

# ESTADÍSTICA II

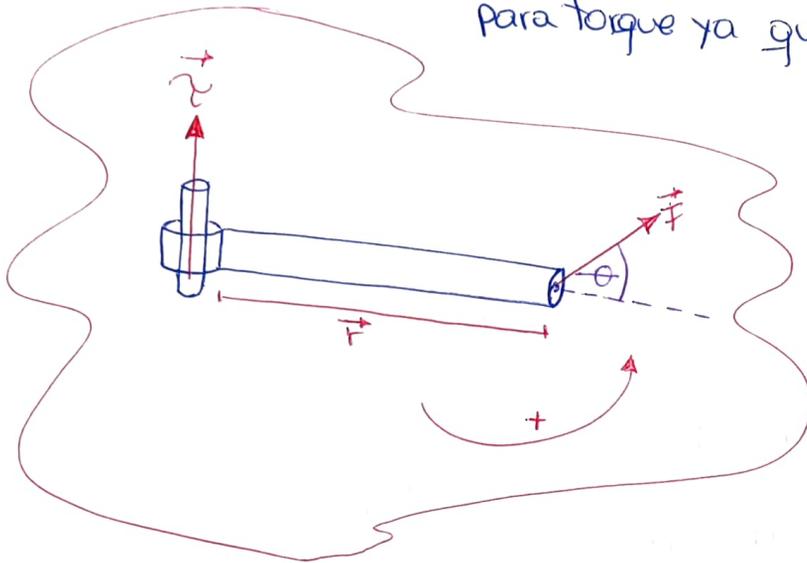
Previo: Producto vectorial, traslado de línea de acción de fuerzas

## Momento de una fuerza / Torque $\vec{\tau}$ o $\vec{M}$

$\vec{\tau}$  → Torque → cantidad de giro producido por una fuerza.  
El torque o momento es una magnitud vectorial.

Las unidades en el SI son N.m o en el sistema inglés lb.in

ojo: si fuera escalar Joule=N.m, no aplica Joule para torque ya que es una magnitud vectorial



$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}$$

En donde:

r: brazo de fuerza

F: fuerza

$\tau$ : Torque/momento, es  $\perp$  a r y a F, o mejor expresado, es  $\perp$  al plano.

### Método vectorial

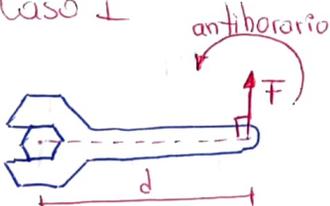
$$\vec{\tau} = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ r_x & r_y & r_z \\ F_x & F_y & F_z \end{vmatrix}$$

Módulo de  $\tau$

$$|\vec{\tau}| = |\vec{r}| |\vec{F}| \text{ Sen } \theta$$

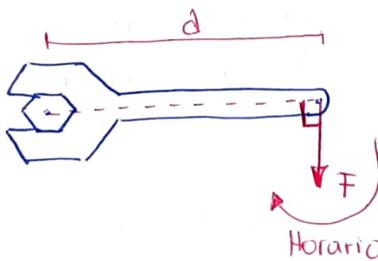
\*\* F. Sen  $\theta$  → componente y de F.

Caso I



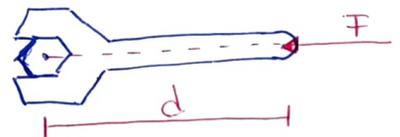
$$\tau = +F \cdot d$$

Caso II



$$\tau = -F \cdot d$$

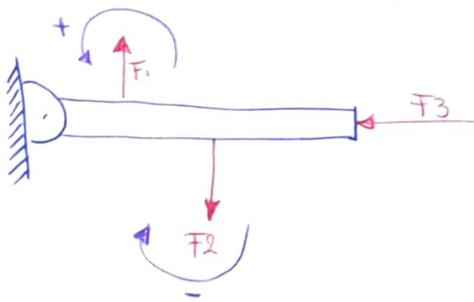
Caso III



$$\tau = 0$$

d es  $\perp$  a la línea de acción de la fuerza F

Teorema de Varignon  $\rightarrow$  Calcular el torque resultante.



$$\vec{\tau}_R = \vec{\tau}_1 + \vec{\tau}_2 + \vec{\tau}_3$$

Ejemplos

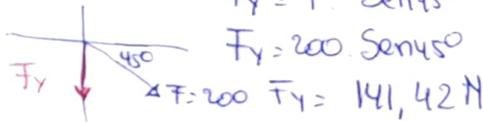
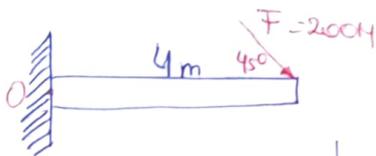


$$\tau = M = F \cdot d$$

$$M_o = 100(4)$$

$$M_o = -400 \text{ N}\cdot\text{m} //$$

Calcular el  $M$  con respecto a un punto de referencia.



$$M_o = F_y \cdot d$$

$$F_y = F \cdot \text{Sen} 45^\circ$$

$$F_y = 200 \cdot \text{Sen} 45^\circ$$

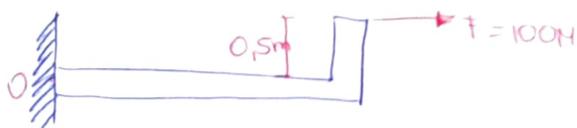
$$\Delta F = 200 \quad F_y = 141,42 \text{ N}$$

$$M_o = F_y \cdot d$$

$$M_o = -141,42(4)$$

$$M_o = -565,68 \text{ N}\cdot\text{m} //$$

Hay que descomponer  $F$ .  
 $F_y$  si produce momento  
 $F_x$  no produce momento



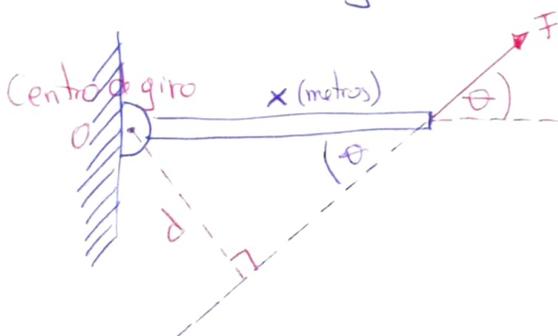
$$M_o = F \cdot d$$

$$M_o = -100(0,5)$$

$$M_o = -50 \text{ N}\cdot\text{m} //$$

También. Se puede hallar la distancia  $\perp$  que cumple esta condición de ser  $\perp$  a la fuerza o su línea de acción, sin tener que descomponer  $F$  en sus componentes rectangulares.

Prolongamos la línea de acción de  $F$  hasta formar un  $\Delta$  rectangular en donde el cateto sea la distancia  $\perp$  a  $F$ .



$$d = x \cdot \text{Sen} \theta$$

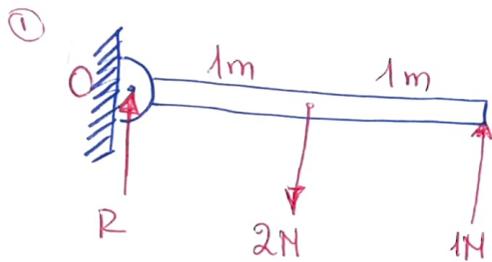
$$M_o = F \cdot d$$

$$M_o = +F \cdot x \cdot \text{Sen} \theta$$



# Ejemplos:

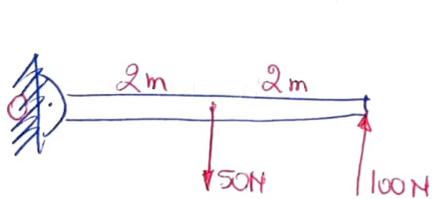
- a) Hallar la reacción R en la barra  
 b) Hallar la suma de Momentos si está en equilibrio



a)  $\sum F = 0$   
 $R + 1N - 2N = 0$   
 $R = 1N //$

b)  $\sum M = 0$   
 ~~$M_0^R + M_0^{2N} + M_0^{1N} = 0$~~   
 $0 - (2N)(1m) + (1N)(2m) = 0$   
 $-2 + 2 = 0$   
 $0 = 0 // \text{ Esto en eq.}$

## 2) Hallar el momento resultante.

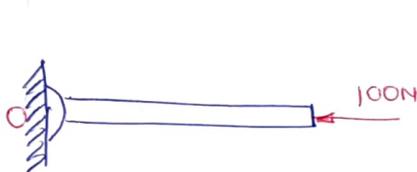


$\sum M_0 = ?$

$\sum M_0 = M_0^{50} + M_0^{100} = ?$

$\sum M_0 = -50(2) + 100(4)$

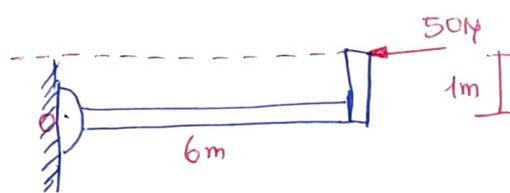
$\sum M_0 = +300 \text{ N.m} //$



$\sum M_0 = ?$

$M_0^{100} = (100)(0)$

$\sum M_0 = 0 //$



$\sum M_0 = ?$

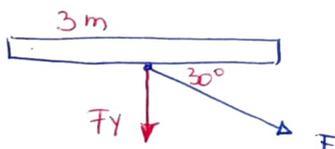
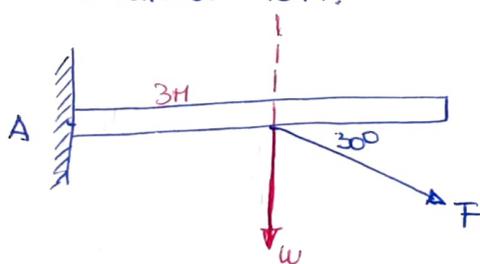
$\sum M_0 = M_0^{50}$

$\sum M_0 = 50(1)$

$\sum M_0 = 50 \text{ N.m} //$

Para poner los signos hay que verificar en que sentido hacen rotar cada uno de las fuerzas en el punto de referencia.

## 3) Si $F = 90 \text{ N}$ ¿Cuál es el torque resultante respecto al eje A? w varilla = 15N.



$F_y = F \cdot \text{Sen } 30^\circ$   
 $F_y = 90 \text{ Sen } 30^\circ = 45 \text{ N}$

$\sum M_A = -M_A^w - M_A^{F_y}$   
 $\sum M_A = -15(3) - 45(3)$   
 $\sum M_A = -180 \text{ N.m} //$

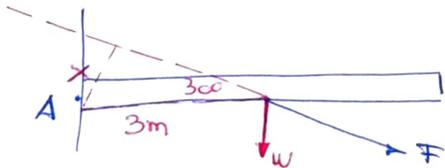
$x = 3 \cdot \text{Sen } 30^\circ$   
 $x = 1,5 \text{ m}$

$\sum M_A = -M_A^w - M_A^F$

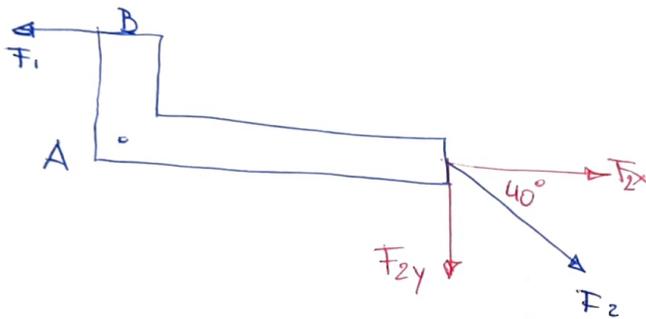
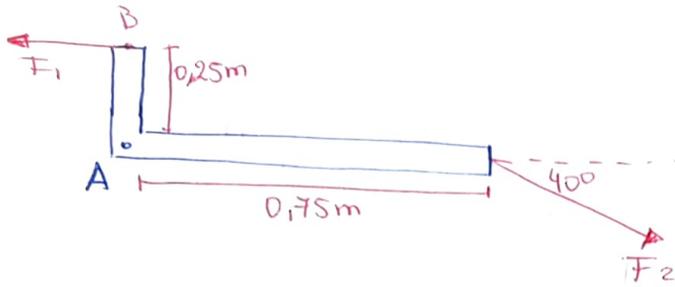
$\sum M_A = -w(3) - 90(1,5)$

$\sum M_A = -45 - 135$

$\sum M_A = -180 \text{ N.m} //$



④ Halle el momento de  $F$  resultante con respecto a  $\Delta$ , si  $F_1 = 100\text{N}$  y  $F_2 = 180\text{N}$



$F_{2x} \rightarrow$  no produce momento xq está sobre la misma línea de ref.

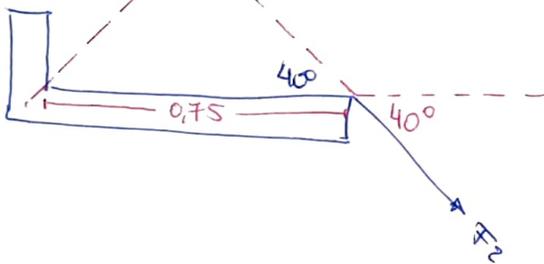
$$F_{2y} = F_2 \cdot \text{Sen}40^\circ = 180 \cdot \text{Sen}40^\circ = 115,70\text{N}$$

$$\sum M_A = M_A^{F_1} + M_A^{F_{2y}}$$

$$\sum M_A = +100(0,25) - 115,70(0,75)$$

$$\sum M_A = 25\text{N} - 86,775$$

$$\sum M_A = -61,775\text{N}\cdot\text{m} //$$



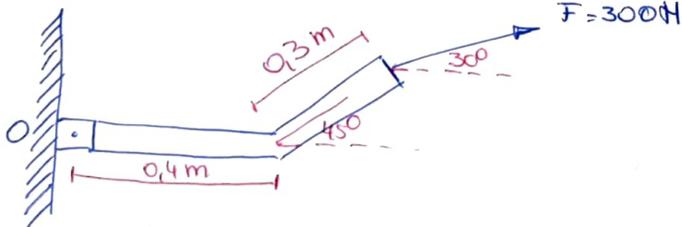
$$x = (0,75)(\text{Sen}40)$$

$$x = 0,48209\text{m}$$

$$\sum M_A = 100(0,25) - (180)(0,48209)$$

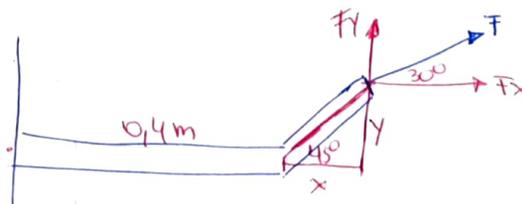
$$\sum M_A = -61,776\text{N}\cdot\text{m} //$$

⑤ Determine el momento de la fuerza con respecto a O.



$$\begin{array}{l|l} x = 0,3 \cdot \text{Cos}45^\circ & F_x = F \cdot \text{Cos}30^\circ \\ x = 0,2121\text{m} & F_x = 300 \cdot \text{Cos}30^\circ \\ & = 259,8\text{N} \\ y = 0,3 \cdot \text{Sen}45^\circ & F_y = F \cdot \text{Sen}30^\circ \\ y = 0,2121 & F_y = 300 \cdot \text{Sen}30^\circ \\ & = 150\text{N} \end{array}$$

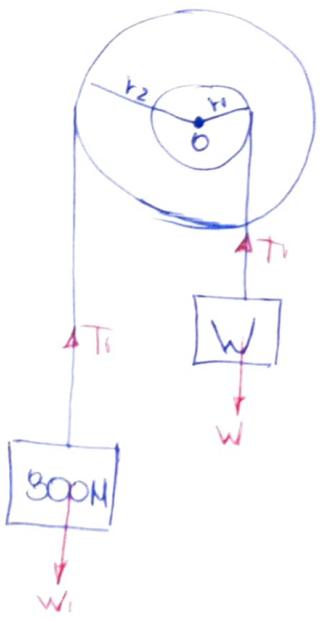
$$\begin{aligned} \sum M_O &= M_O^{F_x} + M_O^{F_y} \\ \sum M_O &= -F_x \cdot y + F_y \cdot (0,4 + x) \\ \sum M_O &= -259,8(0,2121) + 150(0,4 + 0,2121) \\ \sum M_O &= -55,10 + 91,815 \\ \sum M_O &= 36,71\text{N}\cdot\text{m} // \end{aligned}$$



6) Dos ruedas de 120 cm y 80 cm de diámetro están unidas y giran sobre un mismo eje.

¿ Que peso  $W$  se debe colgar para obtener un momento de fuerza resultante igual a cero?

120 cm = 1,2 m  
80 cm = 0,8 m



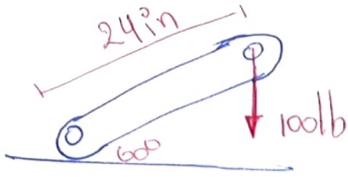
$$\begin{aligned} \sum \vec{F}_x &= 0 & \sum \vec{F}_y &= 0 \\ T_1 - w_1 &= 0 & T - W &= 0 \\ T_1 &= w_1 & T &= W \\ T_1 &= 800\text{N} & & \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sum M_o &= 0 \\ + M_o^{T_1} - M_o^T &= 0 \\ T_1 \cdot r_2 - T \cdot r_1 &= 0 \\ (800)(1,2/2) - w(0,8/2) &= 0 \\ w &= \frac{480}{0,4} \\ w &= 1200\text{N} \rightarrow \text{Peso necesario} \end{aligned}$$

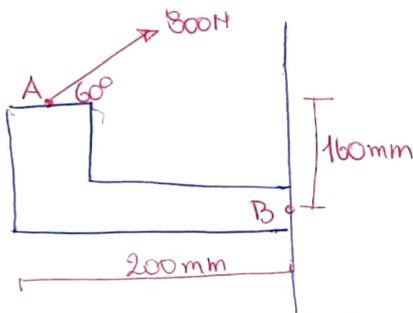
# Ejercicios de momentos: Mecánica Vectorial para Ingenieros

Ejercicio en clase

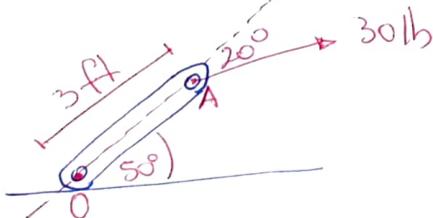
- ① Una fuerza vertical de 100 lb se aplica en el extremo de una polea unida al suelo. a) Calcule el momento con respecto a "O". b) La magnitud de una fuerza horizontal aplicada en A que genera el mismo momento con respecto a "O". Sol. 1200 lb-in ↻, 57.7 lb.



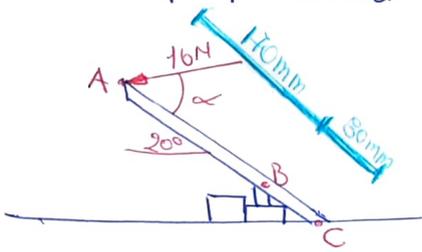
- ② Una fuerza de 800 N actúa sobre la mánula como en la figura. Determine el momento con respecto a B. Sol. 202.56 Nm ↻



- ③ Una fuerza de 30 lb actúa sobre el extremo de una polea de 3 ft. Calcule el momento de la fuerza respecto a O. Sol. 30.8 lb-ft ↻



- 4) El pedal para un sistema neumático se articula en B, y se sabe que  $\alpha = 20^\circ$ , determine el momento de la fuerza de 16N alrededor del punto B descomponiendo la fuerza en sus componentes a lo largo de ABC y en la dirección perpendicular ABC. Sol: 1276 Nm  $\curvearrowright$



- 5) Una fuerza de 300N se aplica en A. Determine a) el momento de la fuerza de 300N alrededor de D y b) la fuerza mínima aplicada en B que produce el mismo momento alrededor de D. Sol: 41,7 Nm  $\curvearrowright$ , 147,45N  $45^\circ$

