del suministro por el método del momento eléctrico.
4. Indicar para los regímenes de vacío y plena carga, y suponiendo que se ha escogido la opción de construir la nueva línea, cuáles serían las condiciones necesarias al principio de las líneas (recordar que no es posible superar los siguientes valores $u\% < 10\%$, y $P\% < 3\%$ por cada 100km), por los siguientes métodos:
 - 1.- Método de las constantes auxiliares
 - 2.- Método del circuito equivalente en "T"
 - 3.- Método del circuito equivalente en "π"

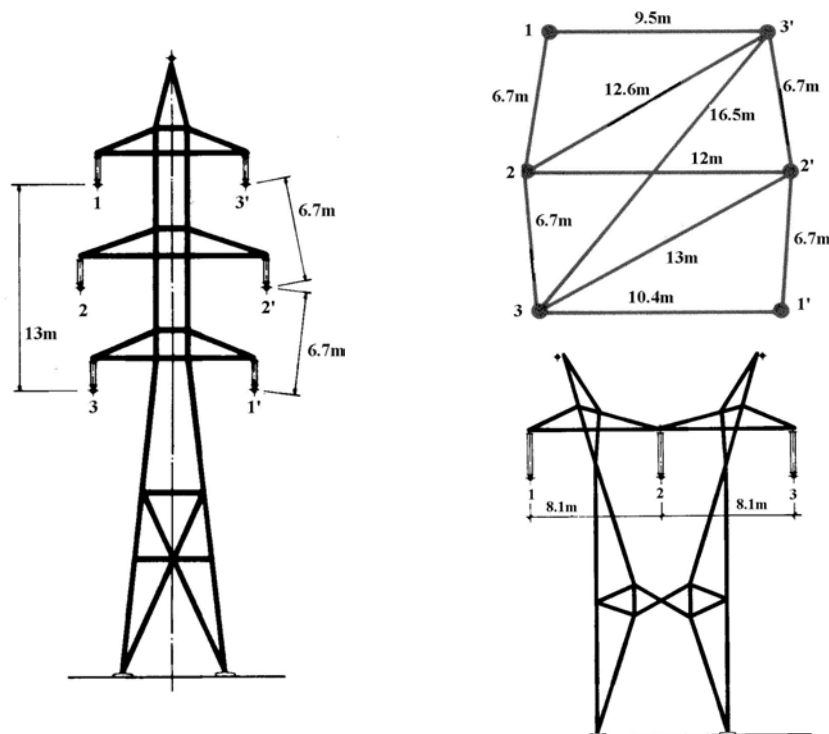


Figura 4.20 a) Línea con dos circuitos simples Halcón a 220 kV. b) Disposición y distancia entre fases de la línea con dos circuitos. c) Línea con un circuito simple Halcón a 220 kV de tensión.

DATOS

Línea existente

Categoría.....	1°
Potencia a transportar.....	100 MW
Tensión nominal.....	220 kV
Longitud.....	140 km
Número y tipo de circuitos.....	2 circuitos simples Halcón
Apoyos.....	Torres metálicas
Factor de potencia	$\cos \varphi = 0.8$ (inductivo)
Caída de tensión.....	7%

Línea a construir

Categoría.....	1°
Potencia a transportar.....	40 MW
Tensión nominal.....	220 kV
Longitud.....	150 km
Número y tipo de circuitos.....	1 circuito simple Halcón
Apoyos.....	Torres metálicas
factor de potencia	$\cos \varphi = 0.8$ (inductivo)
Caída de tensión.....	7%

RESPUESTAS

1. La línea existente es capaz de transportar 112 MW, por tanto suficiente para los 100 MW existentes pero no para los 140 MW de la ampliación.
2. Si ampliamos la línea existente a las condiciones indicadas, se podrá transportar una potencia de hasta 171.6 MW (solución válida). Se cumplen los requisitos del reglamento (u%, p%, etc.).
3. Si optamos por la construcción de una nueva línea paralela con 40MW, dejando los 100MW restantes a la antigua línea, la solución propuesta nos permite disponer de 50MW, por lo tanto la solución también es válida. Se cumplen también los requisitos del reglamento (u%, p%, etc.).
4. Aplicando cualquiera de los métodos mencionados se llega a los resultados siguientes:
 - Línea antigua: $U_2 = 220000\angle 0^\circ\text{V}$ $\cos \varphi = 0.8$ inductivo $P_2 = 100\text{MW}$
 Carga: $U_1 = 231504\angle 2.75^\circ\text{V}$ $I_{n1} = 277.76\angle -20.63^\circ\text{A}$ $\cos \varphi_c = 0.9179$ $P_1 = 102.23\text{MW}$
 Vacío: $U_1 = 217558\angle 0.18^\circ\text{V}$ $I_{n1} = 95.89\angle 90.09^\circ\text{A}$ $\cos \varphi_v = 1.57 \cdot 10^{-3}$ $P_1 = 56.75\text{KW}$
 - Línea nueva: $U_2 = 220000\angle 0^\circ\text{V}$ $\cos \varphi = 0.8$ inductivo $P_2 = 40\text{MW}$
 Carga: $U_1 = 229679\angle 2.6^\circ\text{V}$ $I_{n1} = 107.73\angle -15.44^\circ\text{A}$ $\cos \varphi_c = 0.9508$ $P_1 = 40.76\text{ MW}$
 Vacío: $U_1 = 217184\angle 0.195^\circ\text{V}$ $I_{n1} = 48.485\angle 90.2^\circ\text{A}$ $\cos \varphi_v = -8.7 \cdot 10^{-3}$ $P_1 = 1.50\text{KW}$

PROBLEMA 4.20

Se dispone de una línea eléctrica trifásica de transmisión de energía eléctrica de 180km de longitud. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

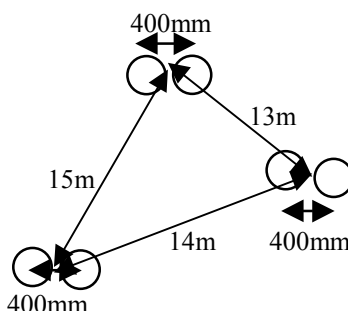


Figura 4.21 Distancias y disposición de los conductores

DATOS

Categoría.....	1º
Tensión nominal..(en el origen).....	260 kV
Longitud.....	180 km
Número y tipo de circuitos.....	1 circuito dúplex
Apoyos.....	Torres metálicas
Distancia entre conductores de una fase.....	400mm
Composición de los conductores.....	30 Al + 7 Acero
Potencia nominal.....	120 MVA
Diámetro del cable.....	21 mm
Resistencia eléctrica AC a 20°C.....	0.144 Ω/km
Factor de potencia.....	0.9 (inductivo)

HALLAR

Para los regímenes de plena carga y vacío, los siguientes parámetros:

1. ¿Cuál será la tensión al final de la línea, si en el origen de la misma se dispone de 260(5.62° kV? Indicar asimismo los restantes parámetros, tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).
2. ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se tendría que colocar en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera de un 3%, suponiendo que se mantienen las condiciones del

apartado anterior? Indicar asimismo los restantes parámetros tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).

RESPUESTAS

- La tensión al final de la línea será: $U_2=244317\angle 0^\circ$ V.
 Carga: $U_1=260000\angle 5.62^\circ$ V $\delta_1=14.25^\circ$ $Q_1=28.14$ MVAR $\Delta U=6\%$ $\eta_c=97.47\%$
 $I_1=253.83\angle -8.63^\circ$ A $P_1=110.8$ MW $S_1=114.32\angle 15.25^\circ$ MVA $\Delta P=2.53\%$
 Vacío: $U_1=239870.4\angle 0.22^\circ$ V $\delta_1=-89.84^\circ$ $Q_1=-34.18$ MVAR $\Delta U=-1.85\%$ $\eta_v=0\%$
 $I_1=82.27\angle 90.06^\circ$ A $P_1=95.45$ kW $S_1=34.18\angle -89.84^\circ$ MVA $\Delta P=100\%$
- La potencia de compensación es $Q_{comp}=-29.54$ MVAR.
 Carga: $U_1=260000\angle 5.79^\circ$ V $\delta_1=-2.34^\circ$ $Q_1=-4.51$ MVAR $\Delta U=3\%$ $\eta_c=97.87\%$
 $I_1=245.31\angle 8.13^\circ$ A $P_1=110.38$ MW $S_1=110.47\angle -2.34^\circ$ MVA $\Delta P=2.16\%$
 Vacío: $U_1=247609.9\angle 0.22^\circ$ V $\delta_1=-89.84^\circ$ $Q_1=-36.42$ MVAR $\Delta U=-1.86\%$ $\eta_v=0\%$
 $I_1=84.93\angle 90.06^\circ$ A $P_1=0.102$ MW $S_1=36.42\angle -89.84^\circ$ MVA $\Delta P=100\%$

PROBLEMA 4.21

Se dispone de una línea eléctrica trifásica de transmisión de energía eléctrica de 140km de longitud. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

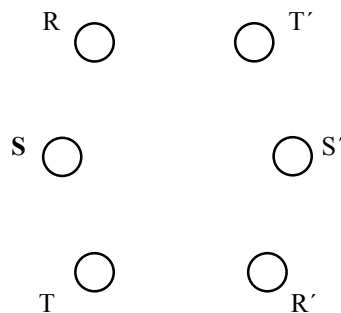


Figura 4.22 Distancias y disposición de los conductores

Distancias entre fases: $d_{RS}=7.07$ m $d_{RT}=14$ m $d_{RR'}=15.652$ m $d_{RS'}=10.63$ m $d_{RT'}=7$ m $d_{SS'}=9$ m

DATOS

Categoría.....1º
 Tensión nominal..(en el origen).....200 kV
 Longitud.....140 km
 Número y tipo de circuitos.....2 circuitos simples
 Apoyos.....Torres metálicas
 Composición de los conductores.....30 Al + 7 Acero
 Potencia nominal.....100 MVA
 Diámetro del cable.....15.75 mm
 Resistencia eléctrica AC a 20°C.....0.154 Ω /km
 Factor de potencia.....0.8 (inductivo)

HALLAR

Para los regímenes de plena carga y vacío, los siguientes parámetros:

- ¿Cuál será la tensión al final de la línea, si en el origen de la misma se dispone de 200(2.94° kV? Indicar, asimismo, los restantes parámetros tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).
- ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se tendría que disponer en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera de un 4%, suponiendo que se mantienen las condiciones

del apartado anterior? Indicar asimismo los restantes parámetros tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).

RESPUESTAS

- La tensión al final de la línea será: $U_2=187554\angle 0^\circ\text{V}$
 Carga: $U_1=200000\angle 2.94^\circ\text{V}$ $\delta_1=25.74^\circ$ $Q_1=39.84\text{MVAR}$ $\Delta U=6.22\%$ $\eta_c=96.8\%$
 $I_1=264.8\angle -22.8^\circ\text{A}$ $P_1=82.63\text{MW}$ $S_1=91.73\angle 25.74^\circ\text{MVA}$ $\Delta P=3.18\%$
 Vacío: $U_1=185453.4\angle 0.23^\circ\text{V}$ $\delta_1=-89.85^\circ$ $Q_1=-25.40\text{MVAR}$ $\Delta U=-1.13\%$ $\eta_v=0\%$
 $I_1=79.08\angle 90.08^\circ\text{A}$ $P_1=0.066\text{MkW}$ $S_1=25.4\angle -89.85^\circ\text{MVA}$ $\Delta P=100\%$
- La potencia de compensación es $Q_{\text{comp}}=-26.0\text{MVAR}$
 Carga: $U_1=200011\angle 3.3^\circ\text{V}$ $\delta_1=7.87^\circ$ $Q_1=11.33\text{MVAR}$ $\Delta U=4\%$ $\eta_c=97.57\%$
 $I_1=238.91\angle -4.57^\circ\text{A}$ $P_1=81.99\text{MW}$ $S_1=82.77\angle 7.87^\circ\text{MVA}$ $\Delta P=2.43\%$
 Vacío: $U_1=189849.6\angle 0.23^\circ\text{V}$ $\delta_1=-89.85^\circ$ $Q_1=-26.62\text{MVAR}$ $\Delta U=-1.14\%$ $\eta_v=0\%$
 $I_1=80.95\angle 90.08^\circ\text{A}$ $P_1=69.68\text{kW}$ $S_1=26.618\angle -89.85^\circ\text{MVA}$ $\Delta P=100\%$

PROBLEMA 4.22

Se dispone de una línea eléctrica trifásica de transmisión de energía eléctrica de 160km de longitud. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

DATOS

Categoría.....1º
 Tensión nominal..(estimada).....220 kV
 Longitud.....160 km
 Número y tipo de circuitos.....1 circuito simple
 Apoyos.....Torres metálicas
 Composición de los conductores.....30 Al + 7 Acero
 Potencia nominal.....140 MVA
 Diámetro del cable.....27.762 mm.
 Resistencia eléctrica AC a 20°C.....0.0721 Ω/km
 Factor de potencia.....0.85 (inductivo)

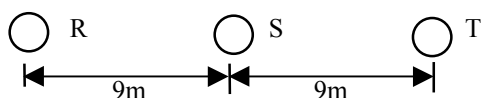


Figura 4.23 Distancias y disposición de los conductores

HALLAR

Para los regímenes de plena carga y vacío, los siguientes parámetros:

- ¿Cuál será la tensión al final de la línea, si en el origen de la misma se dispone de 248660(7.92° V? Indicar asimismo los restantes parámetros tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).
- ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se debería disponer en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera de un 5%, suponiendo que se mantienen las condiciones del apartado anterior? Indicar asimismo los restantes parámetros tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).

RESPUESTAS

- La tensión al final de la línea será de $U_2=220\text{kV}$
 Carga: $U_1=248660\angle 7.92^\circ\text{V}$ $\delta_1=31.92^\circ$ $Q_1=76.83\text{MVAR}$ $\Delta U=11.5\%$ $\eta_c=96.5\%$
 $I_1=337.33\angle -24^\circ\text{A}$ $P_1=123.3\text{MW}$ $S_1=145.3\angle 33.92^\circ\text{MVA}$ $\Delta P=3.49\%$

Vacío: $U_1=216800\angle 0.14^\circ \text{ V}$ $\delta_1=-89.91^\circ$ $Q_1=-19.82\text{MAR}$ $\Delta U=-1.48\%$ $\eta_v=0\%$
 $I_1=52.81\angle 90.05^\circ \text{ A}$ $P_1=32.28\text{kW}$ $S_1=19.83\angle -89.91\text{MVA}$ $\Delta P=100\%$

2 La potencia de compensación es $Q_{\text{comp}}=-47.72\text{MVAR}$

Carga: $U_1=248669\angle 7.93^\circ \text{ V}$ $\delta_1=9.13^\circ$ $Q_1=19.6\text{MVAR}$ $\Delta U=5\%$ $\eta_c=97.6\%$
 $I_1=286.8\angle -1.2^\circ \text{ A}$ $P_1=122\text{MW}$ $S_1=123.5\angle 9.13^\circ \text{MVA}$ $\Delta P=2.42\%$
 Vacío: $U_1=232790\angle 0.14^\circ \text{ V}$ $\delta_1=-89.91^\circ$ $Q_1=-22.86\text{MVAR}$ $\Delta U=-1.48\%$ $\eta_v=0\%$
 $I_1=56.69\angle 90.05^\circ \text{ A}$ $P_1=37.22\text{kW}$ $S_1=22.86\angle -89.91\text{MVA}$ $\Delta P=100\%$

PROBLEMA 4.23

Se dispone de una línea eléctrica trifásica de transmisión de energía eléctrica de 120km de longitud. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

DATOS

Categoría.....1º
 Tensión nominal..(estimada).....220 kV
 Longitud.....120 km
 Número y tipo de circuitos.....2 circuitos simples
 Apoyos.....Torres metálicas
 Composición de los conductores.....30 Al + 7 Acero
 Potencia nominal.....120 MVA
 Diámetro del cable.....15.75 mm
 Resistencia eléctrica AC a 20°C.....0.154 Ω/km
 Factor de potencia.....0.8 (inductivo)

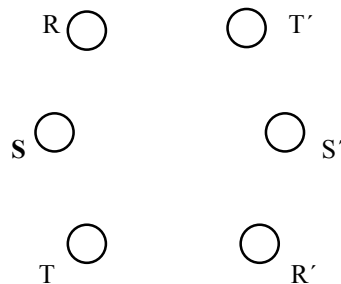


Figura 4.24 Disposición de los conductores

Distancias entre fases: $d_{RS}=6.08\text{m}$ $d_{RT}=12\text{m}$ $d_{RR'}=13.89\text{m}$ $d_{RS'}=10.00\text{m}$ $d_{RT'}=7\text{m}$ $d_{SS'}=9\text{m}$

HALLAR

Para los regímenes de plena carga y vacío, los siguientes parámetros:

- ¿Cuál será la tensión al final de la línea, si en el origen de la misma se dispone de 220kV? Indicar asimismo los restantes parámetros tanto del final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).
- ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se debería disponer en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera de un 3%, suponiendo que se mantienen las condiciones del apartado anterior? Indicar asimismo los restantes parámetros tanto de final de línea como en el origen (potencias a inyectar en el origen, rendimiento, caída de tensión, pérdida de potencia, intensidad, etc.).

RESPUESTAS

1 La tensión al final de la línea será: $U_2=208558/0^\circ \text{V}$

Carga: $U_1=220000\angle 2.4^\circ \text{ V}$ $\delta_1=26.87^\circ$ $Q_1=49.96\text{MVAR}$ $\Delta U=5.2\%$ $\eta_c=97.3\%$
 $I_1=290.12\angle -24.47^\circ \text{ A}$ $P_1=98.615\text{MW}$ $S_1=110.55\angle 26.87^\circ \text{MVA}$ $\Delta P=2.65\%$
 Vacío: $U_1=206848\angle 0.17^\circ \text{ V}$ $\delta_1=-89.90^\circ$ $Q_1=-27.486\text{MVAR}$ $\Delta U=-0.82\%$ $\eta_v=0\%$
 $I_1=76.72\angle 90.07^\circ \text{ A}$ $P_1=47.973\text{kW}$ $S_1=27.486\angle -89.90^\circ \text{MVA}$ $\Delta P=100\%$

- 2 La potencia de compensación es $Q_{\text{comp}} = -38.71 \text{ MVAR}$

Carga:	$U_1 = 220000 \angle 2.78^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = 5.1^\circ$	$Q_1 = 8.71 \text{ MVAR}$	$\Delta U = 3\%$	$\eta_c = 98\%$
	$I_1 = 257.9 \angle -2.3^\circ \text{ A}$	$P_1 = 97.86 \text{ MW}$	$S_1 = 98.24 \angle 5.1^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 1.98\%$	
Vacío:	$U_1 = 211650.1 \angle 0.17^\circ \text{ V}$	$\delta_1 = -89.88^\circ$	$Q_1 = -28.89 \text{ MVAR}$	$\Delta U = -0.827\%$	$\eta_v = 0\%$
	$I_1 = 78.81 \angle 90.07^\circ \text{ A}$	$P_1 = 57.530 \text{ kW}$	$S_1 = 28.89 \angle -89.9^\circ \text{ MVA}$	$\Delta P = 100\%$	

PROBLEMA 4.24

Para el suministro de energía eléctrica entre un centro generador y el receptor, distantes entre ellos una distancia “L”, se utiliza una línea con dos circuitos simples como la mostrada en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

DATOS

Categoría.....	1°
Tensión nominal..(en el origen).....	100 kV
Longitud.....	L km
Número y tipo de circuitos.....	2 circuitos simples
Apoyos.....	Torres metálicas
Composición de los conductores.....	30 Al + 7 Acero
Potencia nominal.....	40 MVA
Diámetro del cable.....	20.73 mm
Resistencia eléctrica AC a 20°C..	0.145 Ω/km
Factor de potencia.....	0.8 (inductivo)

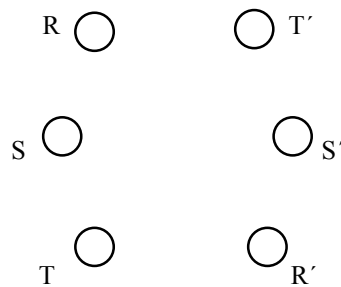


Figura 4.25 Disposición de los conductores

Distancias entre fases: $d_{RS} = 3.041 \text{ m}$ $d_{RT} = 6 \text{ m}$ $d_{RR'} = 7.5 \text{ m}$ $d_{RS'} = 5.83 \text{ m}$ $d_{RT'} = 4.5 \text{ m}$ $d_{SS'} = 5.5 \text{ m}$

HALLAR

- ¿Cuál será la longitud máxima de la línea para que la caída de tensión no exceda del 4%, cuando en el origen de línea la tensión sea de 100kV y no se realiza ningún tipo de compensación? Dar el rendimiento de la línea en estas circunstancias.
- ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se debería disponer en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera de un 4%, suponiendo que la longitud de la línea sea de 80km? Indicar, asimismo, el rendimiento con las nuevas condiciones.

Despreciar el efecto de la admitancia transversal para realizar el problema.

RESPUESTAS

- La longitud máxima para cumplir con los requisitos es de 56.2km. Con un rendimiento $\eta = 97.86\%$.
- Se debería disponer de una potencia de compensación de $Q_{\text{comp}} = -11.22 \text{ MVAR}$. Con una capacidad de $C = 3.87 \mu\text{F}$ a 96kV. El rendimiento sería del $\eta = 97.74\%$.

PROBLEMA 4.25

Para el suministro de energía eléctrica entre un centro generador y el receptor, distantes entre ellos una distancia “L”, se utiliza una línea de interconexión con dos circuitos simples como la mostrada en la figura. Las características de la misma, así como otros datos de interés, se detallan a continuación.

DATOS:

Categoría.....	1º
Tensión nominal..(estimada origen).....	220 kV
Longitud.....	L km
Número y tipo de circuitos.....	2 circuitos simples
Apoyos.....	Torres metálicas
Composición de los conductores.....	30 Al + 7 Acero
Potencia nominal.....	70 MVA
Diámetro del cable.....	20.73 mm.
Resistencia eléctrica AC a 20°C.....	0.145 Ω /km
Factor de potencia.....	0.85 (inductivo)

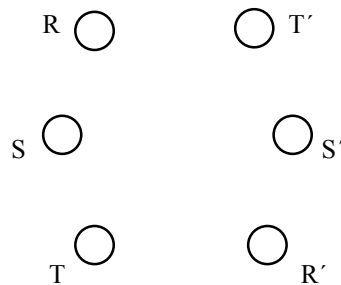


Figura 4.26 Disposición de los conductores

Distancias entre fases: $d_{RS}=3.041\text{m}$ $d_{RT}=6\text{m}$ $d_{RR'}=7.5\text{m}$ $d_{RS'}=5.83\text{m}$ $d_{RT'}=4.5\text{m}$ $d_{SS'}=5.5\text{m}$

HALLAR

1. ¿Cuál será la longitud máxima de la línea para que la caída de tensión no exceda del 3%, cuando en el origen de línea la tensión sea de 220kV y no se realiza ningún tipo de compensación? Dar el rendimiento de la línea en estas circunstancias.
2. ¿Qué potencia reactiva capacitiva (banco de condensadores) se tendría que disponer en paralelo con la carga para que la caída de tensión fuera de un 2%, suponiendo una longitud de 90km? Indicar, asimismo, el rendimiento con las nuevas condiciones.

Despreciar el efecto de la admitancia transversal para realizar el problema.

RESPUESTAS

- 1 La longitud máxima para cumplir con los requisitos es de 125km, con un rendimiento $\eta = 98.3\%$.
- 2 Se tendría que disponer de una potencia de compensación de $Q_{\text{comp}}=-3.75\text{MVAR}$, con una capacidad de $C= 0.25\mu\text{F}$ a 215.6kV. El rendimiento sería de $\eta= 98.9\%$.

PROBLEMA 4.26

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un transformador de tres arrollamientos. El bobinado terciario lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características del transformador se detallan a continuación:

DATOS

Primario-Secundario	60MVA	120/40 kV	$\epsilon_{\text{cc}} = 7\%$
---------------------	-------	-----------	------------------------------

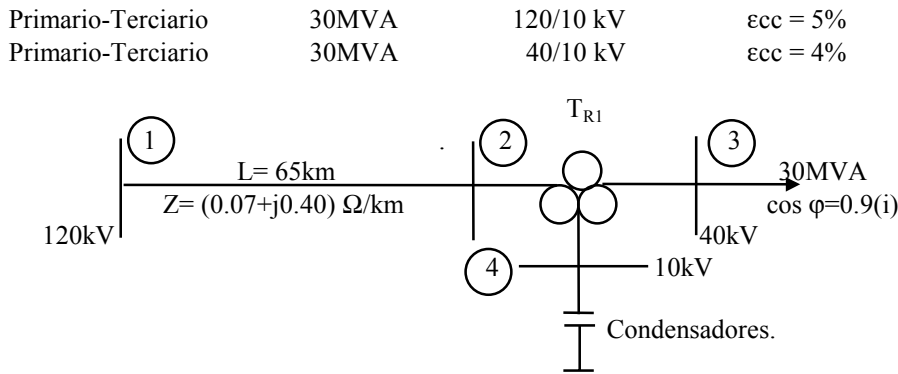


Figura 4.27 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 4.26

HALLAR

Si la tensión en el nudo "1" es de 120kV y se desea conseguir que la caída en el nudo "3" no supere el 5% respecto a su tensión nominal de 40kV, y asimismo, que el rendimiento de la red no baje del 99%:

1. La potencia de compensación necesaria, en el punto medio del transformador
2. Los valores de la reactancia, capacidad, así como la potencia nominal de la batería de condensadores a colocar en el terciario del condensador, (10kV)
3. Intensidad total que circula por el nudo "2"
4. Rendimiento total de la red

RESPUESTAS

1. La potencia de compensación es: $Q_{comp} = -1.25$ MVAR
2. $X_{cond} = -j 73.0 \Omega$, $C = 43.0 \mu F$ $Q_{cond} = -1.37$ MVAR (Referidos a 10kV)
3. La intensidad total es: $I_T = 149.22 \angle -23.67^\circ A$
4. El rendimiento total es: $\eta = 98.86\%$ (prácticamente el 99% pedido en el problema)

PROBLEMA 4.27

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un transformador y tres tomas de potencia distribuidas tal como se indica en la figura.

Se desea que la tensión en los nudos "2", "3" y "4" sea de 120kV. Para conseguirlo, se colocarán baterías de condensadores en las barras "3", y "4", y se regulará la tensión nominal del primario del transformador, " U_{n1} ".

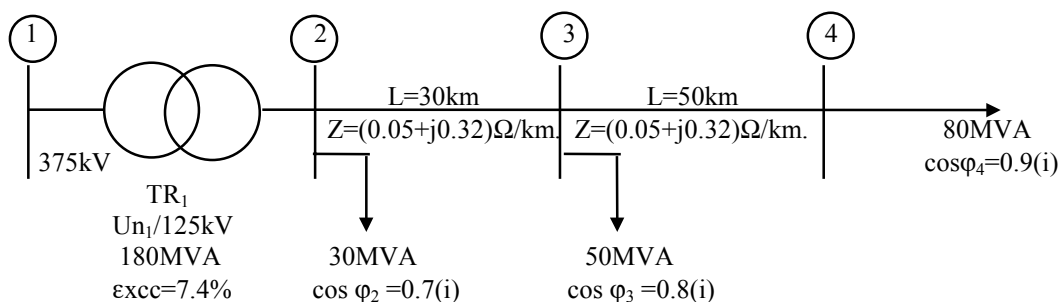


Figura 4.28 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.27

HALLAR

1. La potencia reactiva y la capacidad de las baterías de condensadores a colocar en las barras "3" y "4", para conseguir las condiciones citadas
2. Cómo se tendría que regular el primario del transformador, es decir, " U_{n1} "
3. Rendimiento total de la red estudiada
4. Intensidad y tensión total que parten del nudo "1"

5. Potencias que entregará el generador a situar en "1"

RESPUESTAS

- Las potencias de compensación y capacidades son: $Q_{3\text{comp}} = -43.9 \text{ MVAR}$. $C_3 = 9.7 \mu\text{F}$ a 120kV
 $Q_{4\text{comp}} = -49.16 \text{ MVAR}$. $C_4 = 10.86 \mu\text{F}$ a 120kV
- La tensión en el primario del transformador estará regulada a $U_{n1} = 388620 \text{ V}$
- El rendimiento total de la red será: $\eta = 98.28\%$
- Las intensidades y tensiones en "1" son: $I_{n1} = 209.8 \angle 5.76^\circ \text{ A}$. $U_{n1} = 375107 \angle 12.6^\circ \text{ V}$
- Las potencias en barras "1" son: $P_1 = 135.32 \text{ MW}$. $Q_1 = 16.23 \text{ MVAR}$. $S_1 = 136.29 \angle 6.84^\circ \text{ MVA}$

PROBLEMA 4.28

Disponemos de una estructura de distribución de energía eléctrica formada por dos líneas acopladas en paralelo y unidas a un transformador de tres bobinados, en el cual el bobinado terciario se encarga de suministrar la potencia reactiva necesaria para la correcta regulación de la tensión a efectos de conseguir las condiciones de trabajo exigidas.

Las características de la línea y otros datos del sistema de potencia tratado se indican en la figura.

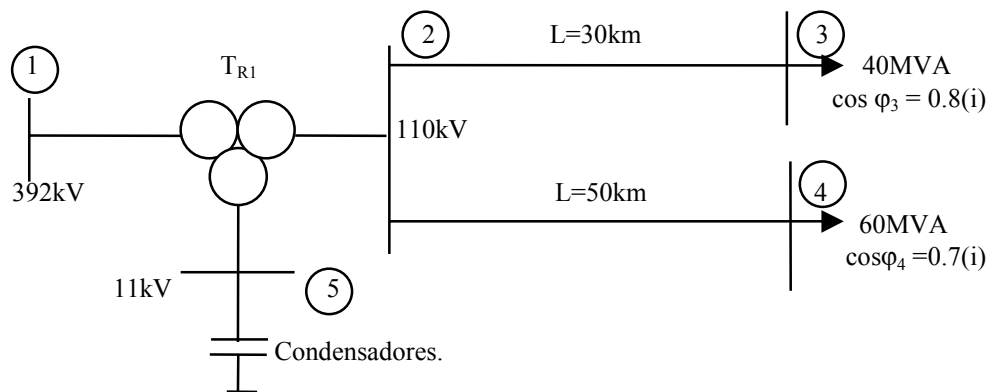


Figura 4.29 Sistema de potencia completo correspondientes al problema 4.28

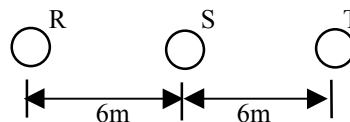


Figura 4.30 Disposición de los conductores de la línea. Un Circuito simple

DATOS

Los conductores disponen de las siguientes características:

- Composición.....30Al+7Acero
- Diámetro exterior.....21mm.
- Resistencia eléctrica en AC.....0.144 Ω/km

Las características del transformador se detallan a continuación.

Primario-Secundario	120MVA	380/110 kV	$\epsilon_{cc} = 12\%$
Primario-Terciario	20MVA	380/11 kV	$\epsilon_{cc} = 7\%$
Primario-Terciario	20MVA	110/11 kV	$\epsilon_{cc} = 6\%$

HALLAR

Si se desea que la caída de tensión máxima en los nudos "3" y "4" sea del 5% respecto a sus correspondientes tensiones nominales, manteniéndose la tensión en el origen "1", a 392kV:

1. La potencia reactiva de compensación, en caso de ser necesaria, de las baterías de condensadores a colocar en las barras "3" y "4", para conseguir las condiciones citadas
2. La potencia reactiva y la capacidad de la batería de condensadores en "5" a 11 kV
3. La potencia aparente total que se debe aplicar al nudo "1"
4. El rendimiento total de la red estudiada

RESPUESTAS

1. Nudo "3", no necesitamos regulación de la tensión
Nudo "4", la potencia de la batería de condensadores es de $Q_{4\text{comp}} = -31.5\text{MVAR}$
2. La potencia reactiva de la batería de condensadores en el nudo "5" es: $Q_{5\text{comp}} = -15.40\text{MVAR}$. La capacidad es de $C = 405\text{ }\mu\text{F}$
3. La potencia total en el nudo "1" es: $S_1 = (75.81 + j31.32)\text{ MVA}$
4. El rendimiento total de la red será: $\eta_T = 97.61\%$

PROBLEMA 4.29

Una central generadora de energía eléctrica está formada por un transformador que alimenta a dos líneas acopladas en paralelo. En el extremo de sendas líneas existen unos consumos de potencia, tal como se indica en la figura.

Las características de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

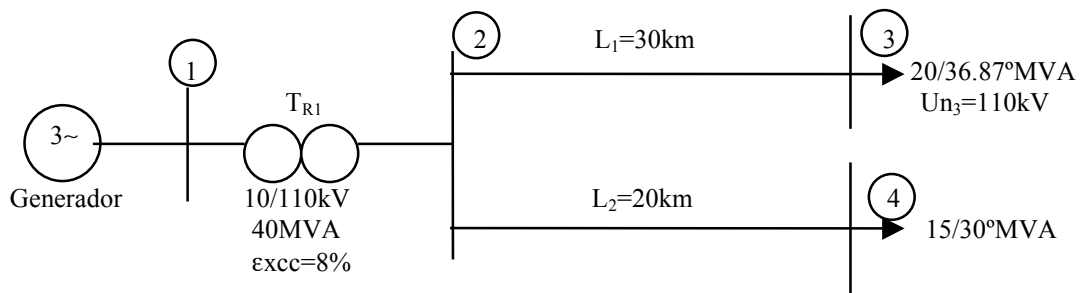


Figura 4.31 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 4.29

DATOS

Las impedancias de las líneas son: $Z_{L1} = (0.05 + j0.32)\Omega/\text{km}$ y $Z_{L2} = (0.06 + j0.38)\Omega/\text{km}$.

HALLAR

Si se desea que la tensión en el nudo "3" sea de 110kV y con las características citadas:

1. La tensión en las barras "1" para conseguir las condiciones citadas
2. El rendimiento total del sistema
3. La intensidad total que circula por "2"
4. La tensión existente en el punto "2"
5. Potencias a inyectar en el generador

RESPUESTAS

1. La tensión en las barras "1" será: $U_1 = 10527 \angle 3.76^\circ \text{ V}$
2. El rendimiento total del sistema será: $\eta_T = 99.9\%$
3. La intensidad total que circula por "2" será: $I_2 = 183 \angle -33.94^\circ \text{ A}$
4. La tensión en el nudo "2" será: $U_2 = 111272 \angle 0.63^\circ \text{ V}$
5. Las potencias en el generador serán: $P_1 = 29\text{MW}$, $Q_1 = 22.44\text{MVAR}$, $S_1 = 36.67 \angle 37.74^\circ \text{ MVA}$

PROBLEMA 4.30

Disponemos de una línea de distribución de energía eléctrica formada por un generador, un transformador, y al final de la línea, una conexión a unos consumidores de energía.

Las características de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

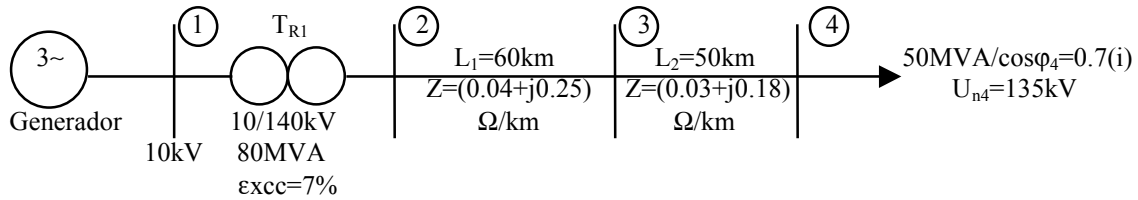


Figura 4.32 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 4.30

HALLAR

Si se desea mantener constante la tensión en las barras “4” del sistema de la figura en un valor de 135kV, y la demanda de potencia en las mismas barras es del valor indicado en la figura (la tensión en las barras “1” se mantiene constante e igual a 10kV):

1. La potencia de la batería de condensadores a colocar en las barras “4”, en paralelo con la carga para conseguir las condiciones citadas.
2. Si tuviéramos que instalar la batería de condensadores en “3”, ¿cuáles serían las características de la misma para obtener las citadas condiciones?
3. La intensidad total que circula por el secundario del transformador con la batería instalada en “3” y en “4”.
4. Las potencias que tiene que suministrar la central generadora con la batería de condensadores instalada en barras “3” y “4”.
5. Rendimiento del sistema con las baterías colocadas en “3” y “4”.

RESUESTAS

1. La potencia y capacidad de los condensadores es: $Q_{4\text{cond}} = -23.45\text{MVAR}$. $C_4 = 2.017\text{ }\mu\text{F}$ a 135kV
2. La potencia y capacidad de los condensadores es: $Q_{3\text{cond}} = -31.11\text{MVAR}$. $C_3 = 5.22\text{ }\mu\text{F}$ a 137.78kV
3. Las intensidades totales son: $I^{*3} = 149.5\angle -8.49^\circ\text{ A}$. $I^{*4} = 157.62\angle -18.26^\circ\text{ A}$
4. Las potencias son: Barras “3”: $P_1 = 35.37\text{ MW}$ $Q_1 = 7.920\text{ MVAR}$ $S_1 = 36.24\angle 12.62^\circ\text{ MVA}$
Barras “4”: $P_1 = 35.29\text{ MW}$ $Q_1 = 14.62\text{ MVAR}$ $S_1 = 38.20\angle 22.5^\circ\text{ MVA}$
5. El rendimiento total es: Barras “3”: $\eta_T = 98.90\%$ Barras “4”: $\eta_T = 99.18\%$

PROBLEMA 4.31

Disponemos de una línea de distribución de energía eléctrica formada por un generador, un transformador, y al final de la línea, una conexión a unos consumidores de energía.

Las características de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

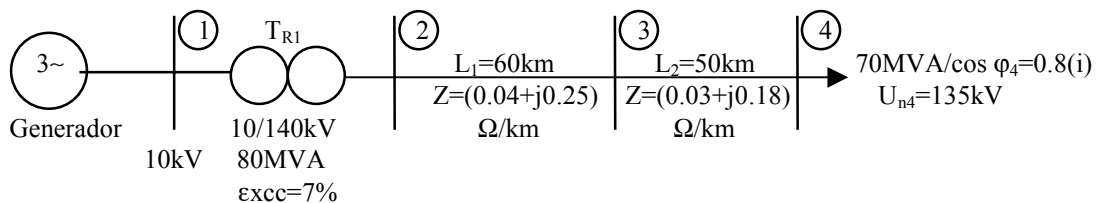


Figura 4.33 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.31

HALLAR

Si se desea mantener constante la tensión en las barras “4” del sistema de la figura en un valor de 135kV, y la demanda de potencia en las mismas barras es del valor indicado (la tensión en las barras “1” se mantiene constante e igual a 10kV):

- 1 La potencia de la batería de condensadores a colocar en las barras “4”, en paralelo con la carga para conseguir las condiciones citadas.
- 2 Si tuviéramos que instalar la batería de condensadores en barras “3”, ¿cuáles serían las características de la misma para obtener las citadas condiciones?
- 3 La intensidad total que circula por el secundario del transformador con la batería instalada en barras “3” y en “4”.
- 4 Las potencias que debe suministrar la central generadora con la batería de condensadores instalada en barras “3” y “4”.
- 5 Rendimiento del sistema con las baterías colocadas en barras “3” y “4”.

RESPUESTAS

- 1 En barras “4” tendremos: $Q_{4\text{cond}} = -48.50\text{MVAR}$. $C_4 = 1.31 \mu\text{F}$ a 135kV
- 2 En barras “3” tendremos: $Q_{3\text{cond}} = -44.66\text{MVAR}$. $C_3 = 7.41 \mu\text{F}$ a 138.46kV
- 3 Las intensidades totales son: $I^{*3} = 235.17 \angle 1.6^\circ \text{ A}$. $I^{*4} = 241.63 \angle -7.62^\circ \text{ A}$
- 4 Las potencias iniciales son: Barras “3”: $P_1 = 56.80 \text{ MW}$ $Q_1 = 5.090\text{MVAR}$ $S_1 = 57.02 \angle 5.12^\circ \text{ MVA}$
Barras “4”: $P_1 = 56.69\text{MW}$ $Q_1 = 14.66\text{MVAR}$ $S_1 = 58.56 \angle 14.5^\circ \text{ MVA}$
- 5 El rendimiento total es: Barras “3”: $\eta_T = 98.60\%$ Barras “4”: $\eta_T = 98.78\%$

PROBLEMA 4.32

Disponemos de un sistema eléctrico de potencia formado por un generador, un transformador, y al final de la línea, una conexión a unos consumidores de energía.

Las características de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

HALLAR

Si se desea que la caída de tensión sea como máximo de un 5% en las barras “3”, manteniendo constante la tensión del generador en un valor de 110kV:

- 1 La potencia de la batería de condensadores a colocar en las barras “3”, en paralelo con la carga, para conseguir las condiciones citadas.
- 2 El valor total de la batería de condensadores a colocar en barras “3”, en Faradios.
- 3 Intensidad que circulará a la salida del generador.
- 4 Potencias que deberá suministrar el generador para conseguir las condiciones citadas.
- 5 Rendimiento total del sistema.

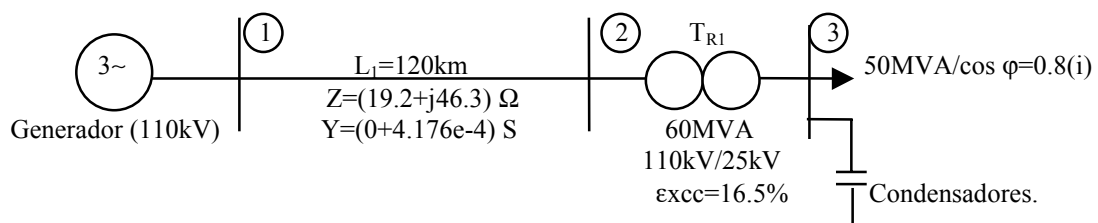


Figura 4.34 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 4.32

RESPUESTAS

- 1 La potencia reactiva de compensación en barras “3” es de: $Q_{3\text{cond}} = -36.25\text{MVAR}$
- 2 El condensador a colocar en las barras “3” será de: $204 \mu\text{F}$ a 23.75kV
- 3 La intensidad en la salida del generador será: $I_1 = 225.3 \angle 15.43^\circ \text{ A}$

- 4 Las potencias del generador serán: $P_1=42.51 \text{ MW}$ $Q_1=5.922 \text{ MVAR}$ $S_1=42.92\angle 7.93^\circ \text{ MVA}$
- 5 El rendimiento total del sistema será: $\eta_T = 94.09\%$

PROBLEMA 4.33

Una central generadora de energía eléctrica alimenta a dos líneas de distribución. En el extremo de cada una de estas líneas se halla un transformador de dos devanados y unos consumos de potencia.

Las características de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

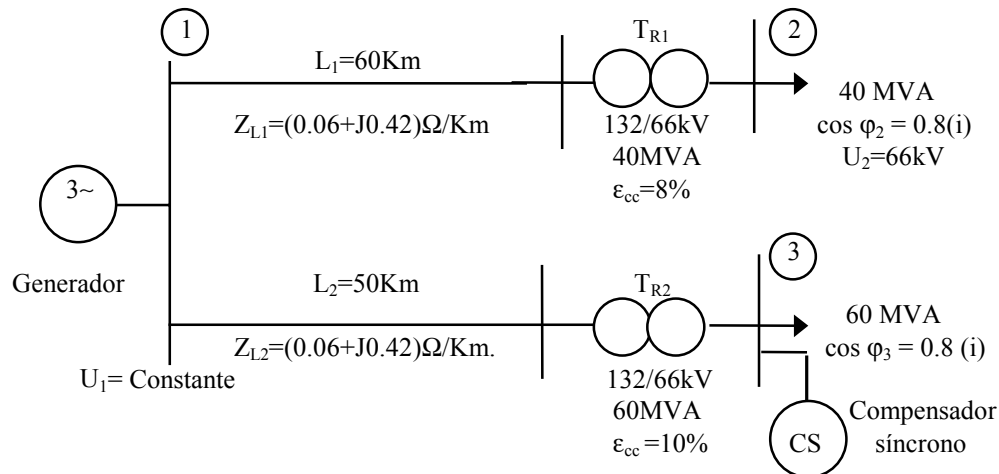


Figura 4.35 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 4.33

HALLAR

Si la tensión en las barras de conexión “1” se mantiene constante a lo largo de todo el proceso:

- 1 Si no compensamos el sistema de potencia, ¿cuál será la tensión en las barras “3”, si mantenemos la tensión constante en barras “2” y de valor 66kV?
- 2 Si en el embarrado “3” deseamos tener una tensión de 66kV, ¿cuál será la potencia reactiva que tendrá que entregar el compensador síncrono?
- 3 Si la potencia de compensación asciende a $Q_{comp}=-6 \text{ MVAR}$, del compensador síncrono, ¿cuál será la nueva tensión en las barras “3”? (el ángulo de la tensión en las barras “3” es desconocido, no tomar 0°).
- 4 La tensión la intensidad que tendremos en las barras “1”, una vez efectuada la compensación del apartado 3°.
- 5 Potencias totales que tendrá que entregar el generador síncrono en las condiciones del apartado 3°.
- 6 Rendimiento total del sistema de potencia con las condiciones establecidas en el apartado 3°.

RESPUESTAS

- 1 La tensión en barras “3” será: $U_3 = 64086.5 \text{ V}$ (considerado en el lado de 66kV del transformador)
- 2 La potencia de compensación en barras “3” es: $Q_{comp} = -8.74 \text{ MVAR}$ (a 66kV de tensión)
- 3 La tensión en barras “3” será: $U_3 = 65405 \text{ V}$ (considerado en el lado de 66kV del transformador)
- 4 En las barras de conexión “1” tendremos: $U_1 = 144455\angle 5.52^\circ \text{ V}$. $I_1 = 424.5\angle -34^\circ \text{ A}$
- 5 En las barras “1” tendremos: $P_1=81.91 \text{ MW}$ $Q_1=67.51 \text{ MVAR}$ $S_1=106.2\angle 39.5^\circ \text{ MVA}$
- 6 El rendimiento total del sistema de potencia será: $\eta_T = 97.68\%$

PROBLEMA 4.34

Una central generadora de energía eléctrica está formada por un generador síncrono trifásico y un transformador que alimenta a dos líneas acopladas en paralelo. En el extremo de sendas líneas existen unos consumos de potencia, tal como se indica en la figura.

Las características del generador, transformador y de la línea, así como otros datos del sistema de potencia, se indican en la figura.

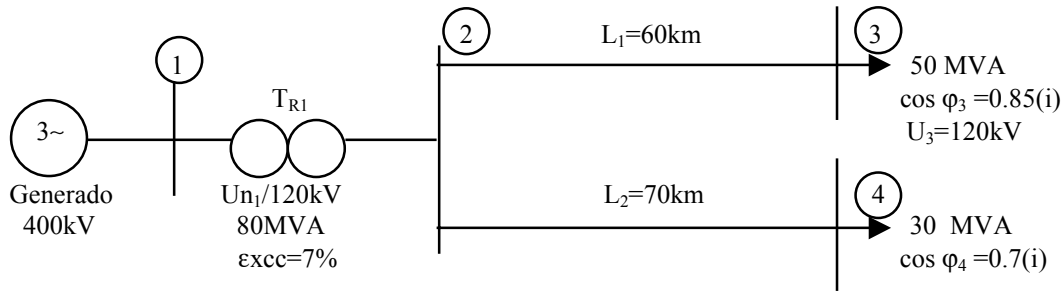


Figura 4.36 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 4.34

DATOS

Las líneas disponen de la siguiente impedancia por km: $Z_{L1}=Z_{L2}=(0.07+j0.40) \Omega/\text{km}$.

HALLAR

Si se desea que la tensión en el nudo “3” sea de 120kV y la tensión de las barras “1” es de 400kV, manteniéndose constante a lo largo de todo el proceso:

- 1 Si deseamos obtener una tensión de 120kV en las barras “3” mediante la regulación del transformador, determinar cuál será esta regulación del primario del transformador (U_{n1})
- 2 La intensidad total del sistema de potencia, en estas condiciones
- 3 Las potencias que tendrá que entregar el generador síncrono trifásico en barras “2”
- 4 El rendimiento total del sistema

RESPUESTAS

- 1 La tensión de regulación en el primario del transformador será: $U_{n1}=359847\text{V}$
- 2 La intensidad total del sistema de potencia en barras “2” es: $I_2=431.58\angle-37.94^\circ \text{ A}$
- 3 Las potencias del generador son: $P_2=71.239\text{MW}$ $Q_2=69.765\text{MVAR}$ $S_2=99.70\angle44.4^\circ \text{ MVA}$
- 4 El rendimiento total del sistema es: $\eta_T=98.96\%$

PROBLEMA 4.35

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de dos transformadores, uno de ellos con dos arrollamientos está colocado al principio de línea, mientras que el otro transformador, con tres arrollamientos, está colocado al final de línea.

El bobinado terciario de este segundo transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características de los transformadores, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.

DATOS

Primario-Secundario	70MVA	125/50 kV	$\epsilon_{cc} = 8\%$
Primario-Terciario	20MVA	125/25 kV	$\epsilon_{cc} = 8\%$
Secundario-Terciario	20MVA	50/25 kV	$\epsilon_{cc} = 6\%$

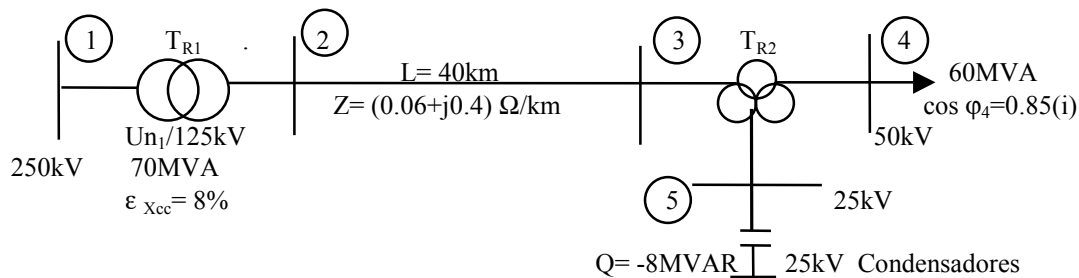


Figura 4.37 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 4.35

HALLAR

Si la tensión en el nudo “1” es de 250kV constantes, y deseamos que la tensión en barras “4” sea de 50kV manteniéndose también constante:

- 1 La regulación que se debe efectuar en el primario de T_{R1} , para conseguir las condiciones citadas
- 2 La intensidad que circula por la línea
- 3 Potencias totales en bornes del T_{R1}
- 4 Rendimiento total del sistema

RESPUESTAS

- 1 La regulación del transformador T_{R1} , será: $Un_1 = 225710V$ en el primario de T_{R1}
- 2 La intensidad que circulará por la línea será: $I_{Línea} = 259 \angle -24.8^\circ A$
- 3 Las potencias en el transformador T_{R1} son: $P_1 = 52MW$ $Q_1 = 33.83MVAR$ $S_1 = 62 \angle 33^\circ MVA$
- 4 El rendimiento total del sistema será: $\eta = 98.07\%$

PROBLEMA 4.36

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de dos transformadores, el de dos arrollamientos está situado al principio de línea, mientras que el de tres arrollamientos está situado al final de línea. El bobinado terciario de este segundo transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características de los transformadores, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.

DATOS

Primario-Secundario	60MVA	120/30 kV	$\epsilon_{cc} = 8\%$
Primario-Terciario	20MVA	120/10 kV	$\epsilon_{cc} = 5\%$
Secundario-Terciario	20MVA	30/10 kV	$\epsilon_{cc} = 6\%$

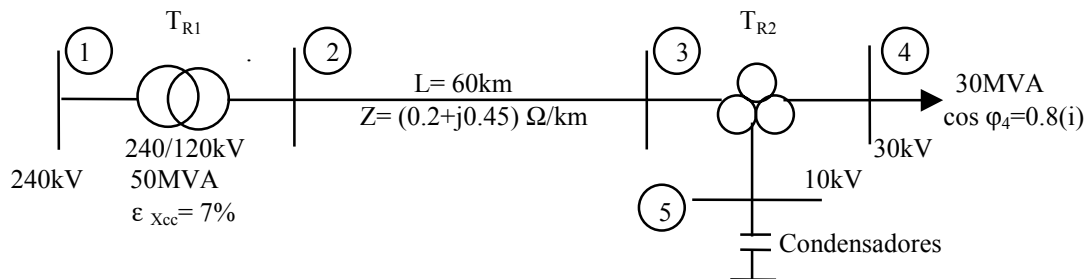


Figura 4.38 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 4.36

HALLAR

Si la tensión en el nudo “1” es de 240kV constantes, y deseamos que la tensión en barras “4” sea de 30kV, manteniéndose también constante:

- 1 La potencia de compensación a colocar en barras “5”. Así como el valor de la batería de condensadores correspondiente
- 2 La intensidad que circula por la línea
- 3 Potencias totales en bornes del transformador T_{R1}
- 4 Rendimiento total del sistema

RESPUESTAS

- 1 La potencia y capacidad en “5” son: $Q = -30.1MVAR$. y $C = 875\mu F$ (todo a 10kV) como la potencia máxima del terciario del T_{R2} es de 20MVA estaríamos trabajando fuera del límite permitido
- 2 La intensidad de línea es: $I_{Línea} = 125.56 \angle 26.47^\circ A$
- 3 Las potencias en el transformador T_{R1} son: $P_1 = 24.56MW$ $Q_1 = -8.79MVAR$ $S_1 = 26.09 \angle -19.7^\circ MVA$
- 4 El rendimiento total del sistema de potencia es: $\eta = 97.69\%$

PROBLEMA 4.37

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un transformador con tres arrollamientos. El bobinado terciario de este transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características del transformador, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.

DATOS

Primario-Secundario	50MVA	100/20 kV	$\varepsilon_{cc} = 8\%$
Primario-Terciario	15MVA	100/10 kV	$\varepsilon_{cc} = 6\%$
Secundario-Terciario	15MVA	25/10 kV	$\varepsilon_{cc} = 6\%$

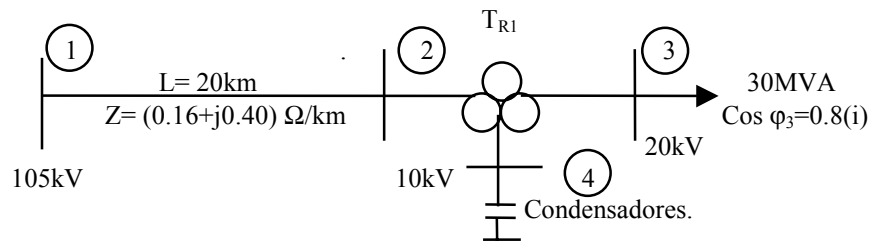


Figura 4.39 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.37

HALLAR

Si la tensión en el nudo “1” es de 105kV constantes, y deseamos que la tensión en barras “3” sea de 20kV, manteniéndose también constantes:

- 1 La potencia de compensación a colocar en barras “4”, así como el valor de la batería de condensadores a colocar para conseguir las condiciones citadas
- 2 La intensidad que circula por la línea
- 3 Potencias totales en bornes del T_{R1}
- 4 Rendimiento total del sistema

RESPUESTAS

- 1 La potencia y capacidad en “4” son: $Q = -15.94\text{MVAR}$, y $C = 507\mu\text{F}$ (a 10kV)
- 2 La intensidad de línea es: $I_{\text{Línea}} = 136.81 \angle -2.34^\circ \text{A}$.
- 3 Las potencias al inicio de línea son: $P_1 = 24.537\text{MW}$; $Q_1 = 4.128\text{MVAR}$; $S_1 = 24.88 \angle 9.55^\circ \text{MVA}$
- 4 El rendimiento total del sistema es: $\eta = 97.80\%$

PROBLEMA 4.38

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de dos transformadores, uno con dos arrollamientos colocado al principio de línea, mientras que el transformador con tres arrollamientos está colocado al final de la misma. El bobinado terciario, de este segundo transformador, lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. Las características de los transformadores, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.

DATOS

Primario-Secundario	60MVA	220/20 kV	$\varepsilon_{cc} = 9\%$
Primario-Terciario	20MVA	220/10 kV	$\varepsilon_{cc} = 7\%$
Secundario-Terciario	20MVA	20/10 kV	$\varepsilon_{cc} = 8\%$

HALLAR

Si la tensión en el nudo “1” es de 380kV constantes, y deseamos que la tensión en barras “4” sea de 20kV, manteniéndose también constante:

- 1 La potencia de compensación a colocar en barras “5”, así como el valor de la batería de condensadores a colocar en las mismas barras
- 2 La intensidad que circula por la línea
- 3 Potencias totales en bornes del T_{R1}
- 4 Rendimiento total de la red

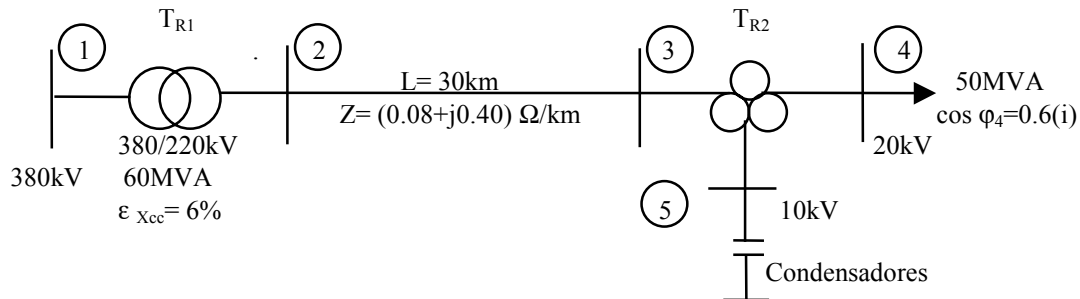


Figura 4.40 Sistema de potencia completo correspondiente al problema 4.38

RESPUESTAS

- 1 La potencia de la batería de condensadores en “5” es: $Q = -38.16 \text{ MVAR}$ y $C = 1.215 \text{ mF}$ (todo a 10 kV). Se tendría que realizar algún tipo de compensación especial en el terciario de T_{R2} , ya que necesitamos unos - 40 MVAR, y la potencia máxima actual permite 20 MVAR. Los datos que siguen son suponiendo que este aumento de potencia es posible
- 2 La intensidad de línea es: $I_{\text{Línea}} = 78.98 \angle 1.8^\circ \text{ A}$
- 3 Las potencias en el transformador T_{R1} son: $P_1 = 30.05 \text{ MW}$; $Q_1 = 1.57 \text{ MVAR}$; $S_1 = 30.09 \angle 3^\circ \text{ MVA}$
- 4 El rendimiento total del sistema es: $\eta = 99.83\%$

PROBLEMA 4.39

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un transformador con la relación de transformación regulable, una línea de interconexión y unos usuarios con una demanda de potencia. Las características del transformador, así como del resto de componentes, se detallan en la figura.

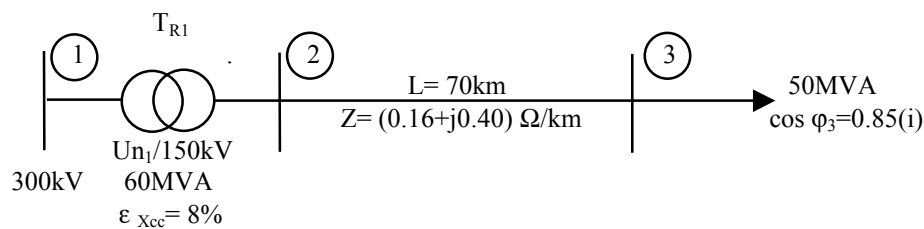


Figura 4.41 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.39

HALLAR

Si la tensión en el nudo “1” es de 300 kV constantes, y deseamos que el rendimiento total del sistema de potencia sea del $\eta = 98\%$, con las características indicadas:

- 1 La regulación de U_{n1} , del primario de T_{R1} , para conseguir las condiciones citadas
- 2 La intensidad, en módulo, que circula por la línea
- 3 Pérdida de potencia activa desde el inicio de línea hasta las barras finales “3”

RESPUESTAS

- 1 La tensión en el primario del transformador T_{R1} será: $U_{n1} = 360.820 \text{ kV}$
- 2 La intensidad de línea es: $I_{\text{Línea}} = 278.71 \angle -31.79^\circ \text{ A}$
- 3 La pérdida de potencia de toda la línea es: $\Delta P = 0.87 \text{ MW}$

PROBLEMA 4.40

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de dos transformadores con dos bobinados cada uno. Una línea de interconexión conecta la línea con unos usuarios, siendo la demanda de potencia la indicada en la figura. Las características de los transformadores, así como del resto de componentes del sistema de potencia, también se detallan en la figura.

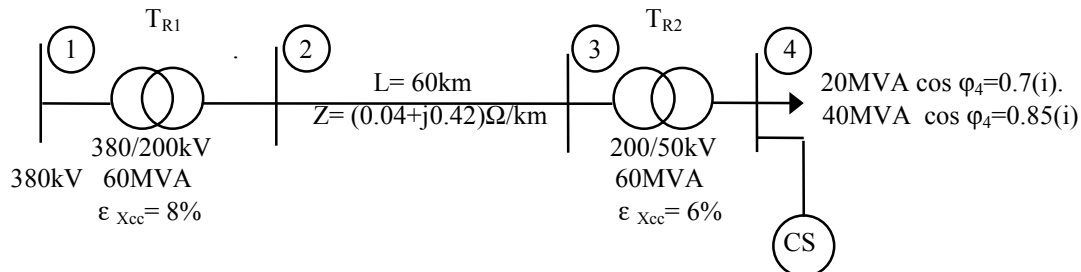


Figura 4.42 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.40

HALLAR

Si la tensión en el nudo “1” es de 380 kV constantes, y deseamos mantener los 50 kV en bornes de las barras “4” de interconexión:

- 1 La potencia reactiva capacitiva que deberá disponer el compensador síncrono, situado en bornes de las barras “4”, para que la tensión en las mismas sea de 50 kV en los dos casos que se indican. Dar también el valor de las intensidades que circulan por la línea en los dos casos propuestos
- 2 Si la tensión $U_3 = 195 \text{ kV}$ y el resto de datos coinciden con el caso anterior ($U_4 = 50 \text{ kV}$), hallar la potencia reactiva de compensación del compensador síncrono situado en bornes de las barras “4”, para cumplirse los dos casos que se indican. Dar también el valor de las intensidades de la línea respectivas

RESPUESTAS

- 1 - La potencia de compensación del generador síncrono es: a) $Q_4 = -14.86 \text{ MVA}$
b) $Q_4 = -23.48 \text{ MVA}$
- La variación de potencia que debe ser capaz de proporcionar el compensador es:
 $\Delta Q_4 =$ de -14 MVAR a -30 MVAR
- Las intensidades que circulan por la línea del sistema de potencia son: a) $I_L = 40.44 \angle 2.33^\circ \text{ A}$
b) $I_L = 98.39 \angle 4.05^\circ \text{ A}$
- 2 - La potencia de compensación del generador síncrono es: a) $Q_4 = -0.30 \text{ MVA}$
b) $Q_4 = -21.5 \text{ MVA}$
- La variación de potencia que debe ser capaz de proporcionar el compensador es:
 $\Delta Q_4 =$ de -0.30 MVAR a -22 MVAR
- Las intensidades que circulan por la línea del sistema de potencia son: a) $I_L = 47.88 \angle -30.03^\circ \text{ A}$
b) $I_L = 102.4 \angle -10^\circ \text{ A}$

PROBLEMA 4.41

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un generador, así como de dos transformadores con dos bobinados cada uno. Una línea de interconexión conecta la línea con unos usuarios, siendo la demanda de potencia la que se indica en la figura. Las características de los transformadores, del generador, así como del resto de componentes del sistema, se detallan en la figura.

HALLAR

Si la tensión en el generador es de 8 kV constantes, y de las barras “4” sólo conocemos la potencia y el ángulo total:

- 1 La tensión e intensidad que existirán, en estas condiciones, al final de la línea (U_4 , I_4).
- 2 Todos los parámetros característicos en las barras de interconexión “1”, “2”, y “3”.

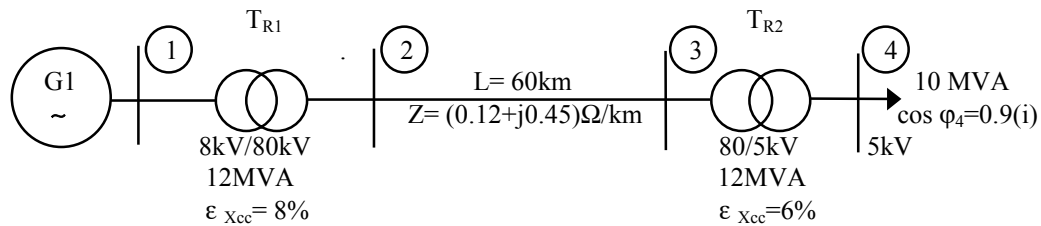


Figura 4.43 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.41

RESPUESTAS

- 1 En bornes de las barras “4” tendremos: $U_4=5000\angle 0^\circ\text{V}$. $I_4=1154.72\angle -25.84^\circ\text{A}$
- 2 Barras “3”: $U_3=81822.7\angle 2.52^\circ\text{V}$ $I_3=72.17\angle -25.84^\circ\text{A}$ $\phi_3=28.36^\circ$ $P_3=9.02\text{MW}$
 $Q_3=4.858\text{MVAR}$ $S_3=10.23\angle 28.36^\circ\text{MVA}$ $\eta_3=99.9\%$
 Barras “2”: $U_2=84259\angle 4.25^\circ\text{V}$ $I_2=72.17\angle -25.84^\circ\text{A}$ $\phi_2=30.1^\circ$ $P_2=9.11\text{MW}$
 $Q_2=5.28\text{MVAR}$ $S_2=10.53\angle 30.1^\circ\text{MVA}$ $\eta_2=98.79\%$
 Barras “1”: $U_1=8705.6\angle 7.29^\circ\text{V}$ $I_1=721.7\angle -25.84^\circ\text{A}$ $\phi_1=33.13^\circ$ $P_1=9.11\text{MW}$
 $Q_1=5.95\text{MVAR}$ $S_1=10.88\angle 33.13^\circ\text{MVA}$ $\eta_1=98.76\%$

Es importante notar que el ángulo de la tensión, a medida que avanzamos hacia el principio de la línea, va aumentando, estando en concordancia con lo propuesto por la fórmula del flujo de potencia:

PROBLEMA 4.42

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un generador síncrono, así como de un transformador de dos bobinados. Una línea de interconexión conecta la línea con unos usuarios, siendo la demanda de potencia la que se indica en la figura. Las características del transformador, del generador, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan en la figura.

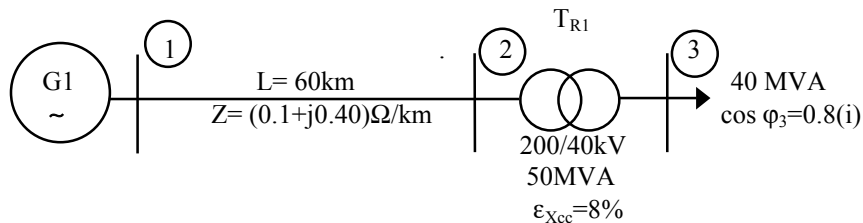


Figura 4.44 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.42

HALLAR

Si la tensión al final de la línea es de 40kV constantes y con las condiciones establecidas en la figura (desconocemos las características del generador síncrono):

- 1 La tensión e intensidad que existirán, con estas condiciones, al principio de la línea (U_1 , I_1)
- 2 Las pérdidas de transmisión totales de esta línea, para este régimen
- 3 Las potencias que deberá entregar el generador situado al principio de la línea
- 4 El rendimiento total del sistema de potencia, también para las condiciones establecidas

RESPUESTAS

- 1 En bornes de las barras “1” tendremos: $U_1=211941\angle 3.6^\circ\text{V}$. $I_1=115.47\angle -36.87^\circ\text{A}$
- 2 Las pérdidas de transmisión ascienden a: $\Delta=P_1-P_3=0.25\text{MW}$

- 3 Las potencias al principio de la línea (generador) son: $P_1=32.25\text{MW}$ $Q_1=27.51\text{MVAR}$
 $S_1=42.39\angle 40.46^\circ\text{MVA}$
- 4 El rendimiento total del sistema es: $\eta_T=99.2\%$

PROBLEMA 4.43

Una línea de transmisión de energía eléctrica dispone de un transformador con tres arrollamientos. El bobinado terciario de este transformador lleva conectado un banco de condensadores, tal como se indica en la figura. La línea (que debido a su longitud es posible despreciar su impedancia) alimenta a unas cargas variables que oscilan entre los valores indicados en la figura. Las características del transformador, así como del resto de componentes del sistema de potencia, se detallan a continuación.

DATOS

Primario-Secundario	30MVA	132/25 kV	$\epsilon_{cc} = 12\%$
Primario-Terciario	5MVA	132/11 kV	$\epsilon_{cc} = 8\%$
Secundario-Terciario	6MVA	25/11 kV	$\epsilon_{cc} = 8\%$

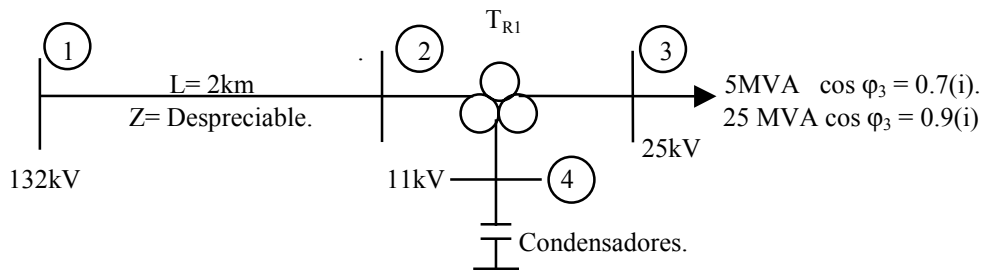


Figura 4.45 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.43

HALLAR

Si la tensión en el nudo “1” es de 132kV constantes y deseamos que la tensión en barras “3” sea de 25kV, manteniéndose también constante:

- 1 La potencia de compensación a colocar en barras “4”, así como el valor de la batería de condensadores a colocar en las mismas barras, para conseguir las condiciones citadas
- 2 La intensidad que circula por la línea, en las dos posibles situaciones
- 3 Potencias totales en bornes de las barras de interconexión “1”, en las dos posibles situaciones
- 4 Rendimiento total de la red, en las dos posibles situaciones

RESPUESTAS

- 1 La potencia y las capacidades de la batería de condensadores en “4” son:
 - a).- $Q_4 = -4.07\text{MVAR}$. y $C_4 = 107\text{ }\mu\text{F}$ (todo a 11kV)
 - b).- $Q_4 = -12.028\text{MVAR}$ y $C_4 = 316\text{ }\mu\text{F}$ (todo a 11kV)
- 2 La intensidad que circula por la línea es:
 - a).- $I_{\text{Línea}} = 15.61\angle 12.13^\circ\text{A}$
 - b).- $I_{\text{Línea}} = 98.6\angle 7.94^\circ\text{A}$
- 3 Las potencias al inicio de línea son:
 - a).- $P_1 = 3.50\text{MW}$; $Q_1 = -0.7\text{MVAR}$; $S_1 = 3.57\angle -11.32^\circ\text{MVA}$
 - b).- $P_1 = 22.5\text{MW}$; $Q_1 = -1.395\text{MVAR}$; $S_1 = 22.54\angle -3.55^\circ\text{MVA}$
- 4 El rendimiento total del sistema de potencia es:
 - a).- $\eta_T = 100\%$ Valores lógicos si tenemos presente que hemos despreciado todo.
 - b).- $\eta_T = 100\%$ efecto óhmico (resistencias)

PROBLEMA 4.44

Un sistema de potencia está formado por una central generadora, dos transformadores (el T_{R1} es un transformador regulable en su relación de transformación) y unas líneas de interconexión acopladas en serie. De los extremos de la línea parte una derivación con los consumos específicos mostrados.

DATOS

T_{R2} : P-S.....50MVA.....110kV/25kV..... $\epsilon_{CC}=8\%$.
 P-T.....20MVA.....110kV/11kV..... $\epsilon_{CC}=6\%$.
 S-T.....20MVA.....25kV/11kV..... $\epsilon_{CC}=4\%$.

- La central generadora mantiene la tensión constante en barras "A".
- La tensión en barras "E" se mantiene constante a 25KV.
- La impedancia para todas las líneas puede adoptarse por km: $Z_{L1}=Z_{L2}=(0.06+j0.36) \Omega/\text{km}$

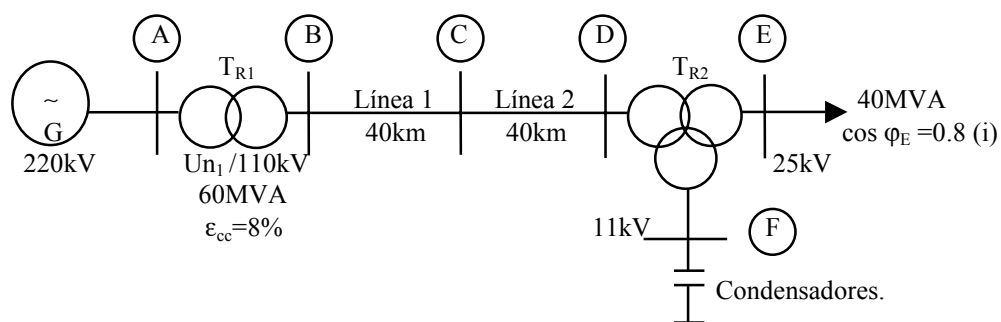


Figura 4.46 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.44

HALLAR

- 1 Si deseamos mantener la tensión constante en la barra "C" y de valor igual a 111kV, ¿cuál será la potencia capacitiva de la batería de condensadores a colocar en el terciario de T_{R2} para lograr estas condiciones? ¿Y la potencia reactiva de los condensadores?
- 2 Manteniendo la tensión anterior en barras "C", ¿cuál será la intensidad que circulará por las citadas barras una vez efectuada la compensación anterior?
- 3 Manteniendo la tensión anterior en barras "C", ¿cuál será el valor al que regularemos la tensión nominal del primario del transformador T_{R1} , si deseamos obtener los 220kV en bornes del generador "A"?
- 4 ¿Cuál será el rendimiento total (η_T), del sistema de potencia visto desde "A" con las condiciones halladas en el apartado anterior?

RESPUESTAS

- 1 Los valores son: $Q_{cond} = -26\text{MVAR}$; $C = 683 \mu\text{F}$ (todos los datos referidos a 11kV)
- 2 La intensidad total en barras "B" es: $I_T = 167.51 \angle 6.08^\circ \text{ A}$
- 3 La regulación de la tensión en el primario es: $U_{n1} = 216.53 \text{ kV}$
- 4 El rendimiento total del sistema de potencia es: $\eta_T = 98.73\%$

PROBLEMA 4.45

Se dispone del siguiente sistema de potencia formado por una central generadora, dos transformadores (el T_{R1} es un transformador regulable en su relación de transformación) y unas líneas de interconexión acopladas en serie. De los extremos de la línea, parte una derivación con unos consumos específicos que son mostrados en la figura.

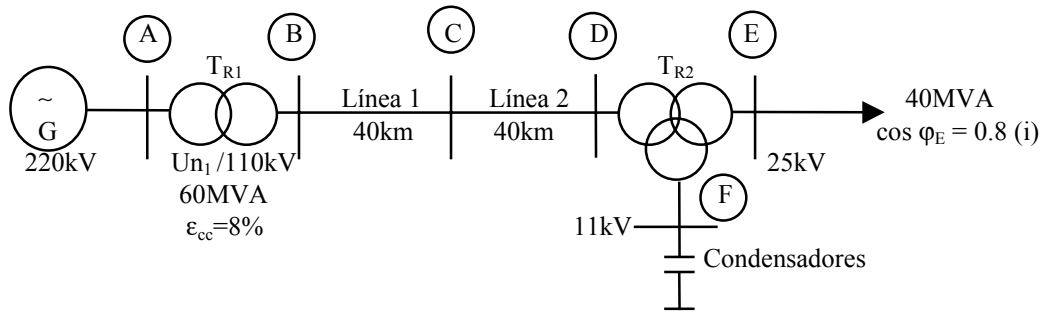


Figura 4.47 Sistema de potencia completo, correspondiente al problema 4.45

DATOS

T_{R2} : P-S.....50MVA.....110kV/25kV..... $\varepsilon_{CC}=8\%$.
 P-T.....20MVA.....110kV/11kV..... $\varepsilon_{CC}=6\%$.
 S-T.....20MVA.....25kV/11kV..... $\varepsilon_{CC}=4\%$.

- En todas las líneas considerar $Z = (0.08 + j0.82) \Omega/\text{km}$
- La central generadora mantiene la tensión en barras "A" constante.
- La tensión en barras "E" se mantiene constante a 25kV.

HALLAR

- 1 Si deseamos mantener la tensión constante en la barra "C" y de valor igual 111kV, ¿cuál será la potencia capacitiva de la batería de condensadores a colocar en el terciario de T_{R2} para lograr estas condiciones?
- 2 Manteniendo la tensión anterior en barras "C", ¿cuál será la intensidad que circulará por las citadas barras una vez efectuada la compensación anterior?
- 3 Manteniendo la tensión anterior en barras "C", ¿cuál será el valor al que regularemos la tensión nominal del primario del transformador T_{R1} , si deseamos obtener los 220kV en bornes del generador "A"?
- 4 ¿Cuál será el rendimiento total (η_T), del sistema de potencia visto desde "A" con las condiciones halladas en el apartado anterior?

RESPUESTAS

- 1 Los valores son: $Q_{\text{cond}} = -26.53 \text{ MVAR}$; $C = 698 \mu\text{F}$. (Todos los datos referidos a 11kV)
- 2 La intensidad total en barras "B" es: $I_T = 167.86 \angle 7.16^\circ \text{ A}$
- 3 La regulación de la tensión en el primario es: $U_{n1} = 214.16 \text{ kV}$
- 4 El rendimiento total del sistema de potencia es: $\eta_T = 98.34 \%$

ANEXOS

ANEXO I. Constantes de magnitudes físicas, terrestres y cuánticas

Tabla I.I. Constantes Terrestres

Aceleración gravitacional a nivel de mar	9,80665 m/s ² (referencia estándar 9,807 m/s ²) 9,7804 m/s ² (en el ecuador) 9,8322 m/s ² (en el polo)
Masa de la Tierra	$5,98 \cdot 10^{24}$ kg
Radio de la Tierra	6,37·10 ⁶ m (valor medio) 6.378,2 km (en el ecuador) 6.356,8 km (en el polo)
Presión atmosférica a nivel del mar (760 mmHg)	$1,013 \cdot 10^5$ N/m

Tabla I.II. Constantes Físicas

Constante de Boltzmann	K = R/N	$1,38 \cdot 10^{-23}$ J/°K
Constante de Faraday	F = N·e	$9,6485 \cdot 10^4$ C
Constante de Rydberg	R _∞	$1,097 \cdot 10^7$ m ⁻¹
Constante de la gravitación universal (de Cavendish)	G	$6,67 \cdot 10^{-11}$ Nm ² /kg ²
Constante universal de los gases	R	8.314 J/mol·K 1=1,9872 kcal/mol·k
Electrón: Carga eléctrica	q _e	$1,602 \cdot 10^{-19}$ C
Masa	m _e	$9,1091 \cdot 10^{-31}$ kg
Número de Avogadro	N _A	$6,023 \cdot 10^{23}$ partículas/mol
Neutrón: Carga eléctrica	q _n	Cero
Masa	m _n	$1,6750 \cdot 10^{-27}$ kg
Permitividad del vacío	ε ₀	$8,8542 \cdot 10^{-12}$ C ² /Nm ² = $= \frac{1}{4\pi \cdot 9 \cdot 10^9} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$
Permeabilidad del vacío	μ ₀	$4\pi \cdot 10^{-7}$ N/A ² = $4\pi \cdot 10^{-7}$ Ns ² /C ²
Protón: Carga eléctrica	q _p	$1,602 \cdot 10^{-19}$ C
Masa	m _p	$1,6725 \cdot 10^{-27}$ kg
Velocidad de la luz	C	$2,997925 \cdot 10^8$ m/s

Tabla I.III. Constantes de Física Cuántica

Constante de Planck	$h = 6,6238 \cdot 10^{-34}$ J·s
Unidad atómica de momento angular	$\hbar = 1,054 \cdot 10^{-34}$ J·s
Masas en reposo de algunas partículas fundamentales (uma):	
Neutrón	${}^1_0n = 1,008982$ uma
Protón	${}^1_1p = 1,007593$ uma
Electrón	${}^0_{-1}e = 5,4876 \cdot 10^{-4}$ uma
Partícula alfa	${}^4_2He = 4,002603$
Energía de un fotón	E = hf
Factores de conversión masa-energía	1 uma=931,162 MeV ; 1 kg=5,60999·10 ²⁹ MeV
Factor de conversión de la energía (electronvolt)	1 eV = $1,6021892 \cdot 10^{-19}$ J
Factor de conversión de la masa (unidad masa atómica)	1 uma = $1,6605655 \cdot 10^{-27}$ kg

ANEXO II. Resistividad (ρ), coeficiente de temperatura (α), punto de fusión ($^{\circ}\text{C}$) y densidad (δ) de diversos materiales y aleaciones

Metales

Material	Composición	Resistividad ρ a 20 $^{\circ}\text{C}$ ($\Omega \text{ mm}^2/\text{m}$)	Coeficiente de temp. $\alpha(^{\circ}\text{C}^{-1})$	Punto de fusión aprox. ($^{\circ}\text{C}$)	Densidad (kg/dm^3)
Plata recocida		0,0146	0,0038	960	10,5
Plata martillada		0,0159	0,0038	960	10,5
Cobre electrolítico		0,01754	0,00393	1.083	8,97
Cobre reducido patrón		0,0195	0,00393	1.083	8,97
Cobre recocido industrial		0,0207	0,00393	1.083	8,97
Oro recocido		0,0233	0,0034	1.063	19,3
Oro martillado		0,0236	0,0034	1.063	19,3
Aluminio puro		0,0261	0,00446	660	2,7
Aluminio recocido		0,028	0,00446	660	2,7
Molibdeno		0,0557	0,0033	2.625	10,2
Cinc		0,057	0,0007	419,4	7,15
Tungsteno		0,06	0,0045	3.410 $\pm$ 20	19,3
Hierro fundido		0,098	0,0050	1.535	7,86
Hierro puro		0,13	0,0050	1.535	7,86
Hierro galvanizado duro		0,196	0,0050	1.535	7,86
Hierro galvanizado extraduro		0,205	0,0050	1.535	7,86
Níquel		0,11	0,0048	1.455	8,9
Platino		0,12	0,0037	1.769	21,45
Estaño		0,13	0,0037	232	7,29
Plomo		0,205	0,0039	327,4	11,342
Antimonio		0,36	0,0039	630,5	6,618
Mercurio		0,95	0,0007	-38,87	13,6

Aleaciones

Aleación 875 (2)	Cr 22,5% + Al 5,5% + Fe	1,42	0,00002	1.520	7,1
Aleación 815 (2)	Cr 22,5% + Al 4,6% + Fe	1,32	0,00008		
Kanthal DR (3)	Fe 75% + Cr 20% + Al 4,5% + Co 0,5%	1,32	0,00007	1,505	7,2
Karma (1)	Ni 73% + Cr 20% + Al 7% Fe	1,23	—	1.400	8,105
Nikrothal (3)	Ni 75 % + Cr 17 % + Si + Mn	1,23	0,000003	1.410	8,1
Aleación 750n (2)	Cr 15 % + Al 4% + Fe	1,22	0,00015	1.520	7,43
Chromel AA (2)	Ni 68% + Cr 20% + Fe 8%	1,14	0,00011	1.390	8,33
Nichrome (1)	Ni 60 % + Cr 16 % + Fe	1,1	0,00015	1.350	8,247
Chromel C (2)	Ni 60% + Cr 16% + Fe	1,1	0,00015	1.350	8,247
Nikrothal 6 (3)	Ni 60% + Cr 16% + Fe	1,1	0,00014	1.350	8,25
Nichrome V (1)	Ni 80% + Cr 20%	1,06	0,00011	1.400	8,412
Chromel A (2)	Ni 80% + Cr 20%	1,06	0,00011	1.400	8,412
Nikrothal 8 (3)	Ni 80% + Cr 20%	1,06	0,00008	1.400	8,41
Chromax (1)	Ni 35% + Cr 20% + Fe	0,974	0,00036	1.380	7,95
Chromel D (2)	Ni 35% + Cr 20% + Fe	0,974	0,00036	1.380	7,95
Nilvar (1)	Ni 36% + Fe	0,786	0,00135	1.425	8,06
Inoxidable tipo 304	Cr 18% + Ni 8% + Fe	0,711	0,00094	1.399	7,93
Aleación 142	Ni 42% + Fe	0,65	0,0012	1.425	8,12
Advance (1)	Ni 43% + Cu	0,477	$\pm$ 0,00002	1.210	8,9
Copel (2)	Ni 43% + Cu	0,477	$\pm$ 0,00002	1.210	8,9
Cuprothal 294 (3)	Ni 45% + Cu	0,477	0,00002	—	8,9
Therlo (1)	Ni 29% + Co 17% + Fe	0,477	0,0038	1.450	8,36
Manganina	Mn 13% + Cu	0,471	$\pm$ 0,000015	1.020	8,192
Aleación 146	Ni 46 % + Fe	0,447	0,0027	1.425	8,17
Aleación 152	Ni 51 % + Fe	0,422	0,0029	1.425	8,247
Duranickel	Níquel + aditivos	0,422	0,001	1.435	8,75
Midohm (1)	Ni 23% + Cu	0,2921	0,00018	1.100	8,9
Cuprothal 180 (3)	Ni 22% + Cu	0,292	0,00018	—	8,9
Aleación R63	Mn 4% + Si 1% + Ni	0,211	0,003	1.425	8,72
Hytenco (1)	Ni 72% + Fe	0,195	0,0042	1.425	8,46
Permanickel	Níquel + aditivos	0,162	0,0033	1.150	8,75
Aleación 90	Ni 11% + Cu	0,146	0,00049	1.100	8,9
Cuprothal 90 (3)	Ni 11% + Cu	0,146	0,00045	—	8,9
Cuprothal 60 (3)	Ni 6% + Cu	0,0974	0,0006	—	8,9
Gr. A Níquel	Ni 99%	0,097	0,055	1.450	8,9
Lohm (1)	Ni 6% + Cu	0,097	0,0008	1.100	8,9
Aleación 99	Ni 99,8%	0,078	0,006	—	8,9
Aleación 30	Ni 2,25% + Cu	0,049	0,0015	1.100	8,9
Cuprothal 30 (3)	Ni 2% + Cu	0,0487	0,0014	—	8,9
Cu Ni 44 (Kostantan)	Ni 44% + Mn 1,5% + Cu	0,49	0,00006	1.200	8,9

ANEXO III Coeficientes de resistividad de los aislantes

Tabla III.I. Coeficientes de resistividad de semiconductores

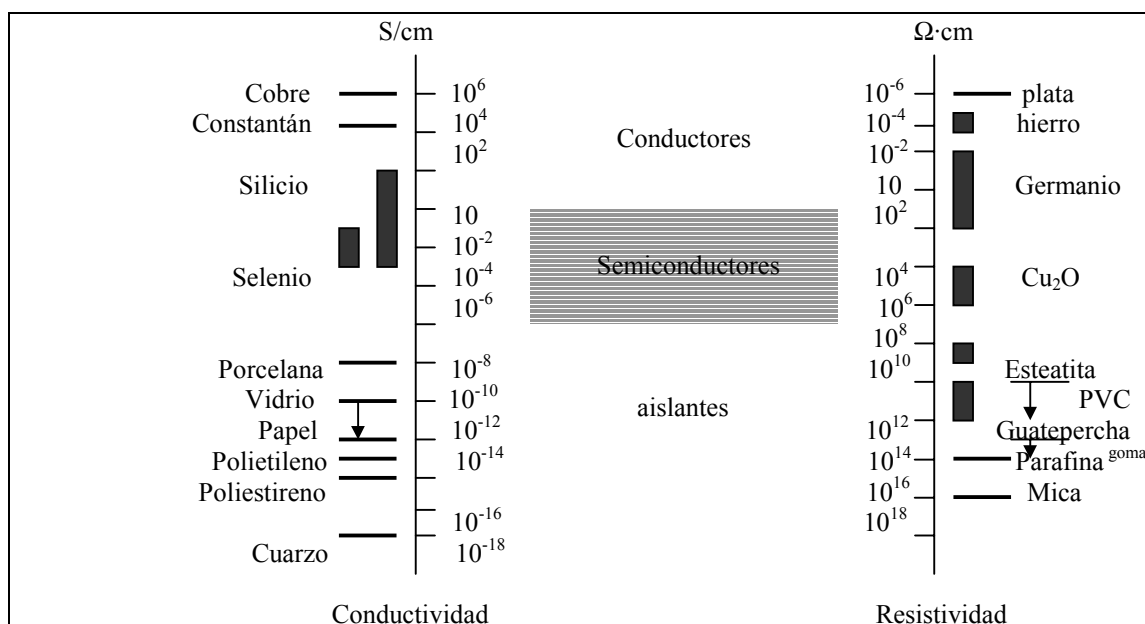


Tabla III.II. Coeficientes de resistividad de líquidos y sólidos aislantes más usuales

Aislante	Resistividad ($\text{M}\Omega \cdot \text{cm}$)	($\times 10^6$) $\Omega \cdot \text{cm}$	($\times 10^{-4}$) $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
Aceite de transformador	1 a $10 \cdot 10^{12}$	1 a $10 \cdot 10^{18}$	1 a $10 \cdot 10^{14}$
Aire seco	∞	∞	∞
Amianto	0,16	$0,16 \cdot 10^6$	$0,1 \cdot 10^2$
Arcilla	200	$200 \cdot 10^6$	$200 \cdot 10^2$
Baquelita	$2 \cdot 10^{12}$	$2 \cdot 10^{18}$	$2 \cdot 10^{14}$
Celulosa	$1 \cdot 10^3$	$1 \cdot 10^9$	$1 \cdot 10^5$
Cera de abejas	$5 \cdot 10^{10}$	$5 \cdot 10^{16}$	$5 \cdot 10^{12}$
Cuarzo fundido	$5 \cdot 10^{12}$	$5 \cdot 10^{18}$	$5 \cdot 10^{14}$
Ebonita	$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^{18}$	$1 \cdot 10^{14}$
Goma laca	$1 \cdot 10^{10}$	$1 \cdot 10^{16}$	$1 \cdot 10^{12}$
Madera parafinada	10 a $100 \cdot 10^8$	10 a $100 \cdot 10^{14}$	10 a $100 \cdot 10^{10}$
Mármol	$1 \cdot 10^5$	$1 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^7$
Mica	$2 \cdot 10^{11}$	$2 \cdot 10^{17}$	$2 \cdot 10^{13}$
Micalex	0,5	$0,5 \cdot 10^6$	$0,5 \cdot 10^2$
Macanita	$1 \cdot 10^6$	$1 \cdot 10^{12}$	$1 \cdot 10^8$
Papel barnizado	1 a $20 \cdot 10^{12}$	1 a $20 \cdot 10^{18}$	1 a $20 \cdot 10^{14}$
Parafina	$1 \cdot 10^{13}$	$1 \cdot 10^{19}$	$1 \cdot 10^{15}$
Pirex	$1 \cdot 10^{11}$	$1 \cdot 10^{17}$	$1 \cdot 10^{13}$
Pizarra	$1 \cdot 10^2$	$1 \cdot 10^8$	$1 \cdot 10^4$
Porcelana	$3 \cdot 10^8$	$3 \cdot 10^{14}$	$3 \cdot 10^{20}$
Vidrios comunes	$2 \cdot 10^7$	$2 \cdot 10^{13}$	$2 \cdot 10^9$

Tabla III.III. Resistividades de líquidos aislantes

Aislante	Resistividad ($\text{M}\Omega \cdot \text{cm}$)	($\times 10^6$) $\Omega \cdot \text{cm}$	($\times 10^{-4}$) $\Omega \cdot \text{mm}^2/\text{m}$
Aceite de alquitrán	$1,67 \cdot 10^9$	$1,67 \cdot 10^{15}$	$1,67 \cdot 10^{11}$
Aceite de cáñamo	$28,5 \cdot 10^3$	$28,5 \cdot 10^9$	$28,5 \cdot 10^5$
Aceite de colza	$95 \cdot 10^3$	$95 \cdot 10^9$	$95 \cdot 10^5$
Aceite de parafina	$8 \cdot 10^6$	$8 \cdot 10^{12}$	$8 \cdot 10^8$
Aceite de resina	$3 \cdot 10^5$	$3 \cdot 10^{11}$	$3 \cdot 10^7$
Aceite de ricino	$3,9 \cdot 10^5$	$3,9 \cdot 10^{11}$	$3,9 \cdot 10^7$
Acido esteárico	$35 \cdot 10^7$	$35 \cdot 10^{13}$	$35 \cdot 10^9$
Bencina	$14 \cdot 10^6$	$14 \cdot 10^{12}$	$14 \cdot 10^8$
Benzol	$1,32 \cdot 10^3$	$1,32 \cdot 10^9$	$1,32 \cdot 10^5$
Petróleo	$4 \cdot 10^4$	$4 \cdot 10^{10}$	$4 \cdot 10^6$

ANEXO IV. Magnitudes y unidades magnéticas

Tabla IV.I. Magnitudes magnéticas fundamentales

Término	Símbolo	Relación	Unidad en el sistema SI	Unidad en el sistema práctico de medidas	Unidad en el sistema de medidas electro-magnéticas
Transflujo	θ	$\theta = I$ $\theta = \phi \cdot R_m$	A (amperio)	A AW(amperio-vuelta)	A AW
Flujo magnético	ϕ	$\phi = B \cdot A$ $\phi = \theta / R_m$	Wb (weber) Vs (voltio-segundo)	Vs Wb	M (maxwell)
Inducción magnética	B	$B = \phi / A$ $B = \mu \cdot H$	T(tesla) Wb/m ² Vs/m ²	Vs/cm ² Wb/cm ²	M/cm ² G (gauss)
Reluctancia magnética	R_m	$R_m = \frac{l}{\mu A}$ $R_m = \frac{\theta}{\phi}$	$\frac{1}{H}$ $\frac{A}{Vs}$	$\frac{A}{Vs}$ $\frac{1}{H}$	$\frac{A}{G \cdot cm^2}$
Permeabilidad	μ	$\mu = \frac{B}{H}$	$\frac{H}{m}$ $\frac{Vs}{Am}$	$\frac{Vs}{A \cdot cm}$ $\frac{A}{cm}$	$\frac{G \cdot m}{A}$
Intensidad de campo magnético	H	$H = \frac{B}{\mu}$ $H = \frac{\sigma}{l}$	$\frac{A}{m}$	$\frac{A}{cm}$ $\frac{AW}{cm}$	Oe (oersted)
Tensión magnética	V	$V = H \cdot l$	A	A	Gb(gilbert)

Tabla IV.II. Conversiones magnéticas más usuales

Término	Conversiones
Flujo magnético	1 Wb = 1 Vs = 10 ⁸ M
Inducción magnética	1 T = 1 Wb/m ² = 1 Vs/m ² = 10 ⁴ M/cm ² = 10 ⁴ G 1 Vs/cm ² = 1 Wb/cm ² = 10 ⁸ M/cm ² = 10 ⁸ G
Reluctancia magnética	1 A/Vs = 1 1/H = 10 ⁻⁸ $\frac{A}{G \cdot cm^2}$
Permeabilidad	1 H/m = 1 $\frac{Vs}{Am} = 10^6 \frac{G \cdot cm^2}{A}$ 1 $\frac{Vs}{A \cdot cm} = 1 \frac{H}{cm} = 10^8 \frac{g \cdot cm}{A}$
Intensidad de campo magnético	1 A/m = 10 ⁻² A/cm = 1,256 · 10 ⁻² Oe 1 ^a /cm = 1,256 Oe
Tensión magnética	1 ^a = 1,256 Gb

ANEXO V. Conductores eléctricos

V.I. Los conductores más utilizados para el transporte de energía eléctrica son cuatro: (denominaciones en Español e Inglés)

Halcón → Hawk
Cóndor → Condor
Gaviota → Gull
Cardenal → Cardinal

Tabla V.I. Conductores de Aluminio-Acero

	Halcón	Cóndor	Gaviota	Cardenal
Composición: Aluminio; mm.	26×3,442	54×3,084	54×2,822	54×3,376
Acero; mm.	7×2,677	7×3,084	7×2,822	7×3,376
Secciones: Aluminio; mm ² .	241,68	402,84	337,74	483,42
Acero; mm ² .	39,42	52,26	43,81	62,64
Total; mm ² .	281,10	455,10	381,55	546,06
Sección equivalente de cu; mm ² .	152,01	253,36	212,31	304,03
Diámetro del alma de acero; mm.	8,031	9,246	8,466	10,135
Diámetro de cable; mm.	21,793	27,762	25,4	30,378
Pesos: Aluminio; Kg/Km.	666,6	1.115	934,6	1.338
Acero; Kg/Km.	308	407	342,2	488
Total; Kg/Km.	974,6	1.522	1.276,8	1.826
Carga de rotura; Kg.	8.817,8	12.950	11.135,7	15,536
Modulo de elasticidad; Kg/mm ² .	7.730	6.860	6.860	6.860
Coefficiente de dilatación por grado de temperatura	18,99×10 ^{-h}	19,35×10 ^{-h}	19,35×10 ^{-h}	19,35×10 ^{-h}
Resistencia eléctrica a 20° C; Ω/Km	0,119	0,0721	0,0851	0,0597

Tabla V.II. Densidad máxima admisible y su intensidad correspondiente

	CONDUCTORES			
MAGNITUD	Halcón	Cóndor	Gaviota	Cardenal
Densidad máxima admisible; A/mm ²	2,043	1,757	1,869	1,628
Intensidad correspondiente; A	574,28	799,61	713,116	888,98

Tabla V.III. Intensidad máxima admisible para fases simples, dúplex, tríplex y cuádruplex

	CONDUCTORES			
LÍNEA CON	Halcón	Cóndor	Gaviota	Cardenal
Un circuito de fases simples	574,28	799,61	713,116	888,98
Un circuito de fases dúplex	1.148,56	1.599,22	1.426,23	1.777,96
Un circuito de fases tríplex	1.722,84	2.398,83	2.139,34	2.666,94
Un circuito de fases cuádruplex	2.297,12	3.198,44	2.852,46	3.555,92
Dos circuitos de fases simples, acoplados en paralelo	Iguales valores que para una línea con un circuito dúplex			
Dos circuitos de fases dúplex, acoplados en paralelo	Iguales valores que para una línea con un circuito cuádruplex			

ANEXO VI. Conductancia. Autoinducción y Susceptancia

VI.I. Pérditancia o Conductancia

$$G_K = \frac{P(kW / km)}{V_{FASE}^2 (kV)} \cdot 10^{-3} (S / km) \quad G_{TOTAL} = G_K \cdot Long \cdot n^{\circ} \text{ fases}$$

Donde:

G_K = Conductancia por km y fase. (S/km)

P = potencia activa por km y fase (kW/km)

V_{FASE} = tensión de fase (kV).

Tabla VI.I. Valor del radio equivalente r_{eq} , para n subconductores, por fase

Fases	Radio equivalente
Simples	$r_{eq} = r$
Dúplex	$r_{eq} = \sqrt{r \Delta}$
Triplex	$r_{eq} = \sqrt[3]{r \Delta^2}$
Cuádruplex	$r_{eq} = \sqrt[4]{r \Delta^3 \sqrt{2}}$
con n subconductores	$r_{eq} = \sqrt[n]{r \Delta^{n-1}}$

Tabla VI.II. Fórmulas del coeficiente de autoinducción con fases simples y múltiples.

Reactancia inductiva ($X_{Lk} = w \cdot L_k$) Ω/km

Fases	Coeficiente de autoinducción en H/Km
Simples	$L_k = \left[0,5 + 4,6 \lg \frac{D}{r} \right] 10^{-4}$
Dúplex	$L_k = \left[0,25 + 4,6 \lg \frac{D}{\sqrt{r \Delta}} \right] 10^{-4}$
Triplex	$L_k = \left[0,166 + 4,6 \lg \frac{D}{\sqrt[3]{r \Delta^2}} \right] 10^{-4}$
Cuádruplex	$L_k = \left[0,125 + 4,6 \lg \frac{D}{\sqrt[4]{\sqrt{2} r \Delta^3}} \right] 10^{-4}$

Tabla VI.III. Fórmulas de capacidad con fases simples y múltiples. Susceptancia ($B_k = w \cdot C_k$) (S/km)

Fases	coeficiente de capacidad F/km
Simples	$C_k = \frac{24,2}{\lg \frac{D}{r}} 10^{-9}$
Dúplex	$C_k = \frac{24,2}{\lg \frac{D}{\sqrt{r \Delta}}} 10^{-9}$
Triplex	$C_k = \frac{24,2}{\lg \frac{D}{\sqrt[3]{r \Delta^2}}} 10^{-9}$
Cuádruplex	$C_k = \frac{24,2}{\lg \frac{D}{\sqrt[4]{\sqrt{2} r \Delta^3}}} 10^{-9}$

ANEXO VII. Método de las constantes auxiliares

Tabla VII.I. Constantes auxiliares $\bar{A}, \bar{B}, \bar{C}, \gamma, \bar{D}$ de las líneas

Constante	Módulo	Argumento	Parte real	Parte imaginaria
$\bar{A} = \cosh \bar{\Theta}$	$A = \rho_{(\cosh \vartheta)}$	$\beta_A = \beta_{(\cosh \vartheta)} = \arctan \frac{a''}{a'}$	$a' = A \cos \beta_{\bar{A}}$	$a'' = A \sin \beta_{\bar{A}}$
$\bar{B} = \bar{Z}_c \sinh \bar{\Theta}$	$B = Z_c \rho_{(\sinh \vartheta)}$	$\beta_B = \beta_{\bar{Z}_c} + \beta_{(\sinh \vartheta)} = \arctan \frac{b''}{b'}$	$b' = B \cos \beta_{\bar{B}}$	$b'' = B \sin \beta_{\bar{B}}$
$\bar{C} = \frac{1}{\bar{Z}_c} \sinh \bar{\Theta}$	$C = \frac{1}{Z_c} \rho_{(\sinh \vartheta)}$	$\beta_{\bar{C}} = \beta_{(\sinh \vartheta)} - \beta_{\bar{Z}_c} = \arctan \frac{c''}{c'}$	$c' = C \cos \beta_{\bar{C}}$	$c'' = C \sin \beta_{\bar{C}}$
$\bar{D} = \bar{A}$	$D = A$	$\beta_{\bar{D}} = \beta_{\bar{A}}$	$d' = a'$	$d'' = a''$

VII.I Fórmulas para la obtención de las constantes auxiliares

- Método de las funciones hiperbólicas y circulares

$$\begin{aligned}\bar{A} = \bar{D} &= (a' + ja'') = \cosh \bar{\Theta} = (\cosh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\sinh \Theta_c' \cdot \sin \Theta_c'') \\ \bar{B} &= (b' + jb'') = \bar{Z}_c \cdot \sinh \bar{\Theta} = \bar{Z}_c \cdot ((\sinh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta_c' \cdot \sin \Theta_c'')) \\ \bar{C} &= (c' + jc'') = \frac{1}{\bar{Z}_c} \cdot \sinh \bar{\Theta} = \frac{1}{Z_c} \cdot ((\sinh \Theta_c' \cdot \cos \Theta_c'') + j(\cosh \Theta_c' \cdot \sin \Theta_c''))\end{aligned}$$

- Método del desarrollo en series de funciones hiperbólicas y circulares

$$\begin{aligned}\bar{A} = \bar{D} &= (a' + ja'') = \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{2} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{4} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{6} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{8} + \dots \right] \\ \bar{B} &= (b' + jb'') = \bar{Z}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right] \\ \bar{C} &= (c' + jc'') = \bar{Y}_L \left[1 + \frac{\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L}{3} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^2}{5} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^3}{7} + \frac{(\bar{Z}_L \cdot \bar{Y}_L)^4}{9} + \dots \right]\end{aligned}$$

Se tomará un término con 80km, dos términos con 160km, tres términos con 240km, etc.

- Impedancia característica

$$\bar{Z}_c = \sqrt{\frac{\bar{Z}_{LINEA}}{\bar{Y}_{LINEA}}} \quad \text{con:} \quad \begin{aligned}\bar{Z}_{LINEA} &= (R_{LINEA} + jX_{LINEA}) = \bar{Z}_L \\ \bar{Y}_{LINEA} &= (G_{LINEA} + jB_{LINEA}) = \bar{Y}_L\end{aligned}$$

- Ángulo característico

$$\bar{\Theta}_c = \sqrt{\bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{Y}_{LINEA}} \quad \text{En radianes.} \quad \bar{\Theta}_{c_{GRADOS}} = \frac{360^\circ}{2\pi} (\Theta_c' + j\Theta_c'') = \frac{360^\circ}{2\pi} \sqrt{\bar{Z}_{LINEA} \cdot \bar{Y}_{LINEA}} = \text{en..gra dos.}$$

- Potencia característica

$$P_c = \frac{U_{LINEA}^2}{Z_c} \quad \text{Siendo el valor de la tensión, sólo en módulo: } \bar{U}_{LINEA} = \bar{V}_{FASE} \cdot \sqrt{3}$$

VII.II. Comprobación de las constantes auxiliares

1. $\bar{A} - \bar{B} \cdot \bar{C} = (1 + j0)$ Siendo $\bar{A} = (a' + ja'')$ $\bar{B} = (b' + jb'')$ $\bar{C} = (c' + jc'')$
2. $(a'^2 - a''^2) - (b'c') + (b''c'') = 1$
3. $(2a'a'') - (b'c'') + (b''c') = 0$

Para que las constantes sean correctas se tienen que cumplir las tres condiciones a la vez.

VII.III. Fórmulas a aplicar con el método de las constantes

- Conocidos los valores al principio de línea. (Todos los parámetros son vectores)

$$\begin{array}{ll} \text{Carga:} & \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{D} - \bar{I}_1 \cdot \bar{B} \\ & \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{A} - \bar{V}_1 \cdot \bar{C} \end{array} \quad \text{Vacío:} \quad \begin{array}{l} \bar{V}_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{D} \\ \bar{I}_2 = \bar{I}_1 \cdot \bar{A} \end{array}$$

- Conocidos los valores al final de línea. (Todos los parámetros son vectores)

$$\begin{array}{ll} \text{Carga:} & \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} + \bar{I}_2 \cdot \bar{B} \\ & \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} + \bar{I}_2 \cdot \bar{D} \end{array} \quad \text{Vacío:} \quad \begin{array}{l} \bar{V}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{A} \\ \bar{I}_1 = \bar{V}_2 \cdot \bar{C} \end{array}$$

VII.IV. Fórmulas generales para sistemas eléctricos de potencia

- Potencia activa, reactiva y aparente trifásicas

$$\begin{array}{lll} P_i = U_i \cdot I_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_i & Q_i = U_i \cdot I_i \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_i & \bar{S}_i = \bar{U}_i \cdot \bar{I}_i^* \cdot \sqrt{3} = (P_i + jQ_i) \\ P_1 = S_1 \cdot \cos \varphi_i & Q_1 = S_1 \cdot \sin \varphi_i & S_1 = \frac{P_i}{\tan \varphi_i} \end{array}$$

- Impedancia, reactancia inductiva, y ángulo total de un sistema de potencia

$$\bar{Z}_i = (R_i + jX_i) = Z_i \angle \varphi_i \quad X_{Tri} = \frac{U_{ni}^2}{S_{ni}} \epsilon_{XCCni} \quad \varphi_i = \varphi_{U_i} - \varphi_{I_i} = \varphi_{S_i}$$

- Intensidad al final de línea, tensión de fase, tensión al inicio de línea y rendimiento total de un sistema de potencia

$$\bar{I}_i = \frac{P_i}{U_i \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_i} \angle (\varphi_{U_i} - \varphi_{I_i}) \quad \bar{V}_i = \frac{\bar{U}_i}{\sqrt{3}} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + \bar{Z}_{12} \cdot \bar{I}_{12} \quad \eta = \frac{P_{SALIDA}}{P_{ENTRADA}} 100$$

- Fórmula para obtener el módulo de la tensión al final de línea conocidos: la tensión al inicio de línea, las potencias finales de línea y la impedancia de la línea

$$U_2^4 + [2 \cdot (R_{12} \cdot P_2 + X_{12} \cdot Q_2) - U_1^2] U_2^2 + (Z_{12} \cdot S_2)^2 = 0$$

- Compensación de energía reactiva. Diversas fórmulas para su obtención, conocidas las tensiones de la zona a compensar, así como la potencia total activa y las impedancias

$$\begin{array}{lll} Q_{2-NUEVA} = -Kq \pm \sqrt{K^2 - (P_2 + Kp)^2} & Q_{COMP} = (Q_{2-NUEVA} - Q_{2-ANTIGUA}) \\ K = \frac{U_1 \cdot U_2}{Z_{12}} & K = \frac{U_2^2}{Z_{12}} \cos \varphi_{Z12} & K = \frac{U_2^2}{Z_{12}} \sin \varphi_{Z12} \\ X_{COMP} = \frac{U_i^2}{Q_{COMP}} & C_{COMP} = \frac{1}{X_{COMP} \cdot 2\pi \cdot f} \end{array}$$

- Impedancias de los transformadores trifásicos con tres devanados

$$\begin{array}{lll} X_{PS} = \frac{U_{PS}^2}{S_{PS}} \epsilon_{XCCPS} & X_{ST} = \frac{U_{ST}^2}{S_{ST}} \epsilon_{XCCST} & X_{PT} = \frac{U_{PT}^2}{S_{PT}} \epsilon_{XCCPT} \\ X_P = \frac{X_{PS} + X_{PT} - X_{ST}}{2} & X_S = \frac{X_{PS} + X_{ST} - X_{PT}}{2} & X_T = \frac{X_{PT} + X_{ST} - X_{PS}}{2} \end{array}$$

ANEXO VIII. Método del circuito equivalente en "T" y en "Π"

VIII.I. Método del circuito equivalente en "T"

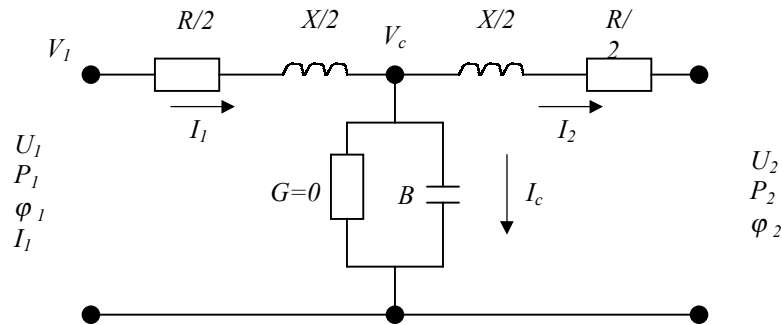


Figura VIII.1 Circuito equivalente en "T", para una línea de longitud media

• Régimen en carga

$$\begin{array}{lcl}
 \begin{array}{c} \nearrow S_2 \\ \searrow Q_2 \\ \nearrow P_2 \end{array} & \begin{array}{l} P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi_2 \quad \text{siendo} \quad P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2 \\ Q_2 = S_2 \cdot \sin \varphi_2 \quad \text{siendo} \quad Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_2 \\ \bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \varphi_2} \quad \text{siendo} \quad \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = (P_2 + jQ_2) \end{array}
 \end{array}$$

Otras fórmulas importantes son: $\varphi_2 = \varphi_{v2} - \varphi_{I2}$ $\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{v2} - \varphi_2)$

Las fórmulas específicas del circuito equivalente en "T" (ver figura) son:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{\text{Linea}}}{2} \bar{I}_2 \quad \bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{\text{Linea}}}{2} \bar{I}_1$$

Y recordando que: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1\text{Fase}}$ la tensión es: $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1\text{Fase}} \cdot \sqrt{3}$ y el ángulo inicial es: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1}$

Conocidos la tensión, intensidad y ángulo inicial podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1)$$

Finalmente la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema serán:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 \quad \Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} 100$$

La caída de tensión no excederá de un 10%. La pérdida de potencia no excederá de un 3% cada 100k.

• Régimen en vacío

En ese caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto las potencias, la intensidad y el ángulo final de línea son nulas:

$$P_2 = Q_2 = S_2 = 0. \quad \varphi_2 = \varphi_{v2} - \varphi_{I2} = 0 \quad \bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{v2} - \varphi_2 = 0)$$

Las otras fórmulas quedan como sigue:

$$\bar{V}_C = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}_{\text{Linea}}}{2} \bar{I}_2 = \bar{V}_2 \quad \bar{I}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_C = \bar{B} \cdot \bar{V}_2 \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_C + \bar{I}_2 = \bar{I}_C \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_C + \frac{\bar{Z}_{\text{Linea}}}{2} \bar{I}_1 = \bar{V}_2 + \frac{\bar{Z}}{2} \bar{I}_C$$

Una vez obtenidas la intensidad y la tensión al inicio de línea se prosigue con las fórmulas dadas para el régimen de carga.

VIII.II. Método del circuito equivalente en Π

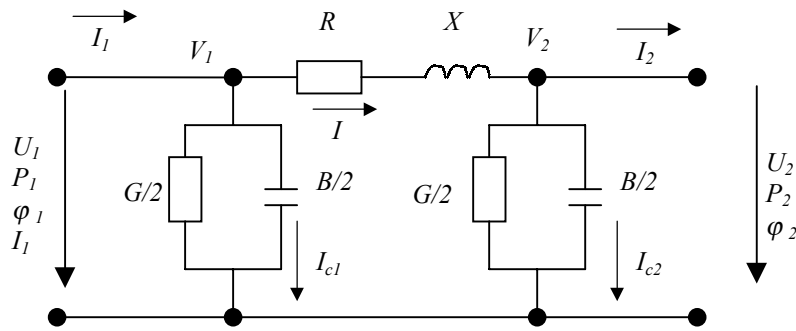


Figura VIII.2 Circuito equivalente en " π ", para una línea de longitud media

- Régimen en carga**

$$\begin{array}{lll}
 \begin{array}{c} S_2 \\ \nearrow \\ \varphi_2 \\ \searrow \\ P_2 \end{array} & \begin{array}{l} P_2 = S_2 \cdot \cos \varphi_2 \quad \text{siendo} \\ Q_2 = S_2 \cdot \sin \varphi_2 \quad \text{siendo} \\ \bar{S}_2 = \frac{P_2}{\cos \varphi_2} \quad \text{siendo} \end{array} & \begin{array}{l} P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2 \\ Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_2 \\ \bar{S}_2 = \bar{U}_2 \cdot \bar{I}_2^* \cdot \sqrt{3} = (P_2 + jQ_2) \end{array}
 \end{array}$$

Otras fórmulas importantes son: $\varphi_2 = \varphi_{v2} - \varphi_{I2}$ $\bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{v2} - \varphi_2)$

Las fórmulas específicas del circuito equivalente en " Π " (ver figura) son:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad \bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad \bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2}$$

Al principio de línea tendremos:

$$\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad \bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I}$$

Y recordando que: $\bar{I}_{1L} = \bar{I}_{1Fase}$ la tensión es: $\bar{U}_{1L} = \bar{V}_{1Fase} \cdot \sqrt{3}$ y el ángulo inicial es: $\varphi_1 = \varphi_{U1} - \varphi_{I1}$

Conocidos la tensión, la intensidad y ángulo inicial podremos hallar las potencias iniciales:

$$P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_1 \quad Q_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \sqrt{3} \cdot \sin \varphi_1 \quad \bar{S}_1 = \bar{I}_1^* \cdot \bar{U}_1 \cdot \sqrt{3} = (P_1 + jQ_1)$$

Finalmente la caída de tensión, la pérdida de potencia y el rendimiento del sistema serán:

$$\Delta U = \frac{U_1 - U_2}{U_1} 100 \quad \Delta P = \frac{P_1 - P_2}{P_1} 100 \quad \eta = \frac{P_2}{P_1} 100$$

La caída de tensión no excederá de un 10%. La pérdida de potencia no excederá de un 3% cada 100km

- Régimen de vacío**

En ese caso, los cálculos se simplifican, ya que no es necesario conectar la carga y por tanto las potencias, la intensidad y el ángulo final de línea son nulas:

$$P_2 = Q_2 = S_2 = 0. \quad \varphi_2 = \varphi_{v2} - \varphi_{I2} = 0 \quad \bar{I}_2 = \frac{P_2}{U_2 \cdot \sqrt{3} \cdot \cos \varphi_2} (\varphi_{v2} - \varphi_2 = 0)$$

Las otras fórmulas quedan como sigue:

$$\bar{I}_{C2} = \bar{V}_2 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad \bar{I} = \bar{I}_{C2} + \bar{I}_2 = \bar{I}_{C2} \quad \bar{V}_1 = \bar{V}_2 + (R_L + jX_L) \cdot \bar{I} \quad \bar{I}_{C1} = \bar{V}_1 \cdot \frac{\bar{B}}{2} \quad \bar{I}_1 = \bar{I}_{C1} + \bar{I}$$

Una vez obtenidas la intensidad y la tensión al inicio de línea se prosigue con las fórmulas dadas para el régimen de carga.

ANEXO IX. Fórmulas para el cálculo de líneas eléctricas

IX.I. Cálculo del Efecto Corona

- Tensión crítica disruptiva (U_c)**

$$U_c = 84 \cdot mc \cdot mt \cdot r \cdot \delta \cdot \log \frac{D}{re}$$

Con:

mc = Coeficiente de rugosidad del conductor con:

$mc = 1$ para hilos con superficie lisa

$mc =$ de 0,93 a 0,98 para hilos oxidados o rugosos

$mc =$ de 0,83 a 0,87 para cables.

mt = Coeficiente de la humedad relativa del aire, que provoca una disminución en la U_c (lluvia, niebla, escarcha, nieve) con:

$mt = 1$ para tiempo seco

$mt = 0,8$ para tiempo húmedo

re = Radio del conductor en centímetros

D = Distancia media geométrica entre fases, en centímetros

δ = Factor de corrección de la densidad del aire, en función de la altura sobre el nivel del mar. Si la temperatura se pone en grados centígrados y la altura de presión de la columna de mercurio en cm de Hg, la densidad del aire no tendrá unidades.

ϑ = Temperatura ambiente en $^{\circ}\text{C}$

$$\delta = \frac{3.921h}{273 + \sigma}$$

Para hallar la altura de presión del aire en cm de Hg, utilizaremos la expresión dada por Halley.

- Fórmula de Halley**

$$\log h = \log 76 - \frac{y}{18336}$$

Donde: h = altura de presión del aire en cm de Hg (mercurio)

y = altura topográfica en (m)

- Tensión más elevada (U_{me})**

La tensión más elevada se obtendrá en tablas, o bien, aplicando un aumento del 10% al 15% por encima de la tensión nominal:

$$U_{me} = 1.15 \cdot U_n$$

- Comprobación del Efecto Corona**

Si $U_c < U_{me}$ si se produce el efecto corona

Si $U_c > U_{me}$ no se produce el efecto corona

- Pérdida de potencia por Efecto Corona (Fórmula de Peek)**

$$P_{km-FASE} = \frac{241}{\delta} (f + 25)^2 \sqrt{\frac{re}{D}} \left[\frac{U_{MAX}}{\sqrt{3}} - \frac{U_{CRITICA}}{\sqrt{3}} \right]^2 \cdot 10^{-5} (kW / km - Fase)$$

Con:

U_c = Tensión eficaz compuesta crítica disruptiva, capaz de producir el efecto corona, en kV

δ = Factor de corrección de la densidad del aire (sin unidades)

r = Radio del conductor en centímetros

f = Frecuencia en periodos por segundo, en general 50 Hz

D = distancia media geométrica entre fases, en centímetros

U_{max} = Tensión compuesta más elevada, definida en el artículo 2 del Reglamento de Líneas, en kilovoltios. Si no se dispone del reglamento, adoptar $U_{max} = U_n \cdot 1.15$

IX.II. Momento Eléctrico

$$Me = Pe \cdot L = u\% \cdot \frac{U_n^2}{R_{K-fase} + X_{K-fase} \cdot \tan \phi}$$

Con:

$L =$ Longitud de la línea en km

$u\% =$ Caída de tensión en tanto por ciento, siempre menor al 10%

$Pe =$ Potencia que podrá transportar la línea calculada mediante el momento eléctrico, en MW

$Un =$ Tensión nominal de la línea en kilovoltios (kV)

$Me =$ Momento Eléctrico, en MW·km

$R_{K-fase} =$ Resistencia eléctrica por kilómetro y fase, en Ω/km

$X_{K-fase} =$ Reactancia inductiva por kilómetro y fase, en Ω/km

$\tan \phi =$ tangente del ángulo total ($\phi_V - \phi_I$), calculado para el tramo buscado (final de línea por ejemplo)

$$\text{Entonces:} \quad L = \frac{Me}{Pe} (\text{km}) \quad Pe = Me \cdot L (\text{MW})$$

Que es la distancia máxima (en km) a la que el sistema (línea) podrá transportar una determinada potencia, o bien, la potencia máxima que el sistema podrá transportar a una determinada distancia.

IX.III. Pérdida de potencia en el transporte de energía

$$P_{K\%} = \frac{100 R_{K-fase}}{U_n^2} \cdot \frac{Pe}{\cos^2 \phi} \quad P_{\frac{100\text{km}}{\%}} = P_{K\%} \cdot 100$$

$$P_{\text{pérdida-total-\%}} = P_{K\%} \cdot L \quad P_{\text{pérdida-total}} = P_{T\%} \cdot Pe$$

Con:

$P_{K\%} =$ Pérdida de potencia por cada km y fase, en %.

$Un =$ Tensión nominal de la línea, en KV

$Pe =$ Potencia que podrá transportar la línea calculada mediante el momento eléctrico, en MW

$\cos \phi =$ coseno del ángulo total ($\phi_V - \phi_I$), de un tramo de línea considerado (final de línea por ejemplo)

$P_{\%100\text{km}} =$ Pérdida de potencia, en %, a los 100 km (este valor no debe superar el 3% según normas)

$P_{\% \text{pérdida-total}} =$ Pérdida de potencia en %, para el total de la longitud de la línea

$P_{\text{pérdida-total}} =$ Potencia total pérdida (MW) para el total de la longitud de la línea

Como máximo se admite una pérdida de potencia inferior al 3% por cada 100km de línea.

IX.IV. Pérdida de potencia por efecto térmico

$$P_{MAX} = (\sqrt{3} \cdot U_2 \cdot \cos \phi_2 \cdot I_{MAX}) \cdot N^{\circ}_{\text{CONDUCTORES}} \cdot N^{\circ}_{\text{CIRCUITOS}}$$

Con:

$P_{MAX} =$ Potencia máxima a transportar sin rebasar los límites térmicos en MW

$U_2 =$ Tensión compuesta al final de línea en kV

$\cos \delta_2 =$ Ángulo total al final de línea ($\delta_2 = \delta_{U_2} - \delta_{I_2}$)

$I_{MAX} = \delta'_{MAX} \cdot S_{\text{CONDUCTOR}}$ (Intensidad máxima modificada por tablas)

$\delta'_{MAX} = \delta_{MAX} \cdot \gamma$

$\delta_{MAX} =$ Densidad de corriente máxima admisible del (Aluminio) en tablas

$\gamma =$ Factor de corrección de la densidad admisible que depende de la composición del cable

$\gamma = 0,902$ para 30 Aluminio + 7 Acero

$\gamma = 0,926$ para 6 Aluminio + 7 Acero y 26 Aluminio + 7 Acero

$\gamma = 0,941$ para 54 Aluminio + 7 Acero

La I_{max} , puede hallarse directamente en la tabla V.VIII de estos anexos, siempre para un circuito simple, ya que si existen más de un circuito, o bien, más de un conductor por circuito, ya se tiene en cuenta en la fórmula dada en este apartado.

ANEXO X. Resumen de fórmulas de líneas eléctricas

Magnitud	Módulo	Argumento	Parte real	Parte imaginaria
$\bar{Y} = G + jB$	$\bar{Y} = \sqrt{G^2 + B^2}$	$\varphi_{\bar{Y}} = \arctg \frac{B}{G}$	$G = Y \cos \varphi_{\bar{Y}}$	$B = Y \sin \varphi_{\bar{Y}}$
$\bar{Z} = R + jX$	$Z = \sqrt{R^2 + X^2}$	$\varphi_{\bar{Z}} = \arctg \frac{B}{G}$	$R = Z \cos \varphi_{\bar{Z}}$	$X = Z \sin \varphi_{\bar{Z}}$
$\bar{\theta} = \sqrt{\bar{Z}\bar{Y}}$	$\theta = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{\sqrt{R^2 + X^2}}{G^2 + B^2}}$	$\varphi_{\theta} = \frac{1}{2}(\varphi_{\bar{Z}} + \varphi_{\bar{Y}})$	$\theta' = \theta \cosh \varphi_{\theta'} = \sqrt{\frac{1}{2}} \sqrt{(R^2 + X^2)(G^2 + B^2)} + RG - XB$	$\theta'' = \theta \sinh \varphi_{\theta'} = \sqrt{\frac{1}{2}} \left[\sqrt{(R^2 + X^2)(G^2 + B^2)} - RG + XB \right]$
$\bar{Z}_e = \sqrt{\frac{\bar{Z}}{\bar{Y}}}$	$Z_e = \sqrt{\frac{Z}{Y}} = \sqrt{\frac{\sqrt{R^2 + X^2}}{\sqrt{G^2 + B^2}}}$	$\varphi_{\bar{Z}_e} = \frac{1}{2}(\varphi_{\bar{Z}} + \varphi_{\bar{Y}})$	$Z'_e = Z_e \cos \varphi_{\bar{Z}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \left[\sqrt{\frac{R^2 + X^2}{G^2 + B^2}} + \frac{RG + XB}{G^2 + B^2} \right]$	$Z''_e = Z_e \sin \varphi_{\bar{Z}} = \sqrt{\frac{1}{2}} \left[\sqrt{\frac{R^2 + X^2}{G^2 + B^2}} - \frac{RG + XB}{G^2 + B^2} \right]$
$\cosh \bar{\theta} = \cosh(\theta' + j\theta'')$	$p(\cos \bar{\theta}) = \sqrt{(\cos \theta')^2 - (\sinh \theta'')^2} = \sqrt{(\sinh \theta')^2 + (\cosh \theta'')^2}$	$\varphi \cosh \bar{\theta} = \arctg(\tanh \theta' \operatorname{tg} \theta'')$	$(\cosh \theta')' = \cosh \theta' \cos \theta''$	$(\cosh \theta)'' = \sinh \theta' \sin \theta''$
$\sinh \bar{\theta} = \sinh(\theta' + j\theta'')$	$p(\sinh \bar{\theta}) = \sqrt{(\cos \theta')^2 - (\cosh \theta'')^2} = \sqrt{(\sinh \theta')^2 + (\sinh \theta'')^2}$	$\varphi \sinh \bar{\theta} = \arctg \frac{\operatorname{tg} \theta''}{\tanh \theta'}$	$(\sinh \theta')' = \sinh \theta' \cos \theta''$	$(\sinh \theta)'' = \cosh \theta' \sin \theta''$

ANEXO XI. Fórmulas para el cálculo de cortocircuitos mediante el método de las redes de secuencia y las componentes simétricas

XI.I. Cálculo por el Método de las Componentes Simétricas

- **Operador de giro ($\underline{a}$)**

El operador: $\underline{a} = \underline{a}^1 = (-0.5 + j 0.87) = 1 \angle 120^\circ$ equivale a un giro del vector de $+120^\circ$.

$\underline{a}^2 = (-0.5 - j 0.87) = 1 \angle 240^\circ$ equivale a un giro del vector de $+240^\circ$.

$\underline{a}^3 = (1 + j0) = 1 \angle 0^\circ$ equivale a un giro del vector de $+360^\circ$.

- **Ecuaciones (A):** conocidas las componentes simétricas, permiten hallar los vectores principales.

$$\vec{I}_R = \vec{I}_{R1} + \vec{I}_{R2} + \vec{I}_{R0}$$

$$\vec{I}_S = \vec{I}_{S1} + \vec{I}_{S2} + \vec{I}_{S0} = \vec{I}_{R1} \vec{a}^2 + \vec{I}_{R2} \vec{a} + \vec{I}_{R0}$$

$$\vec{I}_T = \vec{I}_{T1} + \vec{I}_{T2} + \vec{I}_{T0} = \vec{I}_{R1} \vec{a} + \vec{I}_{R2} \vec{a}^2 + \vec{I}_{R0}$$

- **Ecuaciones (B):** conocidos los vectores principales, permiten hallar sus componentes simétricas.

$$\vec{I}_{R1} = \frac{1}{3} (\vec{I}_R + \vec{I}_S \vec{a} + \vec{I}_T \vec{a}^2) \quad \vec{I}_{R2} = \frac{1}{3} (\vec{I}_R + \vec{I}_S \vec{a}^2 + \vec{I}_T \vec{a}) \quad \vec{I}_{R0} = \frac{1}{3} (\vec{I}_R + \vec{I}_S + \vec{I}_T)$$

- **Intensidades y tensiones referidas a la fase (R):** las componentes (I_1 , I_2 y I_0) de la corriente o (U_1 , U_2 y U_0) de la tensión se refieren siempre a la fase (R). Normalmente, esta fase de referencia no se indica como subíndice.

$$\vec{I}_R = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 + \vec{I}_0$$

$$\vec{I}_1 = \frac{1}{3} (\vec{I}_R + \vec{a} \vec{I}_S + \vec{a}^2 \vec{I}_T)$$

$$\vec{I}_S = \vec{a}^2 \vec{I}_1 + \vec{a} \vec{I}_2 + \vec{I}_0$$

$$\vec{I}_2 = \frac{1}{3} (\vec{I}_R + \vec{a}^2 \vec{I}_S + \vec{a} \vec{I}_T)$$

$$\vec{I}_T = \vec{a} \vec{I}_1 + \vec{a}^2 \vec{I}_2 + \vec{I}_0$$

$$\vec{I}_0 = \frac{1}{3} (\vec{I}_R + \vec{I}_S + \vec{I}_T)$$

$$\vec{U}_R = \vec{U}_1 + \vec{U}_2 + \vec{U}_0$$

$$\vec{U}_1 = \frac{1}{3} (\vec{U}_R + \vec{a} \vec{U}_S + \vec{a}^2 \vec{U}_T)$$

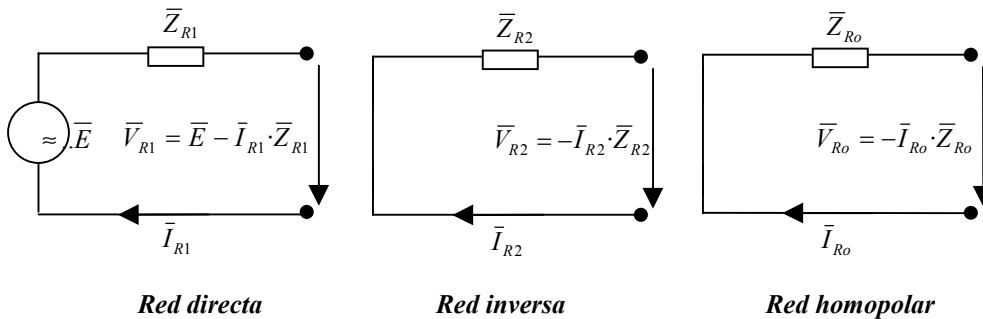
$$\vec{U}_S = \vec{a}^2 \vec{U}_1 + \vec{a} \vec{U}_2 + \vec{U}_0$$

$$\vec{U}_2 = \frac{1}{3} (\vec{U}_R + \vec{a}^2 \vec{U}_S + \vec{a} \vec{U}_T)$$

$$\vec{U}_T = \vec{a} \vec{U}_1 + \vec{a}^2 \vec{U}_2 + \vec{U}_0$$

$$\vec{U}_0 = \frac{1}{3} (\vec{U}_R + \vec{U}_S + \vec{U}_T)$$

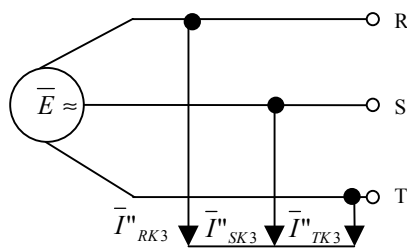
- **Ecuaciones (C):** aplicando las leyes de Kirchoff y las redes de secuencia hallamos las Ecuaciones C.



XI.II. Cálculo del Cortocircuito Trifásico

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son: $\vec{U}_R = \vec{U}_S = \vec{U}_T = 0$

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:



$$\begin{aligned} \bar{V}_{R1} &= 0 & \bar{I}_{R1} &= \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1} \\ \bar{V}_{R2} &= 0 & \bar{I}_{R2} &= 0 \\ \bar{V}_{R0} &= 0 & \bar{I}_{R0} &= 0 \end{aligned}$$

Las intensidades serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} \angle 0^\circ \quad \bar{I}_S = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} \angle 240^\circ \quad \bar{I}_T = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3} \cdot \bar{Z}_1} \angle 120^\circ$$

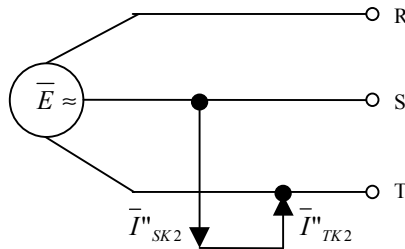
Las tensiones serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$.

$$\bar{U}_R = \bar{U}_S = \bar{U}_T = 0$$

XI.III. Cálculo del Cortocircuito Bifásico

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son: $\bar{I}_R = 0$ $\bar{V}_S = \bar{V}_T$. Las componentes homopolares son nulas en este cortocircuito.

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:



$$\begin{aligned} \bar{V}_{R1} &= \bar{V}_{R2} & \bar{I}_{R1} &= -\bar{I}_{R2} \\ \bar{I}_{R1} &= -\bar{I}_{R2} = \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \end{aligned}$$

Las intensidades serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = 0 \quad \bar{I}_S = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \angle -90^\circ \quad \bar{I}_T = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \angle 90^\circ$$

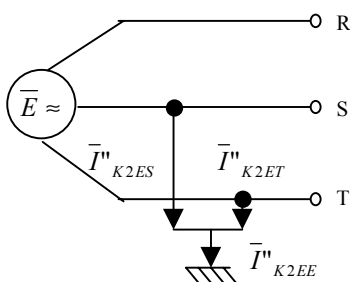
Las tensiones serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{V}_R = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3}} \frac{2\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} (0^\circ) \quad \bar{V}_S = \bar{V}_T = \frac{1.1 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3}} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2} \angle 180^\circ$$

XI.III. Cálculo del Cortocircuito Bifásico a Tierra

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son: $\bar{I}_R = 0$ $\bar{V}_S = \bar{V}_T = 0$

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:



$$\begin{aligned} \bar{V}_{R1} &= \bar{V}_{R2} = \bar{V}_{R0} = \frac{1}{3} \bar{V}_R & \bar{I}_{R1} &= \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + (\bar{Z}_2 \parallel \bar{Z}_0)} \\ \bar{V}_{R1} &= \bar{E} \frac{\bar{Z}_2 \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 \bar{Z}_2 + \bar{Z}_1 \bar{Z}_0 + \bar{Z}_2 \bar{Z}_0} & \bar{I}_{R2} &= -\bar{I}_{R1} \frac{\bar{Z}_0}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \\ \bar{I}_{R0} &= -\bar{I}_{R1} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \end{aligned}$$

Las intensidades serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\begin{aligned}\bar{I}_R &= 0 & \bar{I}_S &= j11 \cdot \bar{U}_n \frac{\bar{a}\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0} & \bar{I}_T &= -j11 \cdot \bar{U}_n \frac{\bar{a}^2\bar{Z}_2 - \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0} \\ \bar{I}_{EE} &= 11 \cdot \bar{U}_n \cdot \sqrt{3} \frac{\bar{Z}_2}{\bar{Z}_1\bar{Z}_2 + \bar{Z}_2\bar{Z}_0 + \bar{Z}_1\bar{Z}_0}\end{aligned}$$

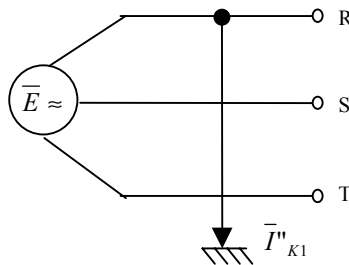
Las tensiones serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{V}_R = 11\sqrt{3} \cdot U_n \frac{Z_2 Z_0}{Z_1 Z_2 + Z_1 Z_0 + Z_2 Z_0} \quad \bar{V}_S = \bar{V}_T = 0$$

XI.IV. Cálculo del Cortocircuito Monofásico a Tierra

Las condiciones iniciales: que definen a este cortocircuito son: $\bar{V}_R = 0 \quad \bar{I}_S = \bar{I}_T = 0$

Las componentes simétricas: de las tensiones y de las corrientes son:



$$\begin{aligned}\bar{V}_R &= \bar{V}_{R1} + \bar{V}_{R2} + \bar{V}_{R0} = 0 & \bar{I}_{R1} &= \bar{I}_{R2} = \bar{I}_{R0} = \frac{1}{3} \bar{I}_R \\ \bar{V}_S &= \bar{V}_{R1} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R2} \bar{a} + \bar{V}_{R0} & \bar{I}_{R1} &= \frac{\bar{E}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \\ \bar{V}_T &= \bar{V}_{R1} \bar{a} + \bar{V}_{R2} \bar{a}^2 + \bar{V}_{R0}\end{aligned}$$

Las intensidades serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{I}_R = \frac{11 \cdot \bar{U}_n \sqrt{3}}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \quad \bar{I}_S = \bar{I}_T = 0$$

Las tensiones serán: recordando que $E = c \cdot U_n / \sqrt{3}$, donde $c = 1.1$

$$\bar{V}_R = 0 \quad \bar{V}_S = \frac{11 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3}} \left(\bar{a}^2 - \frac{\bar{Z}_1 \bar{a}^2 + \bar{Z}_2 \bar{a} + \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right) \quad \bar{V}_T = \frac{11 \cdot \bar{U}_n}{\sqrt{3}} \left(\bar{a} - \frac{\bar{Z}_1 \bar{a} + \bar{Z}_2 \bar{a}^2 + \bar{Z}_0}{\bar{Z}_1 + \bar{Z}_2 + \bar{Z}_0} \right)$$

XI.V. Otras Fórmulas de Interés en Componentes Simétricas

1. Redes trifásicas con tensiones nominales mayores de 1kV: (tanto para cortocircuitos próximos al generador como para los cortocircuitos alejados de él):

$$\frac{c \cdot U_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot U_N}{\sqrt{3}}$$

Con:

- U_N Tensión nominal (tensión entre líneas) de la red en el punto de cortocircuito.
- $c = 1.1$ Diferencia entre la fuerza electromotriz y la tensión de la red en el punto de falta.

2. Redes trifásicas con tensiones nominales menores a 1kV (sin generadores de baja tensión):

$$\frac{c \cdot U_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot U_{NT}}{\sqrt{3}}$$

Con:

- U_{NT} Tensión nominal del lado de baja tensión de los transformadores que alimentan a la red.
- $c = 1$ Diferencia entre la fuerza electromotriz y la tensión de la red para el cálculo de las **máximas** corrientes iniciales simétricas de cortocircuito.
- $c = 0,95$ Diferencia entre la fuerza electromotriz y la tensión de la red para el cálculo de las **mínimas** corrientes iniciales simétricas de cortocircuito.

3. En caso de redes con tensiones nominales superiores a 1kV: donde existan generadores con $X''_d > 20\%$ que alimentan directamente (sin transformadores intercalados) al punto de cortocircuito, o bien, si se disponen de redes con tensiones nominales menores o iguales a 1kV en donde el punto de cortocircuito está alimentado por generadores de baja tensión, se cumple para las fuerzas electromotrices de los generadores la siguiente expresión:

$$\frac{c \cdot U_h}{\sqrt{3}} = \frac{c \cdot U_{NG}}{\sqrt{3}} + I_{NG} \cdot X''_d \cdot \sin \varphi_{NG}$$

Con:

- U_{NG} Tensión nominal del generador
- I_{NG} Corriente nominal del generador
- X''_d Reactancia inicial del generador
- φ_{NG} Ángulo de desfase entre $U_{NG}/\sqrt{3}$ y I_{NG} para servicio nominal

4. Observaciones generales relativas al cálculo

En redes que dispongan de una impedancia (Z) de cortocircuito formada principalmente por elementos inductivos (impedancias de bobinas, transformadores, motores y generadores) y que sólo presenten tramos cortos paralelos de líneas aéreas o cables, normalmente es posible prescindir de las resistencias dado que su valor es mucho menor al de las inductancias (sobre todo con redes con tensiones nominales superiores a 1kV). Con esta omisión, el valor de las impedancias no difiere apreciablemente del de las reactancias. Tampoco es necesario tener presente las resistencias efectivas de las líneas que presenten tensiones de servicio varias veces superiores a la tensión de la red en la que está situado el punto de cortocircuito. Con todas estas simplificaciones, la impedancia de cortocircuito considerada resulta ser algo menor que la impedancia real, y por tanto, los valores de las corrientes de cortocircuito calculados con estas impedancias resultarán aumentados respecto a su valor real, o sea, que estos valores nos darán un cierto margen de seguridad.

Por el contrario, para dimensionar las instalaciones e interruptores de protección es necesario conocer el valor de la máxima corriente asimétrica de cortocircuito (I_s) dependiendo su valor de la relación entre la resistencia efectiva y la reactancia del sistema, es decir, del factor (χ). Por ello, si los dispositivos y componentes implicados en el cortocircuito presentan resistencias efectivas grandes (cables y líneas aéreas largas o de poca sección, o incluso transformadores de poca potencia), al despreciar estas resistencias efectivas se obtendría, además de un valor demasiado pequeño para la impedancia de cortocircuito, un factor (χ) demasiado grande, es decir, una corriente máxima asimétrica demasiado elevada. Lo que conllevaría a elegir dispositivos de protección con una resistencia dinámica excesiva, aumentándose en demasía y sin razón su precio final.

Cuando las tensiones superen los 1000V, se podrá despreciar las impedancias de las barras de las instalaciones de maniobra. Por el contrario, cuando las tensiones sean inferiores a este valor (1kV), deben tenerse presentes las impedancias de las barras y de las uniones entre aparatos, aunque sólo dispongan de unos metros, al efectuar el cálculo de la impedancia de cortocircuito de la red. Las resistencias de paso debidas a los contactos o ha uniones por tornillos (que alcanzan valores de hasta 0,08mW) reducen también el valor de la corriente de cortocircuito en las instalaciones de baja tensión, aunque su cálculo con precisión resulta prácticamente imposible, despreciándose para el análisis de las corrientes de cortocircuito.

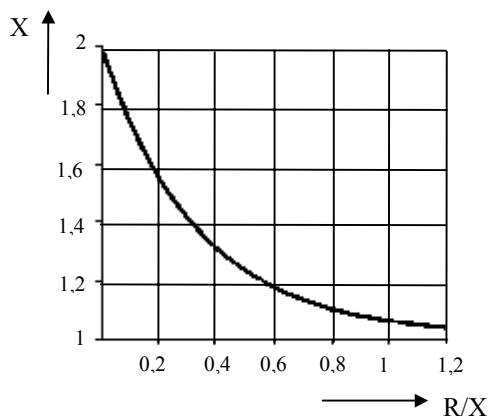
Resumiendo, puede decirse que si despreciamos las resistencias efectivas simplificaremos la determinación de la impedancia de cortocircuito de la red, sobre todo si ésta presenta ramas en paralelo y mallas, pero teniendo muy presente que a la hora de determinar las corrientes máximas asimétricas de cortocircuito (I_s) no se podrán realizar estas simplificaciones.

ANEXO XII. Fórmulas, Factores correctores y Tablas para el Cálculo de las Corrientes de Cortocircuito Mediante la Norma VDE 0102

XII.I. Cálculo de las corrientes de cortocircuito I_s , I_a e I_k

Las corrientes de cortocircuito (I_s , I_a , e I_k) se calculan a partir de la corriente inicial simétrica de cortocircuito (I''_k) y de los factores indicados en las directrices VDE 0102. Si el punto de cortocircuito está alimentado directamente por las distintas fuentes de corriente de cortocircuito se cumplen las siguientes relaciones para (I_s , I_a , I_{aM} e I_k):

- **Corriente máxima asimétrica de cortocircuito (I_s):** $I_s = \chi \cdot \sqrt{2} \cdot I''_k$

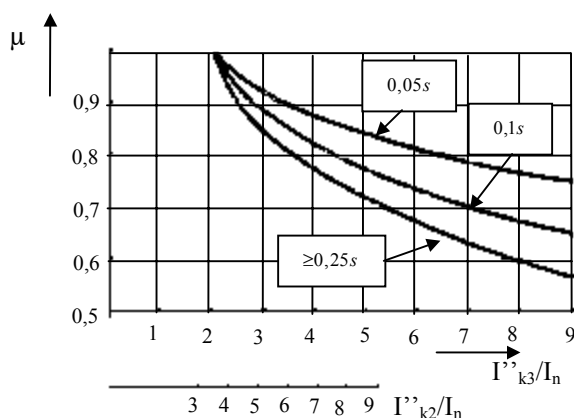


Gráfica XII.I Factor (χ) para calcular la corriente máxima asimétrica de cortocircuito (I_s), donde (R) y (X) son la resistencia (R_K) y la reactancia (X_K) de la impedancia de cortocircuito de la red (Z_K)

El factor (χ) depende de la relación (R_K/X_K) correspondiente a los distintos elementos o dispositivos implicados en el cortocircuito y tiene presente el amortiguamiento temporal de la componente aperiódica y, en el caso de cortocircuitos próximos al generador, el de la componente simétrica.

- **Corriente simétrica de corte (I_a)**

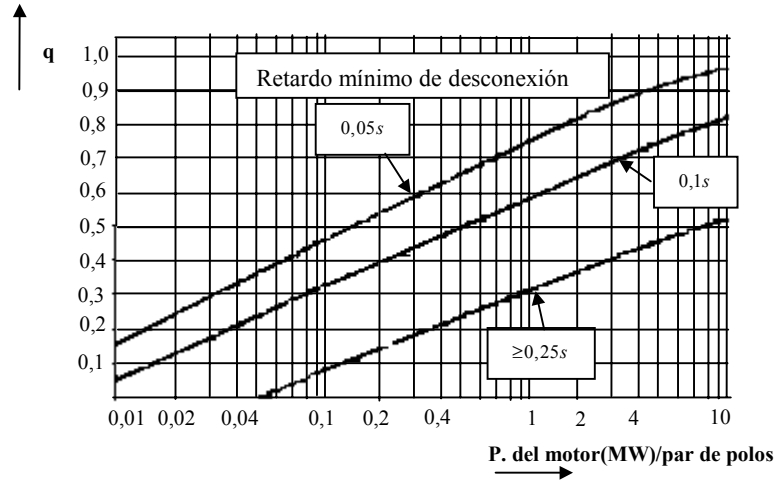
- Máquinas síncronas: $I_a = \mu \cdot I''_k$
- Máquinas asíncronas: $I_{aM} = \mu \cdot q \cdot I''_k$



Gráfica XII.II Factor (μ) para calcular la corriente simétrica de corte (I_a)

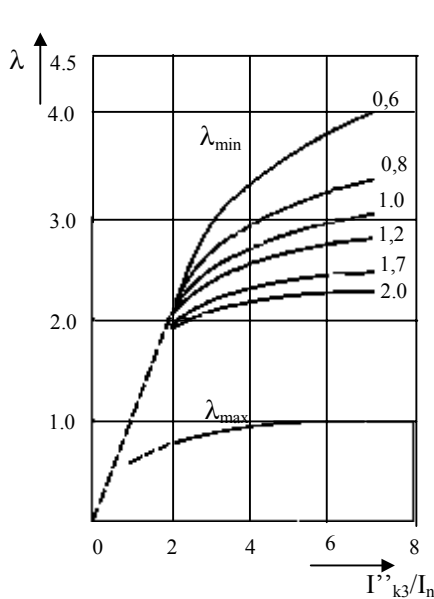
El factor (μ) depende de la relación (I''_k/I_n) de los distintos generadores síncronos existentes en el circuito y del retardo mínimo de desconexión (t_V).

El factor (q) depende de la relación entre la potencia del motor asíncrono, del número de pares de polos y del retardo mínimo de desconexión (t_V). Este factor vale la unidad si no existen motores asíncronos en la red analizada.

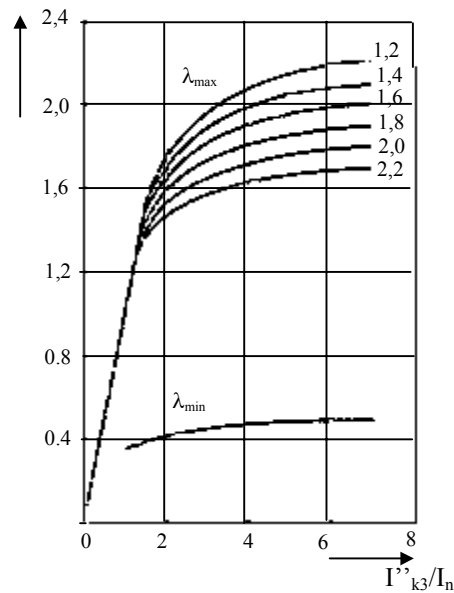


Gráfica XII.III Factor (q) para calcular la corriente simétrica de corte (I_{aM}) de un motor asíncrono

- Corriente permanente de cortocircuito (I_k) $\bar{I}_K = \lambda \cdot I_n$



Generadores de polos salientes



Turbogeneradores

Gráfica XII.IV Factores (λ_{max} y λ_{min}) para calcular las corrientes permanentes de cortocircuito máxima (I_{Kmax}) y mínima (I_{Kmin}) correspondientes a una máquina síncrona

El factor (λ) depende de la relación (I''_K / I_n), de las condiciones de excitación y del tipo de máquina síncrona que exista en la red analizada.

En las redes mixtas formadas por fuentes de corriente de cortocircuito de diverso valor, existirán corrientes de cortocircuito parciales circulando por las diversas ramas que presentarán relaciones (R/X) diferentes. Por ello, las diversas porciones de las corrientes de cortocircuito se amortiguan siguiendo constantes de tiempo distintas (según la VDE 0102). Se remite al lector a la sección de problemas resueltos para comprobar cómo se efectúa el cálculo de redes múltiples.

Bibliografía

- **Tecnología eléctrica.** Mual Rosas, Ramón M^a. 1^o edición. Ediciones UPC. Aula Politécnica (2000).
- **Electrotecnia.** Mual Rosas, Ramón M^a. 1^o Edición. Ediciones UPC. Aula Politécnica (2001).
- **Líneas y redes eléctricas. Protección de sistemas de potencia. Colección de Problemas.** Mual Rosas, Ramón M^a. 2^a edición. UPC. ETSEIT (1998).
- **Análisis de sistemas eléctricos de potencia.** Stevenson, William D. 2^a Edición. Ed. Mc.Graw-Hill (1992).
- **Líneas de transporte de energía eléctrica.** Checa, Luis M^a. 3^a edición. Ed. Marcombo (1988).
- **Reglamento Electrotécnico de Alta Tensión.** Ministerio de Industria y Energía (1998).
- **Líneas y redes eléctricas.** Martínez Velasco J. 3^a edición. CPDA. ETSEIB (1996).
- **Tecnología eléctrica.** A. Castejon. G. Santamaria. Ed. McGraw-Hill (1993).
- **Teoría de circuitos.** E. Ras. 4^a Edición. Ed. Marcombo (1988).